

Control activo no lineal de edificios con aislamiento de base

A.H. Barbat
N. Molinares
J. Rodellar

Monografía CIMNE IS-8 1994

Monografías de Ingeniería Sísmica

Editor A. H. Barbat

**Control activo no lineal
de edificios con
aislamiento de base**

A.H. Barbat
N. Molinares
J. Rodellar

Monografía CIMNE IS-8 1994

CENTRO INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS EN INGENIERIA
Edificio C1, Campus Norte UPC
C/ Gran Capitán, s/n
08034 Barcelona, España.

MONOGRAFIAS DE INGENIERIA SISMICA
Editor A.H. Barbat

ISSN: 1134-3249

CONTROL ACTIVO NO LINEAL DE EDIFICIOS CON AISLAMIENTO DE BASE
Monografía CIMNE IS-8
© Los Autores

ISBN: 84-87867-46-4
Depósito Legal: B-28488-1994

IMPRESO EN ESPAÑA - PRINTED IN SPAIN

ÍNDICE

1. Introducción

1. Introducción	1
-----------------	---

2. Sistemas no lineales de aislamiento de base

2.1. Introducción	7
2.2. Ecuaciones del movimiento	8
2.2.1. Formulación	8
2.2.2. Sistema histerético	10
2.2.3. Sistema de fricción pura	10
2.3. Método de Newmark	12
2.4. Método de las diferencias centrales	12
2.5. Esquema de iteración por bloques	14
2.5.1. Teoría general	14
2.5.2. Implementación del esquema de bloques al caso de la estructura desacoplada	15
2.5.3. Implementación del esquema de bloques al caso de la estructura sin desacoplar	17
2.6. Método de Runge-Kutta	18
2.7. Integración paso a paso	19
2.8. Comparación entre los métodos de solución directa y el esquema de bloques iterativos	21
2.8.1. Objetivos y criterios de comparación	21
2.8.2. Análisis de la eficacia del procedimiento	21
2.8.3. Análisis de la convergencia	25
2.8.4. Comparación de tiempos	27
Referencias	28

3. Sistemas de control híbrido de edificios

3. Sistemas de control híbrido de edificios	31
Referencias	36

4. Ley de control adaptativo

4.1. Introducción	39
4.2. Clases de sistemas	40
4.3. Control activo de estructuras con aislamiento de base	41
4.4. Estrategia adaptativa	43
4.5. Análisis de estabilidad	44
Referencias	48

5. Implementación del control activo

5.1. Objetivo del control	52
5.2. Ecuaciones del movimiento	52
5.3. Hipótesis del sistema	53
5.4. Estrategia de control	54
5.5. Aplicación de la ley de control	55
5.6. Análisis de estabilidad	56
5.7. Estrategia de control modificada	57
Referencias	57

6. Simulación numérica determinista de ensayos de control híbrido

6.1. Objetivos de la evaluación	59
6.2. Descripción del modelo	61
6.3. Definición de la excitación	62
6.4. Estudio frecuencial	64
6.5. Respuestas máximas por piso	78
6.6. Efecto de las características del sistema de aislamiento	85
6.7. Influencia del parámetro λ de la ley de control en la respuesta	100
6.8. Análisis de la respuesta en el tiempo	105
6.8.1. Comparación entre los sistemas pasivo e híbrido	105
6.8.2. Estrategia de control modificada	107
6.8.3. Influencia del parámetro γ en la respuesta temporal	110
6.8.4. Influencia del parámetro μ en la respuesta temporal	115
6.8.5. Influencia del parámetro λ de la estrategia de control en la respuesta temporal	119
Referencias	124

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Desde siempre el hombre ha sido obligado a desarrollar procedimientos de diseño de estructuras orientados a mitigar los efectos destructivos de los terremotos. Esto ha dado origen a principios generales de diseño antisísmico, que parten de la idea de que el movimiento del terreno se transmite a la estructura a través de su base fija. Su objetivo es disipar una parte de la energía inducida por los terremotos, con el fin de evitar aceleraciones y desplazamientos excesivos y de esta manera, mantener la respuesta estructural dentro de unos límites marcados por condiciones de seguridad, servicio y confort humano. De acuerdo con estos principios de diseño antisísmico, la disipación suele conseguirse a partir de la plastificación de algunos elementos estructurales que, en el caso de edificios, son la entrega de las vigas a las columnas. Los conceptos mencionados se aplican en la práctica a través de medidas convencionales de diseño, que pueden resumirse en:

- Peso y rigidez de la estructura distribuidos uniforme y simétricamente.
- Uso de estructuras ligeras y con el centro de gravedad lo más bajo posible.
- Elementos estructurales constituidos por materiales con características mecánicas adecuadas, diseñados de tal forma que aseguren la máxima disipación de energía.
- Elementos estructurales vinculados entre sí de manera que formen contornos cerrados tanto en planta como en elevación.
- Cimentaciones profundas, apoyadas sobre capas de terreno uniformes y firmes.

El incremento de la capacidad de resistencia que se consigue aplicando estas medidas permite que las estructuras sometidas al efecto del movimiento sísmico no sufran daños importantes. Sin embargo se deben tener en cuenta algunos de sus inconvenientes:

- Las estructuras que se diseñan son más rígidas y de mayor peso que en el caso estático y, por lo tanto, de mayor coste.

- Las incertidumbres en la acción sísmica pueden llevar a daños importantes en la estructura e incluso a su colapso.

Una posible forma de remediar parcialmente estos inconvenientes es la utilización de sistemas de control pasivo, basados en una serie de medidas que pueden ser clasificadas en dos categorías:

- *estructurales*, que tienen como objetivo concentrar el daño en ciertas zonas preestablecidas de la estructura, protegiéndose de esta manera las zonas críticas de la misma.
- *no estructurales*, que incorporan en la estructura mecanismos que absorben parcialmente la energía inducida por la excitación.

Como ejemplo típico de sistema de control pasivo se puede mencionar el aislamiento de base, que consiste esencialmente en mecanismos que desacoplan parcialmente la estructura del terreno a fin de reducir su movimiento. Dicho desacoplamiento se lleva a cabo colocando entre la base de la estructura y su cimentación aparatos de apoyo que incrementen la flexibilidad del sistema global estructura-base y que, al mismo tiempo, produzca un amortiguamiento apropiado. Todos estos aspectos hacen que las limitaciones del diseño tradicional sean superadas ya que se reducen las deformaciones estructurales y las demandas de ductilidad. En la figura 1.1 se muestra una comparación entre una estructura convencional y una con aislamiento de base. Se observa como al actuar el sismo sobre la estructura convencional [figura 1.1(a)], ésta experimenta grandes deformaciones y se fisura. Sin embargo en la estructura aislada de la figura 1.1(b), el efecto del sismo disminuye y el mayor desplazamiento se produce en la base. Esta situación corresponde al caso en que las características del sismo están dentro del rango considerado en el diseño del sistema de aislamiento.

La principal desventaja de los sistemas de aislamiento de base consiste en que su capacidad de reducir el movimiento estructural depende del contenido frecuencial de la excitación. Es obvio que si el período predominante de algún terremoto es del mismo orden de magnitud que el período fundamental del sistema estructura-aislamiento de base se incrementa la respuesta estructural. Por este motivo es necesario una evaluación previa fiable de las características de los futuros terremotos en la región.

Otro procedimiento, cada vez más utilizado para reducir las vibraciones estructurales, consiste en incorporar a la estructura mecanismos alimentados por una fuente de energía externa, capaces de ejercer fuerzas de control. Dichos mecanismos se incluyen en un lazo cerrado gobernado por un ordenador, lo que permite calcular continuamente, en tiempo real, las fuerzas de control que deben aplicarse, en función de los valores de la respuesta estructural medida, utilizando un cierto algoritmo de control. Este tipo de sistema denominado de control activo, está formado por sensores que miden la respuesta estructural, un ordenador que calcula el valor de las fuerzas de control basándose en una estrategia de control y por mecanismos actuadores que ejercen dichas fuerzas sobre la es-

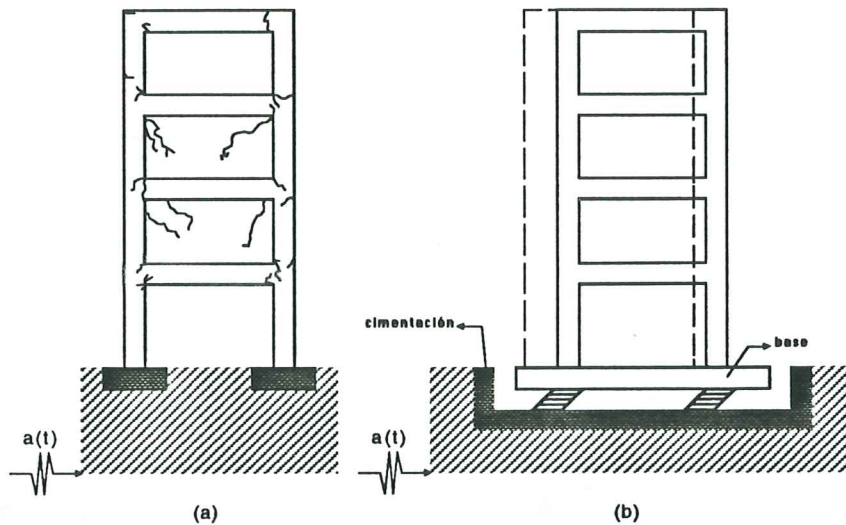


Figura 1.1 (a) Edificio convencional. (b) Edificio con aislamiento sísmico.

estructura. La utilización del control activo evita la principal desventaja de los anteriores procedimientos ya que, por su propia concepción, es capaz de adecuarse automáticamente a las características de la excitación. Además, la respuesta estructural obtenida empleando este tipo de control es mucho menor que la que se obtiene mediante sistemas pasivos. Sin embargo, los sistemas de control activo tienen la desventaja de que requieren un importante aporte de energía para gobernar el movimiento de los actuadores.

A raíz de las desventajas del control pasivo (dependencia del contenido frecuencial de la excitación) y del activo (requerimiento de un alto consumo de energía), se han propuesto últimamente los llamados sistemas híbridos que combinan sistemas pasivos y activos. Con éstos se busca aprovechar las virtudes de los sistemas pasivos y activos, combinándolos de tal forma que se limiten sus desventajas. Un tipo de sistema híbrido que en los últimos años ha despertado un gran interés combina un sistema de aislamiento de base con uno de control activo que aplica fuerzas sobre la misma base. La componente pasiva del sistema híbrido, en este caso el aislamiento de base, reduce los desplazamientos relativos y la aceleración absoluta de la estructura a costa de un desplazamiento significativo de la base. El objetivo de la componente activa es el de reducir este movimiento mediante la aplicación de fuerzas de control. Desde un punto de vista práctico, es importante que el mencionado objetivo se alcance mediante la aplicación de una única fuerza que no exceda unos valores aceptables. El desarrollo de una ley de control que permita su evaluación presenta dificultades relacionadas tanto con el comportamiento no lineal del sistema de aislamiento como con las incertidumbres asociadas a la modelización del sistema global estructura-aislamiento y de la excitación. La figura 1.2 corresponde al caso en que el sismo tiene un contenido frecuencial muy cercano al del aislamiento, por lo cual la estructura

aislada de la figura 1.2(a) se comporta mal. Por el contrario, la estructura con sistema híbrido de la figura 1.2(b) se comporta adecuadamente.

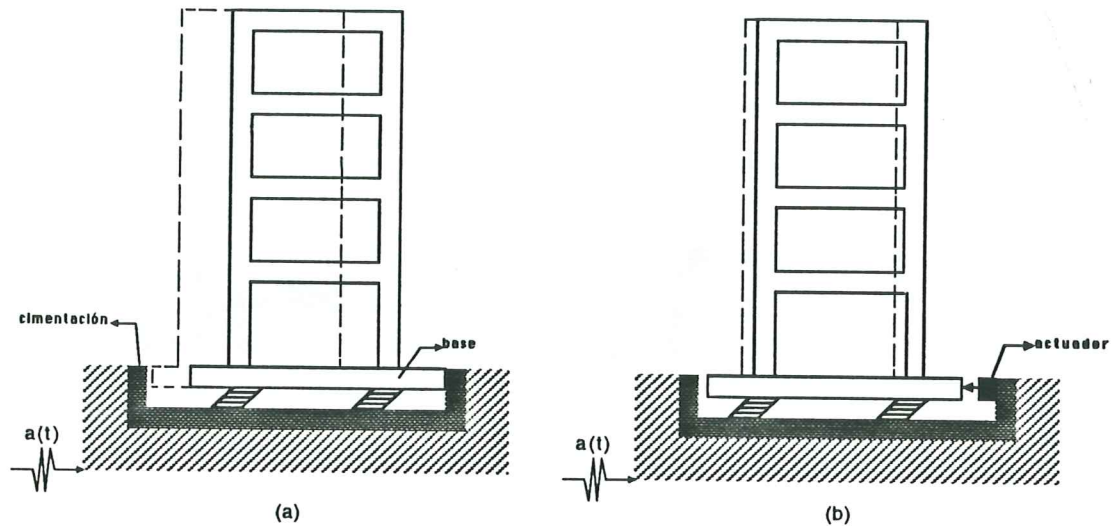


Figura 1.2 (a) Edificio con sistema pasivo. (b) Edificio con sistema híbrido.

En esta monografía se estudia un tipo de sistema híbrido que combina un sistema de aislamiento de base con uno de control activo que aplica fuerzas sobre la base. Dichas fuerzas se calculan mediante una ley de control que garantiza un comportamiento adecuado, tanto de la estructura como de la base, frente a una amplia clase de no linealidades del sistema de apoyo y a incertidumbres del modelo dinámico y de la excitación. Para simular adecuadamente el sistema híbrido considerado se deben formular algoritmos capaces de analizar el efecto del aislamiento de base con comportamiento no lineal. Al mismo tiempo es necesario disponer de una ley de control que genere la fuerza de control activo, cuyo objetivo debe examinarse a partir del comportamiento del sistema estructura-aislamiento en condiciones puramente pasivas. Dicha ley de control, formulada para dos subsistemas acoplados a través de sus condiciones de contorno aplicándose fuerzas de control activo sobre uno de ellos garantiza, bajo ciertas hipótesis, una forma de estabilidad práctica en los siguientes términos: el estado del subsistema controlado tiende a un entorno de su estado de equilibrio arbitrariamente pequeño, mientras que el estado del subsistema acoplado (sobre el que no actúa el control) tiende a otro entorno pequeño de su estado de equilibrio. En este caso, el subsistema sobre el que actúa el control es la base y el otro subsistema es la estructura.

En el capítulo 2 se desarrollan las ecuaciones que describen los sistemas de aislamiento sísmico, histerético y friccional, considerados en esta monografía. En el capítulo 3 se justifica la utilización del sistema híbrido, se describen sus diferentes componentes y se realiza un análisis crítico de los diferentes sistemas

híbridos existentes. La ley de control adaptativo utilizada se desarrolla en el capítulo 4, en el cual se enuncian las hipótesis y se analiza la estabilidad de dicha ley. En el capítulo 5 se aplica la estrategia desarrollada en el capítulo 4 al caso concreto de edificios con sistemas de aislamiento de base estudiado en esta monografía. Finalmente, en el capítulo 6 se incluyen resultados de la simulación numérica de la respuesta sísmica de edificios con sistema de control híbrido, haciéndose una rigurosa evaluación del comportamiento de la estructura, del sistema de aislamiento de base y de la ley de control adaptativo.

CAPÍTULO 2

SISTEMAS NO LINEALES DE AISLAMIENTO DE BASE

2.1 INTRODUCCIÓN

Los sistemas de aislamiento de base que se caracterizan por su flexibilidad horizontal y capacidad de absorción de energía, se utilizan para reducir la aceleración horizontal transmitida por los terremotos a la estructura.⁽¹⁾ En las referencias (1) y (2) se incluye una lista de algunas estructuras con sistemas de aislamiento sísmico. Entre los más difundidos se encuentran los llamados de *fricción pura*,⁽³⁻⁵⁾ los de *goma laminada*,^(1,6) los *flexible-friccionante*,⁽⁷⁾ el desarrollado por la compañía eléctrica francesa *Electricité de France*,⁽⁸⁾ el *neozelandés* o apoyo de *plomo-goma*,^(1,2,6,9-11) etc. Básicamente, los aislamientos de base se pueden dividir en dos grandes familias, los de elastómeros, que son sistemas histeréticos y los deslizantes, que son sistemas friccionales. Como todos los sistemas mencionados anteriormente y la gran mayoría de los existentes se obtienen combinando estos dos tipos de aislamiento de distintas formas, en esta monografía solo se consideran los sistemas *histeréticos* y de *fricción pura*.

Un sistema histerético puede ser modelizado mediante el esquema simplificado de la figura 2.1, utilizando un módulo histerético, un amortiguador y un resorte.⁽¹²⁾ Los sistemas de aislamiento de base llamados de fricción pura son aquellos en los cuales el mecanismo de aislamiento solo incluye fricción de deslizamiento. Un esquema de este tipo, que es el más sencillo de todos, puede verse en la figura 2.2.

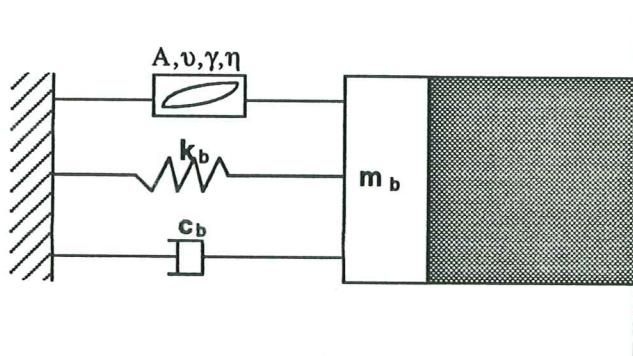


Figura 2.1 Sistema H.

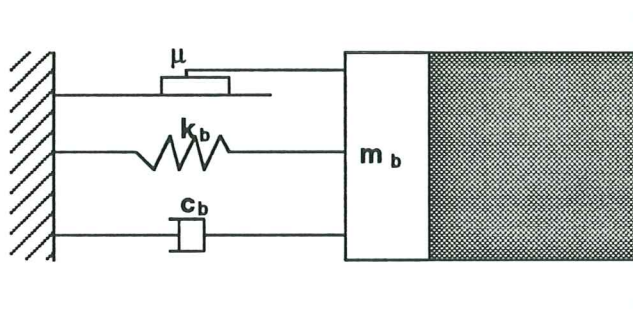


Figura 2.2 Sistema FP.

2.2 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

2.2.1 Formulación

El edificio que se muestra de manera esquemática en la figura 3.3 tiene un sistema de aislamiento de base con características no lineales. Debido al efecto del aislamiento el edificio tiene un comportamiento elástico. En consecuencia su ecuación del movimiento correspondiente a una excitación sísmica de aceleración $a(t)$ es

$$\mathbf{M}_e \ddot{\mathbf{D}}_e + \mathbf{C}_e \dot{\mathbf{D}}_e + \mathbf{K}_e \mathbf{D}_e = -\mathbf{M}_e \mathbf{J}_e [\ddot{d}_b + a(t)] \quad (2.1)$$

En esta ecuación se ha supuesto la subestructura-edificio separado de la base, aplicándose como acciones sobre él las fuerzas de inercia debidas a la aceleración absoluta de la base. $\mathbf{D}_e$ es el vector de desplazamiento relativo a la base, $\mathbf{M}_e$ es la matriz de masa, $\mathbf{C}_e$ es la matriz de amortiguamiento, $\mathbf{K}_e$ es la matriz de rigidez, $\ddot{d}_b$ es la aceleración de la base relativa al terreno y $\mathbf{J}_e$ es el vector que expresa el movimiento de sólido rígido según los grados de libertad del

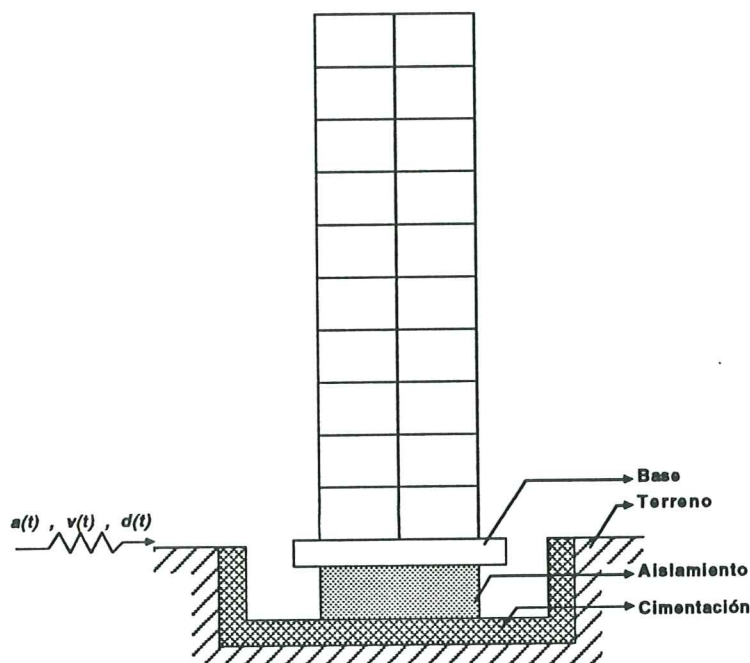


Figura 2.3 Edificio con aislamiento de base.

modelo. Por consiguiente, $\ddot{d}_b + a(t)$ es la aceleración absoluta de la base aislada. Esta ecuación es válida para modelos dinámicos desarrollados mediante cualquier proceso de discretización espacial. Sin embargo, aquí se considerará que la estructura se modeliza como edificio de cortante, siendo las matrices de masa y de amortiguamiento diagonales, la matriz de rigidez tridiagonal y $\mathbf{J}_e$ el vector unidad.

Se escribe ahora la ecuación de la subestructura-base, para la cual se considera un solo grado de libertad, y que viene dada por

$$m_b(\ddot{d}_b + a(t)) + \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e [\ddot{\mathbf{D}}_e + \mathbf{J}_e(\ddot{d}_b + a(t))] + c_b \dot{d}_b + k_b d_b + f = 0 \quad (2.2)$$

Tal como puede observarse, sobre dicha subestructura se aplican tanto la fuerza proveniente del efecto del edificio, como la debida al aislamiento. En esta ecuación m_b es la masa de la base, c_b y k_b son, respectivamente, el amortiguamiento y la rigidez elásticos del aislamiento, f es la fuerza no lineal ejercida por el aislamiento de base sobre m_b y $a(t)$ es la aceleración horizontal del terreno. Para la fuerza f , que depende de la naturaleza del aislamiento utilizado, debe disponerse de un modelo matemático que la simule adecuadamente, tanto para el caso histerético como para el friccional. A continuación se describirán los modelos utilizados para f basados en ecuaciones diferenciales.

2.2.2 Sistema histérico

Para el caso en que se utiliza el sistema histérico, Wen⁽¹³⁾ sugiere el siguiente modelo matemático para describir la fuerza restitutiva correspondiente f

$$f = \alpha \frac{f^y}{d^y} d_b + (1 - \alpha) f^y z \quad (2.3)$$

donde d^y y f^y son el desplazamiento y la fuerza límite del amortiguador, respectivamente, α define el comportamiento post-fluencia del sistema y z es una componente histérica adimensional que satisface una ecuación diferencial no lineal de primer orden

$$\dot{z} = A \dot{d}_b - \nu |z|^n \dot{d}_b - \gamma |z|^{n-1} z |d_b| \quad (2.4)$$

Aquí A , ν , γ y n son coeficientes que permiten la descripción de una clase muy amplia de ciclos histéricos, donde el parámetro n es un entero que controla la transición del comportamiento elástico al plástico de la respuesta. Consecuentemente para estructuras con un aislamiento de base histérico, la ecuación del movimiento de la base es

$$m_b(\ddot{d}_b + a(t)) + c_b \dot{d}_b + k_b d_b + \alpha \frac{f^y}{d^y} d_b + (1 - \alpha) f^y z + \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e [\ddot{\mathbf{D}}_e(t) + \mathbf{J}_e(\ddot{d}_b + a(t))] = 0 \quad (2.5)$$

2.2.3 Sistema de fricción pura

Cuando se considera el caso friccional, la fuerza f viene dada por⁽¹²⁾

$$f = \mu g \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e \mathbf{J}_e \text{sign}(d_b) \quad (2.6)$$

En esta ecuación se supone que no hay desprendimiento entre las superficies de fricción. Aquí g es la aceleración de la gravedad y el coeficiente μ se expresa como

$$\mu = \mu_{max} - \Delta\mu e^{-\beta |\dot{d}_b|} \quad (2.7)$$

donde β es una constante, μ_{max} es el coeficiente de fricción a gran velocidad de deslizamiento, mientras que $\Delta\mu$ es la diferencia entre μ_{max} y el coeficiente de fricción a baja velocidad de deslizamiento, que también se considera constante. Con todo esto la ecuación (2.2) queda

$$m_b(\ddot{d}_b + a(t)) + \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e [\ddot{\mathbf{D}}_e(t) + \mathbf{J}_e(\ddot{d}_b + a(t))] + c_b \dot{d}_b + k_b d_b + \mu g \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e \mathbf{J}_e \text{sign}(d_b) = 0 \quad (2.8)$$

Esta última ecuación describe el comportamiento del sistema en la fase de deslizamiento, mientras que cuando la base se encuentra pegada a la cimentación, la condición de no deslizamiento

$$d_b = \dot{d}_b = \ddot{d}_b = 0 \quad (2.9)$$

viene dada por

$$\mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e \mathbf{J}_e \mu g - |m_b a(t) + \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e [\ddot{\mathbf{D}}_e(t) + \mathbf{J}_e(\ddot{d}_b + a(t))]| > 0 \quad (2.10)$$

Por lo que si la ecuación (2.10) no se cumple, se produce deslizamiento y se debe aplicar la ecuación (2.8).

A partir de las ecuaciones (2.1) y (2.2) se describe el sistema global el cual se puede escribir en la forma compacta

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{K}\mathbf{D} = \mathbf{F}(t) \quad (2.11)$$

donde

$$\mathbf{D} = \begin{Bmatrix} \mathbf{D}_e \\ d_b \end{Bmatrix}_{(n+1,1)}$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_e & \mathbf{M}_e \mathbf{J}_e \\ \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e & \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e \mathbf{J}_e + m_b \end{bmatrix}_{(n+1,n+1)}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_e & 0 \\ 0 & c_b \end{bmatrix}_{(n+1,n+1)}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_e & 0 \\ 0 & k_b \end{bmatrix}_{(n+1,n+1)}$$

$$\mathbf{F} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{M}_e \mathbf{J}_e \\ \mathbf{J}_e^T \mathbf{M}_e \mathbf{J}_e + m_b \end{Bmatrix} a(t) + \begin{Bmatrix} 0 \\ f \end{Bmatrix}$$

2.3 MÉTODO DE NEWMARK

El método de Newmark permite efectuar la integración paso a paso de las ecuaciones del movimiento correspondientes tanto a sistemas lineales como a no lineales. La respuesta en el tiempo no se obtiene como una función continua sino únicamente en una serie de instantes predefinidos t_i . La forma general de proceder consiste en expresar las velocidades y aceleraciones en un instante de tiempo determinado en función únicamente del corrimiento correspondiente al instante en que se quiere hallar la solución y de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones ya conocidos, correspondientes a instantes anteriores

$$\ddot{D}_{i+1} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta D_{i+1} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{D}_i - \left(\frac{1}{2\beta} - 1\right) \ddot{D}_i \quad (2.12)$$

$$\dot{D}_{i+1} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta D_{i+1} + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta}\right) \dot{D}_i + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta}\right) \Delta t \ddot{D}_i \quad (2.13)$$

Estas se conocen como ecuaciones en diferencias de Newmark, las cuales junto con el sistema de ecuaciones diferenciales del movimiento particularizado para $t = t_{i+1}$,

$$M \ddot{D}_{i+1} + C \dot{D}_{i+1} + K D_{i+1} = F_{i+1} \quad (2.14)$$

permiten obtener la solución conociendo la de los instantes de tiempos anteriores. El procedimiento se ilustra detalladamente en la tabla 2.1.

2.4 MÉTODO DE LAS DIFERENCIAS CENTRALES

Este método calcula la respuesta del sistema en el tiempo $t_{i+1} = t_i + \Delta t$ a partir de la ecuación de equilibrio expresada en el instante de tiempo t_i . Esto hace que no sea necesario resolver ningún sistema de ecuaciones, con lo que la solución del problema se simplifica notablemente. Como contrapartida, para intervalos de integración mayores que un incremento de tiempo crítico $\Delta t_{cri} = \frac{2}{\omega_{max}}$, donde ω_{max} es la frecuencia máxima del sistema, la solución se hace inestable y el método no converge. Las ecuaciones en diferencias que se emplean en este método se escriben de la forma⁽¹⁴⁾

$$\ddot{D}_i = \frac{1}{\Delta t^2} [D_{i+1} - 2D_i + D_{i-1}] \quad (2.15)$$

$$\dot{D}_i = \frac{1}{2\Delta t} [D_{i+1} - D_{i-1}] \quad (2.16)$$

Tabla 2.1 Algoritmo de cálculo.

A. Primera iteración (paso del instante i al instante $i + 1$)

– Se actualiza

$$K$$

– Se calculan

$$\hat{K} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} M + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} C + K$$

$$\hat{f}_{i+1}^{(1)} = f(t_{i+1}) + M \left[\frac{1}{\beta \Delta t} \dot{D}_i + \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{D}_i \right] - C \left[\left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{D}_i + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t \ddot{D}_i \right] - K D_i$$

– Se calculan las primeras aproximaciones para el instante $i + 1$:

$$\Delta D_{i+1}^{(1)} = \hat{K}^{-1} \hat{f}_{i+1}^{(1)}$$

$$\begin{aligned} \ddot{D}_{i+1}^{(1)} &= \frac{1}{\beta \Delta t^2} \Delta D_{i+1}^{(1)} - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{D}_i - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{D}_i, \\ \dot{D}_{i+1}^{(1)} &= \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta D_{i+1}^{(1)} + \left(1 - \frac{\gamma}{\beta} \right) \dot{D}_i + \left(1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \Delta t \ddot{D}_i, \\ D_{i+1}^{(1)} &= \Delta D_{i+1}^{(1)} + D_i \end{aligned}$$

B. Sigüientes iteraciones (se busca el equilibrio para el instante $i + 1$)

I. Se actualizan

$$K$$

$$\hat{K} = \frac{1}{\beta \Delta t^2} M + \frac{\gamma}{\beta \Delta t} C + K$$

$$\hat{f}_{i+1}^{(j+1)} = \Psi_{i+1}^{(j)} = f(t_{i+1}) - M \ddot{D}_{i+1}^{(j)} - C \dot{D}_{i+1}^{(j)} - K D_{i+1}^{(j)}$$

II. Si $\Psi_{i+1}^{(j)}$ no es suficientemente pequeño, continuar a calcular:

$$\delta D_{i+1}^{(j+1)} = \hat{K}^{-1} \hat{f}_{i+1}^{(j+1)}$$

$$\begin{aligned} \ddot{D}_{i+1}^{(j+1)} &= \frac{1}{\beta \Delta t^2} \delta D_{i+1}^{(j+1)} + \ddot{D}_{i+1}^{(j)} \\ \dot{D}_{i+1}^{(j+1)} &= \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \delta D_{i+1}^{(j+1)} + \dot{D}_{i+1}^{(j)} \\ D_{i+1}^{(j+1)} &= \delta D_{i+1}^{(j+1)} + D_{i+1}^{(j)} \end{aligned}$$

III. Volver al paso I.

Planteando la ecuación diferencial del movimiento en el tiempo t_i

$$M \ddot{D}_i + C \dot{D}_i + K D_i = F \quad (2.17)$$

y utilizando en ella las ecuaciones en diferencias se obtiene la respuesta en el instante de tiempo $t = t_i + \Delta t$.

2.5 ESQUEMA DE ITERACIÓN POR BLOQUES

2.5.1 Teoría general

En este apartado se expone una metodología general de iteración por bloques para solucionar ecuaciones que describen el comportamiento de sistemas acoplados a través de sus condiciones de contorno. El algoritmo requiere un cierto procedimiento de discretización para las ecuaciones del movimiento que describen el comportamiento de los dos sistemas acoplados y las soluciona en un único lazo iterativo teniendo en cuenta su linealización y acoplamiento.⁽¹⁵⁾

Las ecuaciones que gobiernan un problema acoplado genérico del tipo que se estudia en esta monografía, pueden reducirse, mediante la aplicación de un procedimiento de discretización, a un sistema algebraico no lineal de la forma^(15,16)

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22}(y) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

donde x e y son los vectores a determinar, q_1 y q_2 son vectores de fuerza y A_{ij} , $i, j = 1, 2$ son matrices con A_{22} dependiente de y . Tal como se puede ver las ecuaciones del sistema (2.18) son acopladas de manera lineal. La matriz A_{22} se linealiza de la siguiente manera

$$A_{22}(y^{(i)})y^{(i)} \approx A_{22}^L y^{(i)} + \psi(y^{(i-1)}) \quad (2.19)$$

siendo A_{22}^L una forma linealizada de A_{22} , con lo cual a partir de las ecuaciones (2.18) se pueden obtener el siguiente esquema monolítico

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22}^L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x^{(i)} \\ y^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 - \psi(y^{(i-1)}) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

A partir de (2.20) pueden escribirse las siguientes ecuaciones de acoplamiento de la iteración por bloques

Bloque-Jacobi:

$$A_{11}x^{(i)} = q_1 - A_{12}y^{(i-1)} \quad (2.21)$$

$$A_{22}^L y^{(i)} = q_2 - \psi(y^{(i-1)}) - A_{21}x^{(i-1)} \quad (2.22)$$

que representan una primera forma de implementar el procedimiento de iteración por bloques. Concretamente se soluciona primero la ecuación (2.21) para obtener el valor de $x^{(i)}$ y a partir de éste se resuelve la ecuación (2.22), lo que proporciona el vector $y^{(i)}$. Una segunda forma de resolver el problema (2.20) utiliza la siguiente forma de expresar las ecuaciones

Bloque-Gauss-Seidel:

$$A_{11}x^{(i)} = q_1 - A_{12}y^{(i-1)} \quad (2.23a)$$

$$A_{22}^L y^{(i)} = q_2 - \psi(y^{(i-1)}) - A_{21}x^{(i-1)} \quad (2.23b)$$

$$A_{22}^L y^{(i)} = q_2 - \psi(y^{(i-1)}) - A_{21}x^{(i-1)} \quad (2.24a)$$

$$A_{11}x^{(i)} = q_1 - A_{12}y^{(i)} \quad (2.24b)$$

En el caso de las ecuaciones (2.23) se calcula primero $x^{(i)}$ a partir de (2.23a) y seguidamente se resuelve la ecuación (2.23b). En las ecuaciones (2.24) a partir de (2.24a) se calcula $y^{(i)}$ y con este valor se resuelve (2.24b).

2.5.2 Implementación del esquema de bloques al caso de la estructura desacoplada

Para desacoplar la ecuación (2.1) utilizando los primeros q modos de vibración, el vector de los desplazamientos se expresa como

$$D(t) = \sum_{i=1}^q \varphi_i y_i(t) \quad (2.25)$$

en donde φ_i es el vector propio y la función $y_i(t)$ es una coordenada generalizada correspondiente al modo de vibración i . Una ecuación corriente (j) del sistema desacoplado tiene la forma⁽¹⁴⁾

$$\ddot{y}_j(t) + 2\nu_j \omega_j \dot{y}_j(t) + \omega_j^2 y_j(t) = -\frac{\varphi_j^T M_e J_e}{\varphi_j^T M_e \varphi_j} [\ddot{d}_b + a(t)]; \quad j=1, 2, \dots, q \quad (2.26)$$

siendo, respectivamente, ν_j y ω_j la fracción de amortiguamiento crítico y la frecuencia propia correspondientes al modo de vibración j . A la variable $\ddot{D}$ de la ecuación (2.2) también se le aplica la transformación (2.25), quedando de la forma

$$J_e^T M_e \left[\sum_{i=1}^q \varphi_i y_i(t) + J_e (\ddot{d}_b + a) \right] + m_b (\ddot{d}_b + a) + c_b \dot{d}_b + k_b d_b + f = 0 \quad (2.26)$$

De esta manera, el sistema a solucionar está formado por q ecuaciones del tipo (2.26) y la ecuación (2.27). Estas ecuaciones pueden expresarse en la siguiente forma compacta:

$$\ddot{y} + 2\nu \omega \dot{y} + \omega^2 y + \frac{\Phi^T M_e J_e}{\Phi^T M_e \Phi} \ddot{d}_b = -\frac{\Phi^T M_e J_e}{\Phi^T M_e \Phi} a(t) \quad (2.28)$$

$$J_e^T M_e \Phi \ddot{y} + (J_e^T M_e J_e + m_b) \ddot{d}_b + c_b \dot{d}_b + k_b d_b + f = -(J_e^T M_e J_e) a(t) - m_b a(t) \quad (2.29)$$

donde Φ es la matriz modal correspondiente a los primeros q modos de vibración de dimensiones $(n \times q)$, ν es la matriz diagonal de fracciones de amortiguamiento crítico, ω es la matriz diagonal de frecuencias y ω^2 es la matriz diagonal de los cuadrados de las frecuencias. Los términos y e $\dot{y}$ de la ecuación (2.27) al igual que d_b y $\dot{d}_b$ de la (2.28) se pueden colocar en función de las aceleraciones $\ddot{y}$ y $\ddot{d}_b$ respectivamente, aplicando la discretización de Newmark o la de diferencias centrales, con lo cual se obtiene un problema de la mismas características que el descrito por el sistema de ecuaciones (2.18), por lo que el procedimiento a implementar es igual al descrito anteriormente.

El movimiento del sistema desacoplado está descrito por las ecuaciones (2.28) y (2.29), las cuales pueden escribirse en la siguiente forma compacta:

$$M^* \ddot{y}^* + C^* \dot{y}^* + K^* y^* = F^*(t) \quad (2.30)$$

donde

$$y^* = \begin{Bmatrix} y \\ d_b \end{Bmatrix}_{(q+1,1)}$$

$$M^* = \begin{bmatrix} [I] & \left[\frac{\varphi^T M_e J_e}{\varphi^T M_e \varphi} \right] \\ J_e^T M_e \varphi & J_e^T M_e J_e + m_b \end{bmatrix}_{(q+1, q+1)}$$

$$C^* = \begin{bmatrix} 2\nu_1 \omega_1 & & & 0 \\ & 2\nu_2 \omega_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & c_b \end{bmatrix}_{(q+1, q+1)}$$

$$K^* = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & & & 0 \\ & \omega_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & k_b \end{bmatrix}_{(q+1, q+1)}$$

$$F^* = - \left\{ \begin{array}{c} \frac{\varphi^T M_e J_e}{\varphi^T M_e \varphi} \\ J_e^T M_e J_e + m_b \end{array} \right\} a(t) + \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ f \end{array} \right\}$$

2.5.3 Implementación del esquema de bloques al caso de la estructura sin desacoplar

Una formulación similar se realiza para el caso en que el sistema de ecuaciones (2.1) no se desacopla. Para ello las ecuaciones (2.1) y (2.2) se escriben en la siguiente forma

$$M_e \ddot{D}_e + M_e J_e \ddot{d}_b + C_e \dot{D}_e + K_e D_e = -M_e J_e a(t) \quad (2.31)$$

$$J_e^T M_e \ddot{D}_e + (J_e^T M_e J_e + m_b) \ddot{d}_b + c_b \dot{d}_b + k_b d_b + f = -J_e^T M_e J_e a(t) - m_b a(t) \quad (2.32)$$

las cuales, mediante aplicación de una discretización, proporcionan nuevamente un sistema similar a (2.18).

2.6 MÉTODO DE RUNGE-KUTTA

Los métodos de Runge-Kutta tienen la exactitud del esquema de la serie de Taylor sin necesitar del cálculo de derivadas superiores. Existen muchas variantes pero todas ellas se pueden ajustar a la forma general

$$y_{i+1} = y_i + \phi(x_i, y_i, h)h \quad (2.33)$$

donde $\phi(x_i, y_i, h)$ se llama función de incremento y puede interpretarse como el promedio de la pendiente sobre el intervalo. La función de incremento se puede escribir en forma general como

$$\phi = a_1 k_1 + a_2 k_2 + \dots + a_n k_n \quad (2.34)$$

en donde las a_i , $i = 1, 2, \dots, n$ son constantes y las k_i son

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (2.35a)$$

$$k_2 = f(x_i + p_1 h, y_i + q_{1,1} k_1 h) \quad (2.35b)$$

$$k_3 = f(x_i + p_2 h, y_i + q_{2,1} k_1 h + q_{2,2} k_2 h) \quad (2.35c)$$

⋮

$$k_n = f(x_i + p_{n-1} h, y_i + q_{n-1,1} k_1 h + q_{n-1,2} k_2 h + \dots + q_{n-1,n-1} k_{n-1} h) \quad (2.35d)$$

Se puede observar que los coeficientes k_i están definidos por relaciones recurrentes. Esto es, k_1 aparece en la ecuación de k_2 que a su vez aparece en la ecuación de k_3 , etc. Esta recurrencia hace a los métodos de Runge-Kutta eficientes para su cálculo en ordenador.

En el método de Runge-Kutta de cuarto orden, la derivada es evaluada cuatro veces en cada paso y, a partir de estas evaluaciones se obtiene el valor final de la función. Dicho método puede formularse de la siguiente forma:

$$y_{i+1} = y_i + \left[\frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \right] h \quad (2.36)$$

donde

$$k_1 = f(x_i, y_i) \quad (2.37a)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_1\right) \quad (2.37b)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}hk_2\right) \quad (2.37c)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + hk_3) \quad (2.37d)$$

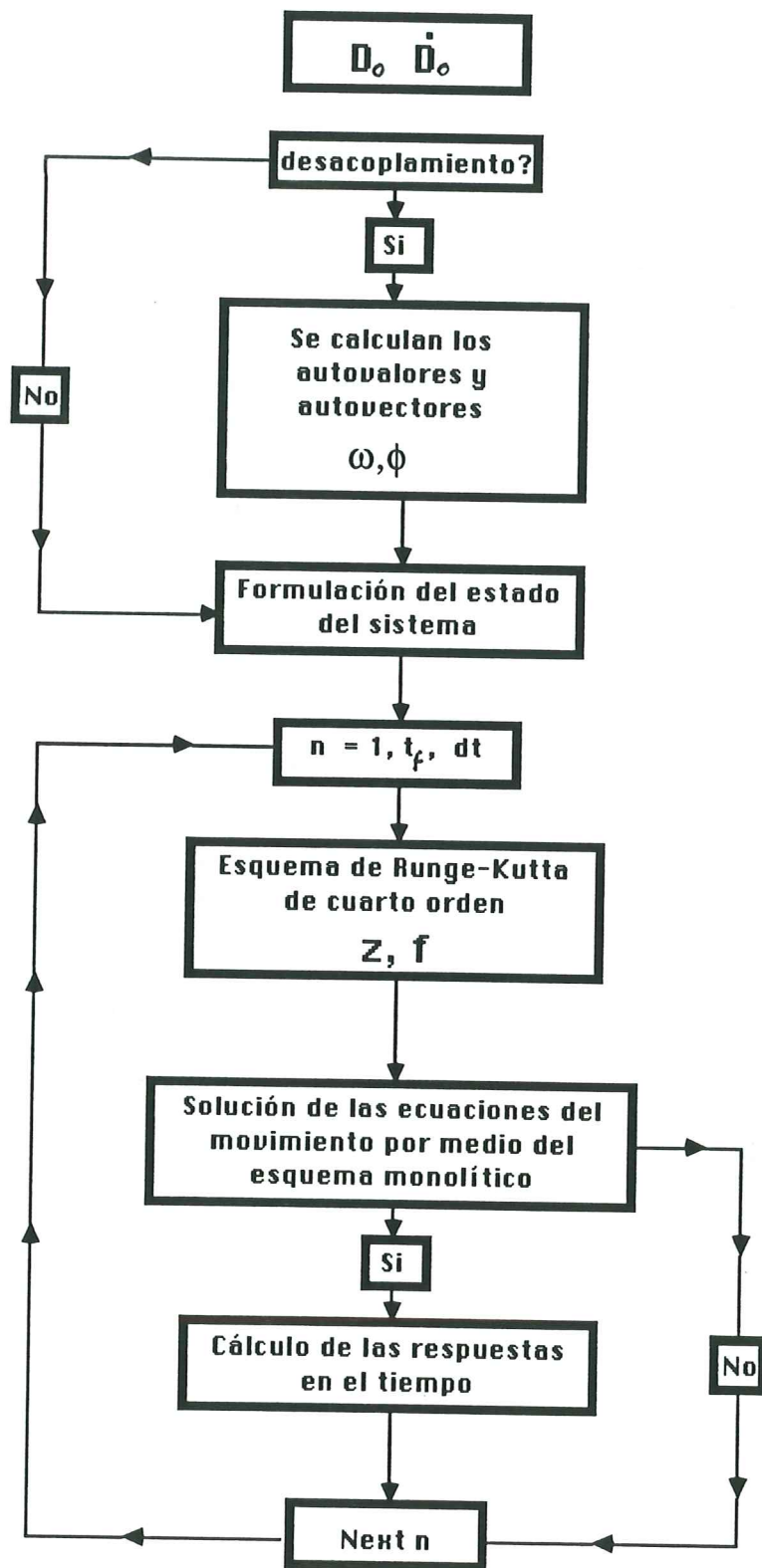
2.7 INTEGRACIÓN PASO A PASO

En estudios previos, la respuesta sísmica de estructuras con aislamiento de base se ha simulado resolviendo el sistema de ecuaciones (2.1) y (2.2) por medio de métodos de integración paso a paso.^(1-14,17-21) Generalmente hablando, estos métodos se aplican en la siguiente secuencia de operaciones:

- 1) Si se tiene en cuenta el desacoplamiento modal en las ecuaciones (2.1) y (2.2), se calculan los primeros q modos de vibración y se realiza el desacoplamiento.
- 2) Se formula el estado del sistema, inicializando los valores del desplazamiento, velocidad y aceleración de respuesta de la estructura.
- 3) La fuerza histerética se calcula solucionando numéricamente la ecuación (2.3) si el sistema es histerético o (2.6) si es friccional. En el caso histerético se utiliza el esquema descrito de Runge-Kutta de cuarto orden. El incremento de desplazamiento considerado en el proceso de resolución está relacionado con el incremento de tiempo Δt utilizado en la discretización de la excitación $a(t)$, mientras que el intervalo de definición es igual a los desplazamientos tope que caracterizan cada sistema de apoyo en concreto. De esta manera, se determina el valor de la variable z de la ecuación (2.4).
- 4) Se resuelven las ecuaciones del movimiento, utilizando el procedimiento de Newmark o el de diferencias centrales.
- 5) Se calcula la respuesta en el tiempo $D(t)$ del sistema con aislamiento de base, incluyendo los q modos de vibración considerados si se incluye análisis modal.

Estos cálculos se deben repetir en cada instante de tiempo utilizado en la discretización del acelerograma $a(t)$. En la tabla 2.2 se ilustra mediante un esquema de bloques el proceso descrito.

Tabla 2.2 Algoritmo de cálculo.



2.8 COMPARACIÓN ENTRE LOS MÉTODOS DE SOLUCIÓN DIRECTA Y EL ESQUEMA DE BLOQUES ITERATIVOS

2.8.1 Ojetivos y criterios de comparación

Para evaluar el procedimiento de iteración por bloques se analiza la eficacia y convergencia del esquema numérico y se justifica su utilización frente a las soluciones directas del problema. Dicho procedimiento se compara, para dos diferentes maneras de discretización temporal de las ecuaciones del movimiento, con los métodos de integración paso a paso de Newmark y de diferencias centrales. La comparación se hace de manera numérica utilizando como parámetros el número de iteraciones en cada instante de discretización, la variación de la norma residual en un instante determinado y el tiempo de cálculo. Con este fin se considera un edificio de cortante de diez pisos apoyado sobre una base con un solo grado de libertad, correspondiente a la dirección horizontal. La masa de cada una de las diez plantas, así como la de la base, es de 6×10^5 kg. La rigidez de las columnas de la estructura varía en 5×10^7 N/m entre plantas, desde 9×10^8 N/m la primera hasta 4.5×10^8 N/m la última. La fracción del amortiguamiento crítico se ha fijado en 0.05 para todos los modos de vibración. El valor de la fracción de amortiguamiento crítico del apoyo es de 0.2. La rigidez secante requerida en la ecuación (13) se toma como una relación entre el límite de fluencia f^y y el desplazamiento de fluencia d^y del material del apoyo. En el análisis efectuado, f^y ha sido igual a 1.5×10^3 N y d^y a 0.0245 m. Las constantes que definen el modelo histerético uniaxial son, $A = 1.0$, $\nu = 0.5$, $\gamma = 0.5$ y $n = 1$. La excitación $a(t)$, se define en un primer ensayo numérico como una aceleración sinusoidal

$$a(t) = A \sin \theta t$$

con una amplitud A de 3.5 m/s^2 y una frecuencia θ de 10 rad/s.

2.8.2 Análisis de la eficacia del procedimiento

Para comparar la eficacia del esquema de bloques iterativos frente a los métodos de Newmark y diferencias centrales, se presenta a continuación una comparación entre éstos, utilizando como parámetro el número de iteraciones en cada instante de discretización. La comparación se lleva a cabo tanto para el desarrollo que incluye el desacoplamiento modal de la estructura como para el caso en que éste no se aplique.

En la figura 2.4 se muestra la comparación entre el esquema monolítico de Newmark y el de bloques iterativos que utiliza la formulación de Newmark, utilizándose en ambos casos el desacoplamiento modal de la estructura. Puede verse que el proceso de bloques iterativos presenta un menor número de iteraciones a lo largo de todo el cálculo de la respuesta del sistema.

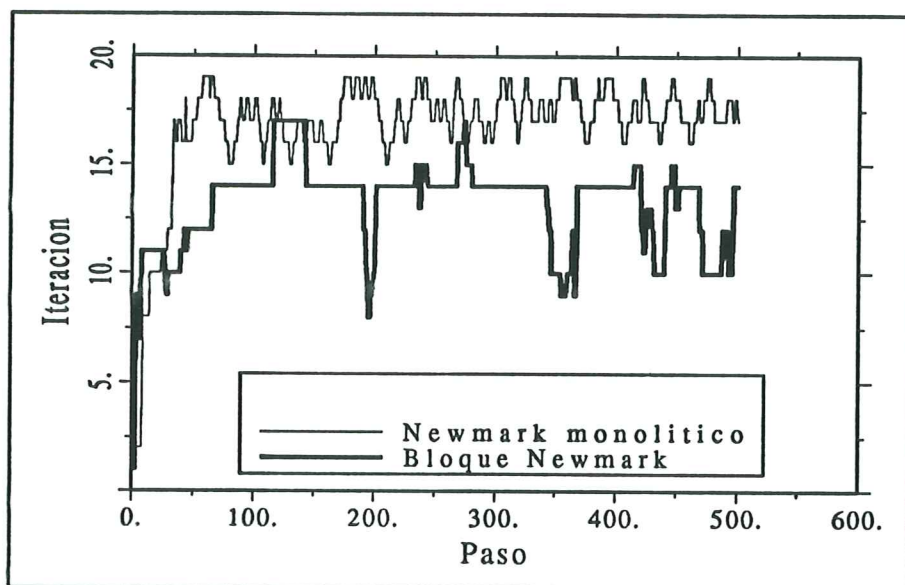


Figura 2.4 Número total de iteraciones en cada paso, estructura con desacoplamiento modal. Newmark, caso histerético.

En la figura 2.5 se puede ver la misma comparación entre el esquema monolítico de las diferencias centrales y el de iteración por bloques, formulado mediante la discretización en diferencias centrales.

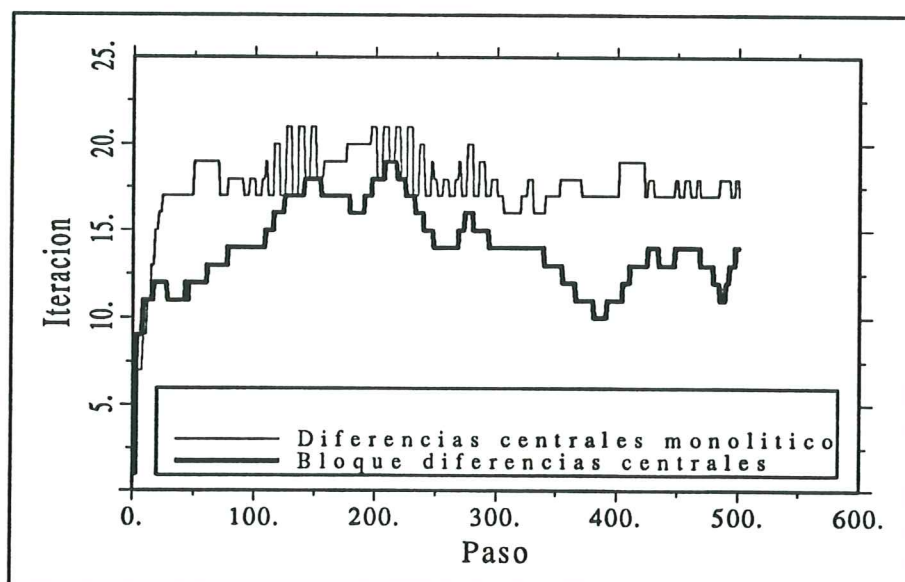


Figura 2.5 Número total de iteraciones en cada paso, estructura con desacoplamiento modal. Diferencias centrales, caso histerético.

Puede observarse que el esquema de bloques iterativos presenta menor número de iteraciones en cada uno de los pasos de cálculo que el esquema monolítico de solución directa empleado.

En las figuras 2.6 y 2.7, se llevan a cabo las mismas comparaciones, pero sin aplicar el desacoplamiento modal previo. Dichos gráficos permiten observar como en ambos casos se vuelve a poner de manifiesto la eficiencia de los esquemas de bloques iterativos frente a los métodos de solución directa, ya que tanto en el que emplea la formulación de Newmark como el que utiliza diferencias centrales, el número de iteraciones para el cálculo de la respuesta es menor. Todos los resultados anteriores corresponden al sistema de aislamiento de base histerético.

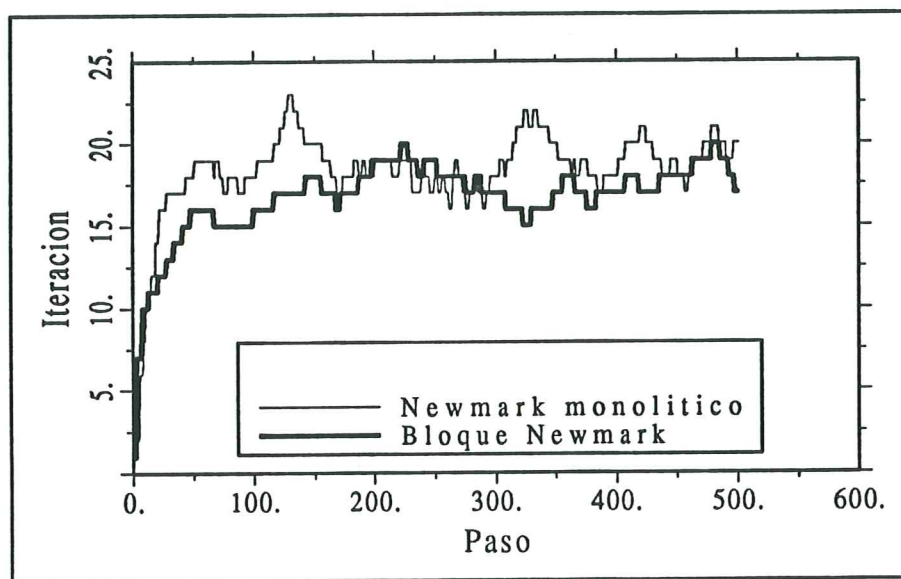


Figura 2.6 Número total de iteraciones en cada paso, estructura sin desacoplamiento modal. Newmark, caso histerético.

En las figuras 2.8 y 2.9 se realiza la misma comparación entre el método de Newmark y el esquema de bloques iterativos que utiliza la formulación de Newmark, pero para el sistema friccional. Los resultados de la figura 2.8 corresponden al caso de la utilización del desacoplamiento modal previo, mientras que en los de la figura 2.9 se ha solucionado el sistema de ecuaciones sin desacoplar.

Al comparar las figuras 2.8 y 2.9 con las correspondientes 2.4 y 2.6 del apoyo histerético, se vé como en promedio el número de iteraciones es similar para los dos tipos de apoyo. Sin embargo en el caso friccional se produce una mayor variación del número de iteraciones entre los pasos de cálculo.

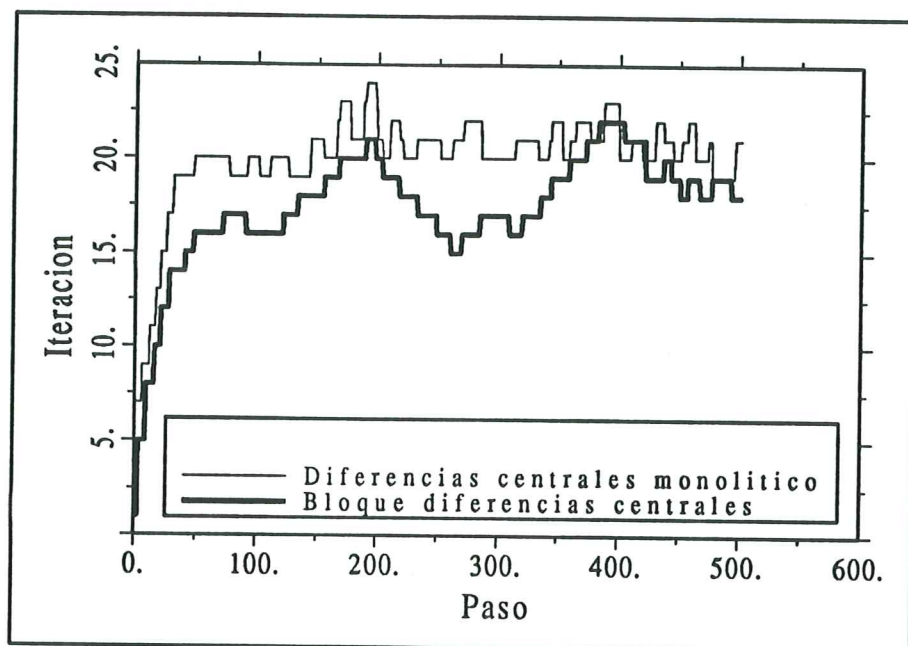


Figura 2.7 Número total de iteraciones en cada paso, estructura sin desacoplamiento modal. Diferencias centrales, caso histerético.

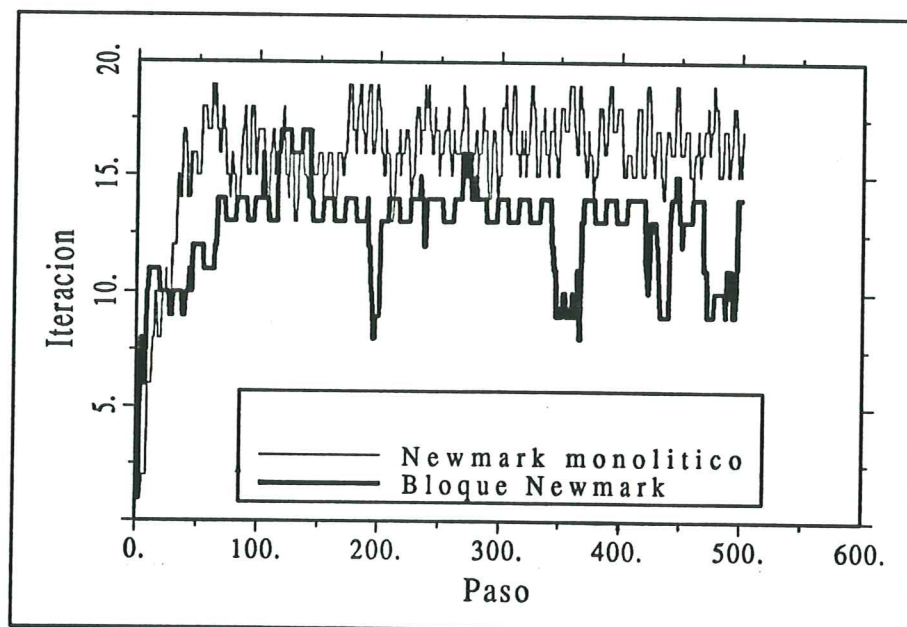


Figura 2.8 Número total de iteraciones en cada paso, estructura con desacoplamiento modal. Newmark, caso friccional.

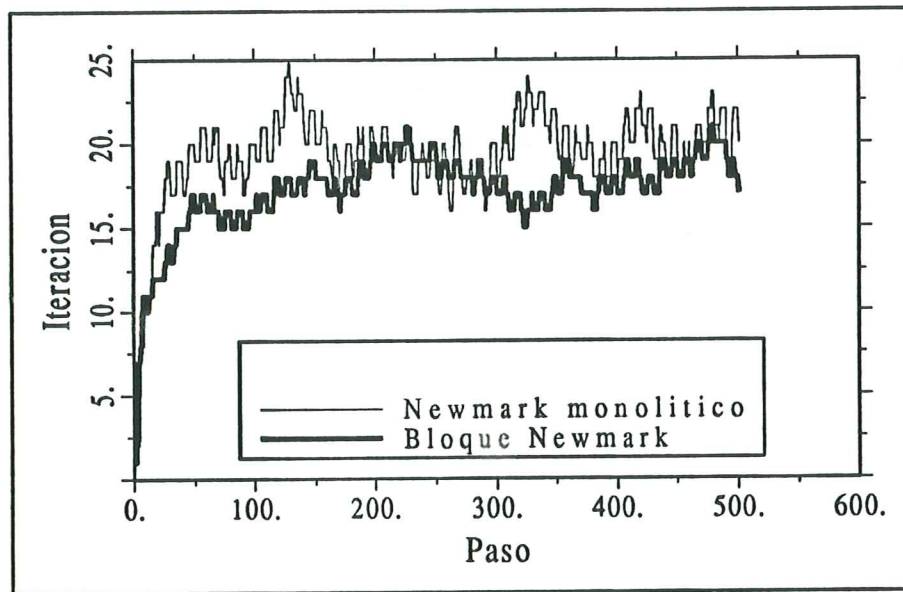


Figura 2.9 Número total de iteraciones en cada paso, estructura sin desacoplamiento modal. Newmark caso friccional.

2.8.3 Análisis de la convergencia

En este apartado se analiza la variación de la norma residual para los casos en que se emplean esquemas de bloques iterativos frente a los casos en que se utiliza la solución directa. Dicha comparación se realiza en el paso del proceso de cálculo en el cual se presente el máximo número de iteraciones y se considera una tolerancia del 1% en fuerzas residuales para evaluar la convergencia del proceso iterativo.

Se compara el método de Newmark con el esquema de bloques que utiliza la formulación de Newmark utilizando como parámetro la variación de la norma residual. La figura 2.10 muestra dicha comparación para el caso histerético mientras que en la 2.11 se hace la misma comparación para el caso friccional.

Se observa como la variación de la norma residual es muy parecida en los casos en que se aplica iteración por bloques. Además el número de iteraciones necesario para obtener la convergencia en el paso analizado en los dos casos donde se utilizan bloques son menores que los necesarios por los esquemas monolíticos de solución directa para alcanzar la convergencia.

La misma comparación puede verse en la figura 2.12 para cuando se compara el método de diferencias centrales con el respectivo esquema de bloques iterativos utilizando el caso histerético.

Una vez realizadas estas comparaciones puede concluirse que los esquemas de bloques iterativos son más eficientes en solucionar el problema considerado que los procesos de solución directa. En este caso también se vé claramente que el tener en cuenta o no el desacoplamiento modal de la estructura no influye en la eficiencia del esquema.

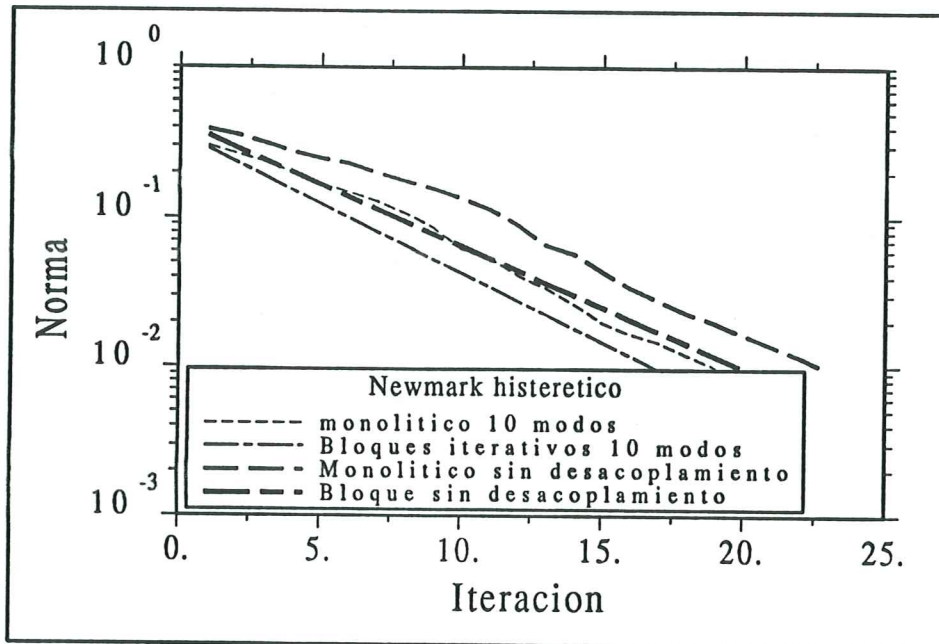


Figura 2.10 Variación de la norma residual. Newmark, caso histérico.

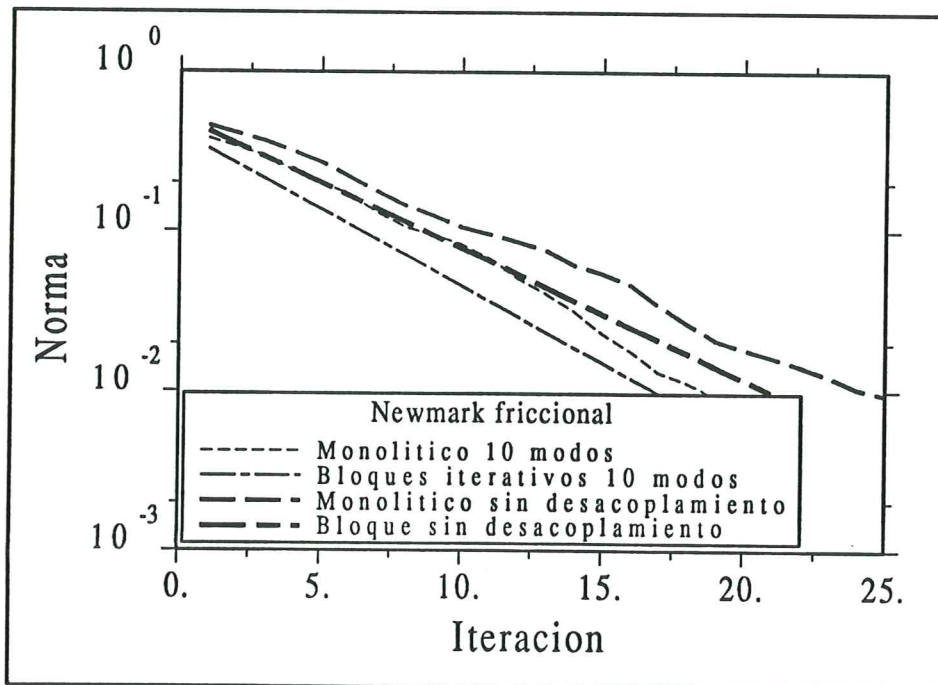


Figura 2.11 Variación de la norma residual, Newmark, caso friccional.

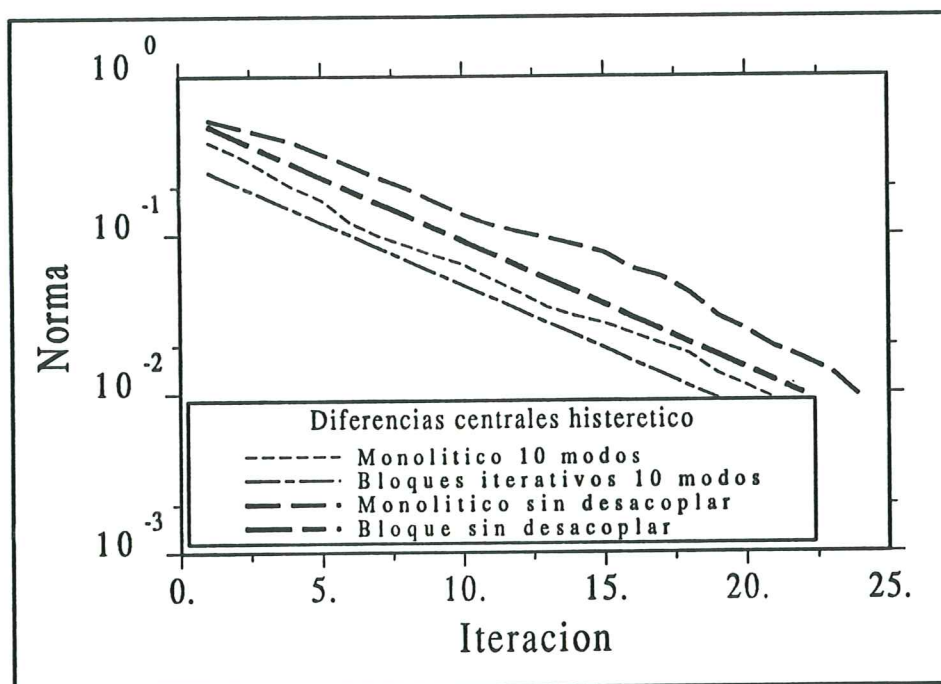


Figura 2.12 Variación de la norma residual. Diferencias centrales, caso histerético.

2.8.4 Comparación de tiempos

En este apartado se analizan los tiempos correspondientes al cálculo por ordenador de los distintos procedimientos descritos anteriormente. Estos tiempos se toman para diferentes modos de vibración, en el caso en que se incluye el análisis modal, y para el caso sin desacoplar; tanto para el esquema monolítico como para el esquema de bloques iterativos. A continuación se resumen en dos tablas los resultados obtenidos, para el edificio de diez plantas y la excitación sinusoidal previamente descritos en el apartado 2.8.1. En la tabla 2.3 se muestran los tiempos para la solución monolítica que utiliza el método de paso simple de Newmark y en la tabla 2.4 los correspondientes al esquema de iteración por bloques que utiliza el mismo método de Newmark.

Tabla 2.3— Tiempos de cálculo del esquema monolítico.

Modos	Lazo (s)	Iteración (s)	Solución Sistema (s)
10	226.10621	0.02690	0.01221
5	146.95659	0.01879	0.00586
1	81.48294	0.01386	0.00210
Sin desacoplar	250.11798	0.02724	0.01180

Tabla 2.4– Tiempos de cálculo del esquema de iteración por bloques.

Modos	Lazo (s)	Iteración (s)	Solución Sistema (s)
10	208.92214	0.02602	0.01124
5	122.46383	0.01761	0.00481
1	45.63047	0.01269	0.00175
Sin desacoplar	210.67212	0.02598	0.00967

En estas tablas se puede ver como el esquema de iteración por bloques calcula la respuesta del sistema en menos tiempo que el esquema monolítico en todos los casos analizados.

REFERENCIAS

1. SKINNER, R. I., ROBINSON, W. H. y McVERRY, G. H., *An Introduction to Seismic Isolation*, John Wiley & Sons, 1993.
2. JANE, L. A. y BARBAT, A. H., *Estructuras de edificación con aislamiento antisísmico*, Monografía No. 13, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, 1992.
3. CHEN, D. y CLOUGH, R. W., "Earthquake response of structures with friction sliding motion", Draft, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkely, 1981.
4. YOUNIS, C. J. y TADJBAKHS, I. G., "Response of sliding rigid structure to base excitation", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, **110**, 417-432, 1984.
5. SU, L., ORABI, I. I. y AHMADI, G., "Nonstationary earthquake response of a sliding rigid structure", *International Journal of Engineering Science*, **26**, 1013-1026, 1988.
6. KELLY, J. M. y HODDER, S. B., "Experimental study of lead and elastomeric dampers for base isolation systems in laminated Neoprene bearings", *Bulletin of the New Zealand National Society Earthquake Engineering*, **15**, 53-67, 1982.
7. MOSTAGHEL, N. y KHODAVERDIAN, M., "Dynamics of resilient-friction base isolator (R-FBI)", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **15**, 379-390, 1987.
8. GUERAUD, R., NOEL-LEROUX, J.-P., LIVOLANT, M. y MICHALOPOULOS, A. P., "Seismic isolation using sliding-elastomer bearing pads", *Nuclear Engineering Design*, **84**, 363-377, 1985.
9. BUCKLE, I. G., "New Zealand seismic base isolation concepts and their application to nuclear engineering", *Nuclear Engineering Design*, **84**, 313-326, 1985.
10. SKINNER, R. I., KELLY, M. y HEINE, A. J., "Hysteretic dampers for earthquake resistant structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **3**, 287-296, 1975.
11. CONSTANTINOU, M. C. y TADJBAKHS, I. G., "Hysteretic dampers in base isolation: Random approach", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **111**, 705-721, 1985.

12. SU, L., AHMADI, G. y TADJBAKHSI, I. G., "A comparative study of base isolation systems", Clarkson University, *Report No MIE-150*, Potsdam, 1987.
13. WEN, Y.-K., "Method for random vibration of hysteretic systems", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, **102**, 249-263, 1976.
14. CANET J. M. y BARBAT A. H., *Estructuras Sometidas a Acciones Sísmicas - Cálculo por ordenador*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, 1988.
15. CODINA, R., "A Finite Element Model for Incompressible Flow Problems", Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 1992.
16. CODINA, R., CERVERA, M., y GALINDO, M., "On the computational efficiency and implementation of block-iterative algorithms for nonlinear coupled problems", CIMNE No. 43, International Center For Numerical Methods in Engineering, Barcelona, February 1993.
17. BARBAT, A. H., MOLINARES, N. y CANAS, J. A., "Simulación de Sistemas de Apoyo Antisísmico con Comportamiento No Lineal", *Segundo Congreso Métodos Numéricos en Ingeniería*, **1** 359-368, La Coruña, 1993.
18. CHAPRA y S. C., CANALE R. P., *Numerical Methods For Engineer with Personal Computer Applications*, McGraw-Hill, 1990.
19. CRAIG R. Jr., *Structural Dynamics - An Introduction to Computer Methods*, Jhon Wiley & Sons, 1981.
20. NAGARAJAIAH S., REINHORN A. M. y CONSTANTINOU M. C., Nonlinear Dynamic Analysis of Three - Dimensional Base Isolated Structures (3D-BASIS), National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Technical Report NCEER-89-0019, August 1989.
21. NAGARAJAIAH S., REINHORN A. M. y CONSTANTINOU M. C., 3D-BASIS - Nonlinear Dynamic Analysis of Three - Dimensional Base Isolated Structures: Part II, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Technical Report NCEER-91-0005, February 1991.
22. STOER J. y BULIRSCH R., *Introduction to Numerical Analysis*, Springer-Verlag New York Inc., 1983.
23. BATHE K. J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall Inc, 1982.
24. WEN Y.-K., "Equivalent linearization for hysteretic systems under random excitation", *Journal of Applied Mechanics*, **ASME** **47**, 150-154, 1980.

CAPÍTULO 3

SISTEMAS DE CONTROL HÍBRIDO DE EDIFICIOS

Como se ha estudiado en el Capítulo 2, los sistemas de aislamiento de base de edificios desacoplan parcialmente la estructura del movimiento del terreno por medio de mecanismos capaces de absorber una parte de la energía inducida por el terremoto. Su efecto es el de reducir tanto el desplazamiento relativo entre los pisos como la aceleración absoluta de los mismos. Aunque su uso ha ido incrementándose en la última década, el diseño de tales sistemas viene condicionado por el conocimiento previo de las características del movimiento del terreno, especialmente de su contenido de frecuencias. Por este motivo la utilización de sistemas de aislamiento de base como herramienta de diseño antisísmico requiere una predicción del rango de frecuencias predominantes de los sismos esperados en la zona, la cual es una operación que conlleva incertidumbres y que puede dar lugar a una limitación de la aplicación de los mencionados sistemas.

Una forma de superar dicha limitación es la utilización de técnicas de *control activo*. la figura 3.1 muestra un esquema con los elementos básicos de un sistema de control activo, a saber:

- **Sensores**, que miden la respuesta de la estructura.
- **Controlador**, que a partir de la respuesta medida de la estructura genera una señal de control.
- **Actuadores**, que son dispositivos que interpretan la señal de control a fin de ejercer sobre la estructura un sistema de fuerzas de control.

Se trata de un sistema que opera en lazo cerrado, realimentando la respuesta de la estructura en tiempo real para actuar sobre ella con el objetivo de reducir dicha respuesta. El cálculo de la señal de control se realiza mediante una ley o algoritmo que se formula en base a una metodología. Son muchos los trabajos publicados en la literatura en las dos últimas décadas en los que se proponen o utilizan leyes de control, se diseñan y experimentan actuadores y se describen algunas aplicaciones en estructuras reales. En la referencia (1) se recopilan re-

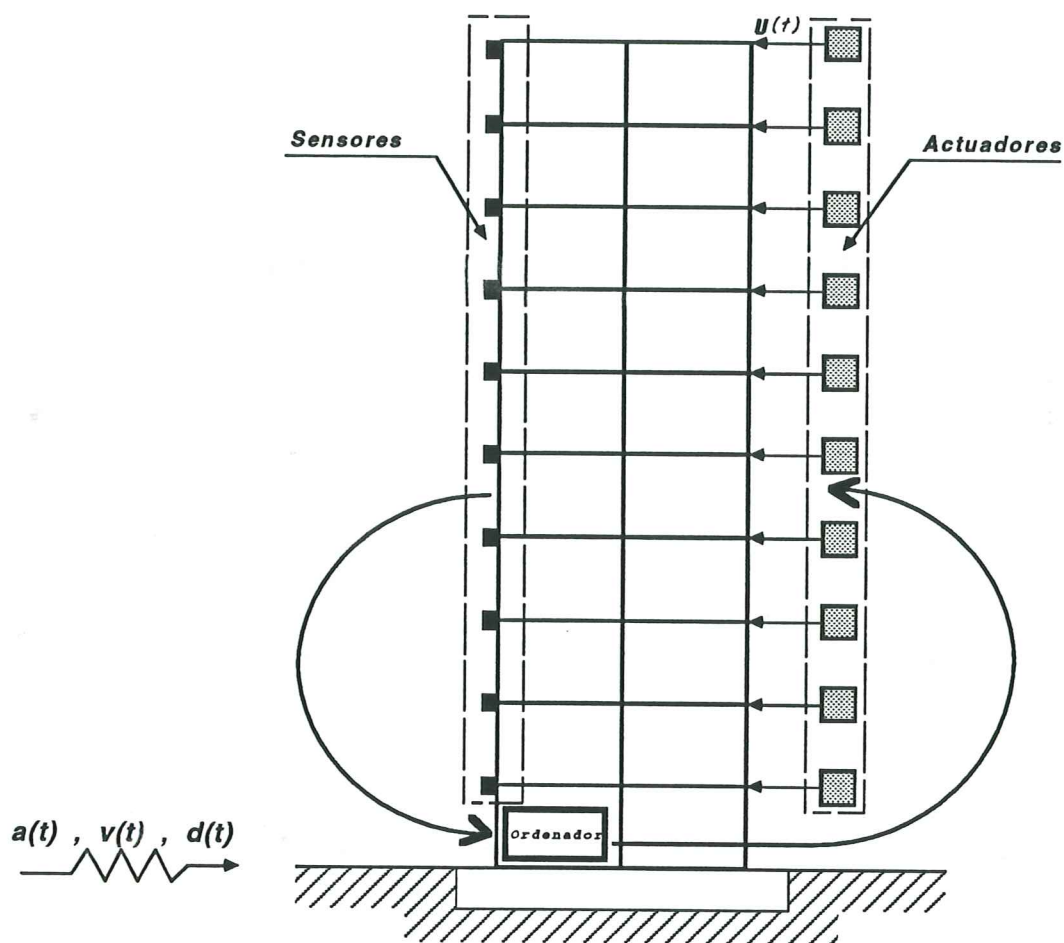


Figura 3.1 Esquema de un sistema de control activo de estructuras.

sultados significativos de este esfuerzo de investigación.

Los sistemas activos, por su naturaleza, no presentan la mencionada desventaja de un sistema de aislamiento de base ya que son capaces de adecuarse automáticamente a las características de la excitación y, además, logran una reducción de la respuesta estructural muy superior a la obtenida mediante sistemas de control pasivo. En este sentido, puede afirmarse que la mayoría de los sistemas de control activo consiguen una reducción de la respuesta muy por encima de la requerida por un diseño estructural seguro.

Este hecho, unido a los inconvenientes de su dependencia de una fuente de energía externa y de la complejidad asociada al uso de sensores y actuadores que puede ser en número elevado, ha sugerido en los últimos años la consideración de los denominados *sistemas de control híbrido*. Éstos combinan elementos pasivos y activos con el propósito de aprovechar sus respectivas ventajas y disminuir sus inconvenientes. En esta monografía se desarrolla un sistema de control híbrido que aplica únicamente una fuerza de control activo sobre la base de un edificio con sistema de aislamiento antisísmico, en donde dicha fuerza se calcula mediante la

teoría del control automático y actúa en forma complementaria con el sistema pasivo.

La idea básica para que las componentes pasiva y activa operen de forma complementaria puede explicarse en la forma siguiente: un sistema pasivo, como ya se ha mencionado, produce un desacoplamiento dinámico de la estructura con respecto a su base y genera un esquema resistente al movimiento relativo. Ello puede producir grandes desplazamientos de la base. Una forma de reducir estos desplazamientos excesivos es aplicar un sistema de control activo sobre la base, introduciendo un esquema resistente proporcional a su movimiento absoluto. De esta manera la componente activa del sistema híbrido puede verse como un complemento de la componente pasiva dirigido a mejorar no solo el comportamiento del sistema de aislamiento si no el rendimiento global del sistema estructura-base. En esta combinación el sistema pasivo por sí solo debe garantizar un cierto nivel de control de la estructura, ya que cuanto mejor se comporte el aislamiento más efectivo y económico será el control de su movimiento absoluto. Como situación límite, el control pasivo deberá ser capaz de evitar el colapso de la estructura.

En los últimos años se ha potenciado significativamente la investigación en sistemas híbridos para la protección sísmica de estructuras de edificación. Aunque no siempre es clara la separación, podemos considerar dos líneas generales que nos ayudarán a presentar un breve resumen del estado del arte de dicha investigación. Una línea se ha centrado preferentemente en aspectos prácticos sobre el tipo de aislamiento de base más adecuado, subordinando a este último los aspectos relativos a la ley de control para generar las fuerzas activas. Otra línea se centra principalmente en la formulación de leyes de control activo y en los problemas teóricos que ello conlleva.

En cuanto a la primera línea, en la referencia (2) se presenta una formulación para el diseño sismoresistente con un sistema de aislamiento híbrido. Dicho sistema está formado por apoyos de goma laminada, amortiguadores viscosos y actuadores en la base del sistema. Ha sido desarrollado un sistema numérico de simulación considerando un comportamiento lineal tanto de la estructura como del sistema de aislamiento. La ley de control se ha basado en la suposición de que las características de la excitación, del controlador, del aislador, de la máxima fuerza de control y en general del estado global del sistema estén completamente definidas.

Riley, Reinhorn y Constantinou⁽³⁾ proponen un sistema híbrido de aislamiento deslizante controlado. El sistema propuesto combina un sistema de aislamiento friccional con actuadores conectados a la cimentación y a la estructura, suponiendo un comportamiento lineal del sistema global. La fuerza de control se define a partir de una ecuación lineal, para lo cual es necesario conocer las características del aislamiento y de la excitación. En este mismo trabajo se muestran los resultados obtenidos al realizar ensayos experimentales, en los que se presentaron problemas de retardo en la aplicación de la fuerza de control.

En la referencia (4) se propone un sistema de aislamiento híbrido en el que

se combinan aislamiento friccional con actuadores electro-hidráulicos. Las ecuaciones del movimiento se plantean lineales para la estructura y no lineales para el aislamiento y el actuador, pero estas dos últimas se linealizan. La fuerza de control se plantea en función de los parámetros de una servoválvula que se utiliza como actuador. Dichos parámetros son la presión hidráulica, una ganancia de flujo, presión de la bomba y un dato de entrada a la servoválvula.

Un sistema de aislamiento de base friccional híbrido es propuesto en las referencias (5-8). Este sistema híbrido es desarrollado utilizando un apoyo con fricción controlable [Variable friction bearing (VFB)], el cual se muestra en la figura 3.2. En este sistema la fuerza de fricción es controlada cambiando la presión del fluido que se encuentra dentro del apoyo. El hecho de que la fuerza de fricción sea variable hace que el sistema de aislamiento friccional aumente su efectividad al controlar la respuesta de estructuras sometidas a terremotos. El algoritmo de control se desarrolla teniendo en cuenta el comportamiento no lineal del aislamiento, pero para ello es necesario tener debidamente definidas las características del VFB, del dispositivo de control de presión y de la excitación. Inicialmente, se desarrolló un algoritmo de control bajo la suposición de que la estructura siempre se encontraba en la fase de deslizamiento, calculando una fuerza de control en función de la fuerza de fricción, la presión en el fluido y una señal de control, donde además la fuerza de control se consideraba proporcional a la presión del fluido.⁽⁵⁾ Dicho algoritmo deja de tener validez en los casos en los cuales la estructura se encuentra pegada a la cimentación. En trabajos siguientes⁽⁶⁻⁸⁾ se desarrolló una ley de control tanto para la fase en la cual la estructura está deslizando como cuando esto no ocurre.

Los VFB presentan problemas cuando, debido al momento de volcamiento resultante de la aceleración de respuesta del edificio, se genera una fuerza de despegue. Dicho despegue causa la pérdida del fluido contenido en el dispositivo de aislamiento. Por este motivo, Feng ha desarrollado un algoritmo de control, aplicado a un edificio de oficinas en Japón, para tener en cuenta el despegue del VFB.⁽⁹⁾

En la referencia (10) se propone un sistema híbrido para edificios con aislamiento de base, combinando el apoyo friccional convencional con actuadores servo-hidráulicos para reducir las fuerzas inerciales en la estructura, introducir amortiguamiento y cuando sea necesario controlar el desplazamiento.

En la referencia (11) Soong y Hanson presentan un resumen de los desarrollos recientes en control activo e híbrido en Estados Unidos.

En cuanto a la línea que se ha centrado preferentemente en la formulación de leyes de control para sistemas de aislamiento activo, existe un primer grupo de trabajos⁽¹²⁻¹⁸⁾ en los que se consideran leyes ya utilizadas anteriormente en estructuras con base fija, es decir en un contexto únicamente de control activo. Pu y Kelly⁽¹²⁾ proponen el uso de una ley clásica de control óptimo con una compensación para el tiempo de retardo. En la referencia (13) se considera una ley

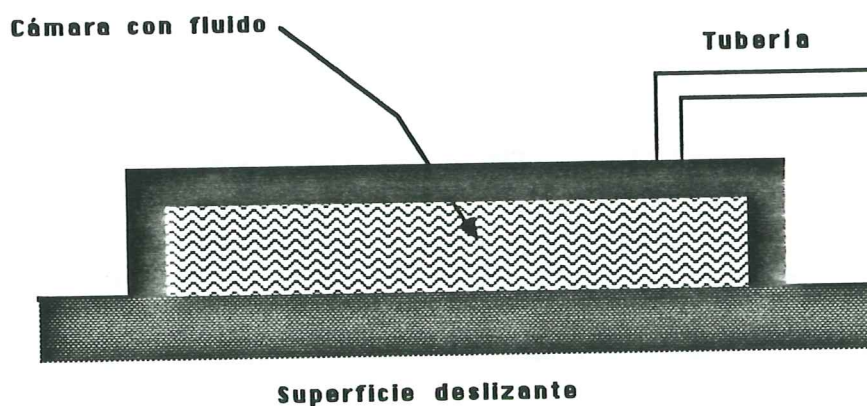


Figura 3.2 "Variable friction bearing" (VFB).

de control predictivo para sistemas con retardo. Yang y colaboradores⁽¹⁴⁾ proponen el uso de un control óptimo instantáneo también considerado en la referencia (15). Tadjbakhsh y Rofooei⁽¹⁶⁾ proponen una ley de control óptimo intentando evitar el uso de los desplazamientos absolutos como señal de realimentación. En las referencias (16-18) se proponen modificaciones a las anteriores leyes de control óptimo instantáneo y control óptimo respectivamente para adaptarlas al uso de velocidades y aceleraciones como señales de realimentación.

Una característica común en las referencias (12-18) es el suponer que el sistema estructura-aislamiento está descrito por un modelo lineal perfectamente conocido. El intentar relajar la hipótesis de linealidad ha dado lugar a una serie de nuevos trabajos.⁽¹⁹⁻²¹⁾ La motivación por la consideración de leyes de control válidas para sistemas no lineales surge principalmente de que los aislamientos de base, tales como los histeréticos y los friccionales, tienen un comportamiento inelástico o no lineal. En la referencia (19) se propone una versión de un control óptimo instantáneo para sistemas híbridos no lineales e histeréticos. En la referencia (20) se discute el uso de técnicas de control de estructura variable (o de modo deslizante) en un esquema de control híbrido. Reinhorn y colaboradores⁽¹⁰⁾ proponen una ley de control no lineal basada en consideraciones heurísticas y en reglas de lógica difusa.⁽²¹⁾

En las referencias (19-21), aunque en un contexto no lineal, los modelos se consideran perfectamente conocidos. Relajar esta hipótesis abre la vía de la consideración de leyes de control robusto.⁽²²⁻²⁵⁾ El trabajo de Kelly y colaboradores⁽²²⁾ es uno de los primeros en profundizar en el concepto de aislamiento activo. En él se aplica una ley de control basada en técnicas de estabilidad de Lyapunov

que asegura el mantenimiento de la respuesta dentro de un entorno previamente fijado alrededor de cero, aún en la presencia de incertidumbres. Resultados experimentales de esta ley de control en una estructura a escala reducida han sido descritos en la referencia (23). Recientemente, Schmitendorf y colaboradores⁽²⁴⁾ proponen una ley de control robusto basada en la solución de ecuaciones de Riccati. Aunque puede aplicarse con un número reducido de sensores, gracias al uso de observadores, dicha ley tiene la restricción de ser válida para sistemas lineales. Rodellar y colaboradores⁽²⁵⁾ formulan una ley de control adaptativo para sistemas mecánicos acoplados no lineales, teniendo como prototipo un sistema de aislamiento activo. Dicha ley garantiza una forma de estabilidad sin conocer los parámetros del sistema base-estructura ni la excitación. La ley de control que se desarrolla en esta monografía en los capítulos siguientes está basada en la propuesta en la referencia (25) y utilizada en (26).

REFERENCIAS

1. SOONG, T. T., *Active Structural Control. Theory & Practice*, Longman Scientific & Technical, Harlow, U.K., 1990.
2. INAUDI, J. y KELLY J., M., "Hybrid Isolation Systems for Equipment Protection", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22, 297-313, 1993.
3. RILEY, M. A., REINHORN, A. M. y CONSTANTINOU, M. C., "Active Control of Absolute Motion in Sliding Systems", Presented at the Eighth VPI & SU Symposium on Dynamics and Large Structures, May 6-8, 1991, Blacksburgh, VA.
4. FUJITA, T., FENG, Q., TAKENAKA, E., TAKANO, T. y SUIZU, Y., "Active Isolation of Sensitive equipment for Weak Earthquakes", *Proceedings of Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, (VIII), 459-464, August, 1988, Japan.
5. NAGARAJAIAH, S., FENG, M. Q. y SHINOZUKA, M., "Control of structures with friction controllable sliding isolation bearings", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, (12), 103-112, 1993.
6. FENG, Q., FUJII, S., SHINOZUKA, M. y FUJITA, T., "Hybrid Isolation Sytem Using Friction-Controllable Sliding Bearings", Presented at the Eighth VPI & SU Symposium on Dynamics and Large Structures, May 6-8, 1991, Blacksburgh, VA.
7. FENG, M. Q., SHINOZUKA, M. and FUJII, S., "Friction-Controllable Sliding Isolation System", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 119(9), 1845-1864, 1993.
8. FENG, M. Q., SHINOZUKA, M. y FUJII, S., Experimental and Analytical Study of a Hybrid Isolation System Using Friction Controllable Sliding Bearings, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, Technical Report NCEER-92-0009, May 15, 1992.
9. FENG, M. Q., "Application of Hybrid Sliding Isolation System to Buildings", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 119(10), 2090-2108, 1993.
10. REINHORN, A. M., NAGARAJAIAH, S., SUBRAMANIAM, R. y RILEY, M., "Study of Hybrid Control for Structural and Nonstructural Systems", *Proceedings of International Workshop on Structural Control*, 405-431, Honolulu, 1993.

11. SOONG, T. T., y HANSON, R. D., "Recent Development in Active and Hybrid Control Research in the U.S.", *Proceedings of International Workshop on Structural Control*, 483-490, Honolulu, 1993.
12. PU, J-P y KELLY, J. M., "Active Control and Seismic Isolation", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **117**(10), 2221-2236, 1991.
13. INAUDI, J., LOPEZ ALMASA, F., KELLY, J. M. y RODELLAR, J., "Predictive control of base isolated structures", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **21**, 471-482, 1992.
14. YANG, J. N., DANIELIANS, A., LIU, S. C., "Aseismic hybrid control systems for building structures", *Journal of Engineering Mechanics*, **117**(4), 836-856, 1991.
15. CHANG, C. C. y YANG, H. T. Y., "Instantaneous Optimal Control of Building Frames", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **120**(4), 1307-1326, 1994.
16. TADJBAKHS, I-G y ROFFOEI, F., "Optimal hybrid control of structures under earthquake excitations", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **21**(3), 233-252, 1992.
17. YANG, J. N., LI, Z., y LIU, S. C., "Instantaneous Optimal Control with Acceleration and Velocity Feedback", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **23**, 1991.
18. ROFFOEI, F., y TADJBAKHS, I-G, "Optimal control of structures with acceleration velocity and displacement feedback", *Journal of Engineering Mechanics*, **119**(10), 1993-2010, 1993.
19. YANG, J. N., LI, Z., DANIELIANS, A. y LIU, S. C., "Aseismic Hybrid Control of Nonlinear and Hysteretic Structures I", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **118**(7), 1423-1439, 1992.
20. YANG, J. N., LI, Z. y WU, J. C., "Discontinuous Nonlinear Control of Base-Isolated Buildings", *Proceedings of International Workshop on Structural Control*, 551-563, Honolulu, 1993.
21. SUBRAMANIAM, R., REINHORN, A. M. y NAGARAJAIAH, S., "Application of fuzzy set theory to the active control of base-isolated Structures", *Proceedings of the 2nd IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, **1**, 871-876, San Francisco, U.S.A., 1993.
22. KELLY J., M., LEITMANN, G., y SOLDATOS, A., "Robust control of base isolated structures under earthquake excitation", *Journal of Optimization Theory and Application*, **53**, 159-181, 1987.
23. INAUDI, J., "Active isolation and innovative tuned mass dampers for vibration reduction", Tesis doctoral, *University of California*, Berkely, U.S.A., 1993.
24. SCHMITENDORF, W. E., JABBARI, F. y YANG, J. N., "Robust control techniques for buildings under earthquake excitation", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **23**, 539-552, 1994.
25. RODELLAR, J., RYAN, E. P., y BARBAT, A. H., "Adaptive control of uncertain coupled mechanical systems with application to base isolated structures", *Journal of Applied Mathematics and Computation*, 1994, en prensa.
26. BARBAT, A. H., RODELLAR, J., RYAN, E. P. y MOLINARES, N., "Comportamiento sísmico de edificios con un sistema no lineal de control híbrido", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, **9**, 2, 201-220, 1993.

CAPÍTULO 4

LEY DE CONTROL ADAPTATIVO

4.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se desarrolla una teoría de estabilización realimentada de sistemas no lineales con n grados de libertad y $n_c < n$ entradas de control. Estos sistemas pueden estar formados por dos subsistemas acoplados con n_c y n_r grados de libertad respectivamente. Un prototipo de esta clase de sistemas es el de estructuras de edificación con aislamiento de base, con n grados de libertad controlados activamente por medio de actuadores que aplican fuerzas sobre ciertos grados de libertad del movimiento de la base.

Se describe una estrategia adaptativa no lineal de control realimentado, que bajo hipótesis adecuadas sobre las incertidumbres del sistema, garantiza una forma práctica de estabilidad del estado cero. También se presentan simulaciones numéricas de la aplicación de la estrategia de control a edificios con aislamiento de base.

El control activo de estructuras ha sido extensamente estudiado en las dos últimas décadas. Aunque en muchos casos los controladores han sido diseñados bajo la suposición de que se tiene un modelo estructural perfectamente conocido, ha existido un notable interés en problemas de robustez, es decir, en problemas en los que se trata de garantizar un comportamiento adecuado del sistema a pesar de la existencia de incertidumbres. Entre las diferentes propuestas que aparecen en la literatura acerca del control de sistemas inciertos, hay una en la cual los sistemas son descritos por medio de ecuaciones diferenciales, las incertidumbres son modeladas determinísticamente y se utilizan técnicas de Lyapunov para diseñar los controladores realimentados que hacen que el sistema sea *prácticamente estable*.⁽¹⁾ Este tipo de solución ha sido adoptado en trabajos previos en control activo de estructuras.⁽²⁻⁴⁾

Aunque mucha de la literatura ha utilizado controladores con parámetros

fijos, también se ha considerado el diseño de leyes de control adaptativo. ⁽⁵⁻⁶⁾ En este contexto el término *adaptativo* significa que la ley de control está parametrizada por una variable de ganancia cuyo valor es autosintonizado de acuerdo con alguna ley diseñada apropiadamente. La ley de control descrita en este capítulo entra en esta categoría y se enfoca hacia el desarrollo de controladores adaptativos dirigidos a sistemas mecánicos no lineales acoplados, que puedan ser descompuestos en dos subsistemas con control realimentado actuando sobre uno de ellos. Aunque la ley de control se desarrolla en el contexto general de esta clase de sistemas, se toma como prototipo el caso del control activo de estructuras de edificación con aislamiento de base.

4.2 CLASE DE SISTEMAS

Consideramos un tipo de sistema mecánico incierto Σ con n grados de libertad y $n_c < n$ entradas de control, el cual está formado por dos subsistemas acoplados, donde cada sistema Σ_c y Σ_r tiene n_c y n_r grados de libertad respectivamente, con $n = n_c + n_r$ y cuyas ecuaciones del movimiento se describen de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \Sigma_r : \quad & M_r(q_r(t))\ddot{q}_r(t) + g_r(q_r(t), \dot{q}_r(t)) = h(q_c(t), \dot{q}_c(t)), \\ & (q_r(t_0), \dot{q}_r(t_0)) = (q_r^0, v_r^0) \\ \Sigma_c : \quad & M_c(q_c(t))\ddot{q}_c(t) + g_c(t, q_r(t), \dot{q}_r(t), q_c(t), \dot{q}_c(t)) = u(t), \\ & (q_c(t_0), \dot{q}_c(t_0)) = (q_c^0, v_c^0). \end{aligned} \tag{1}$$

Aquí, $q_r(t) \in \mathbb{R}^{n_r}$, $q_c(t) \in \mathbb{R}^{n_c}$ son los vectores de coordenadas generalizadas y $u(t) \in \mathbb{R}^{n_c}$ es el vector de fuerzas de control, las matrices M_r y M_c representan inercias, y las funciones g_r , h , g_c modelan el amortiguamiento, rigidez, acoplamiento y efectos de Coriolis como fuente de perturbaciones en el sistema general.

La descripción la clase de sistemas Σ se completa enunciando las siguientes hipótesis:

Hipótesis S1. La función M_r es continua y con inversa uniformemente acotada, esto es que para algún escalar positivo (desconocido) $\tilde{m}$, se cumple que $\|M_r^{-1}(q_r)\| \leq \tilde{m}$ para todo $q_r \in \mathbb{R}^{n_r}$.

Hipótesis S2. La función M_c es continua tal que para algunos escalares positivos (desconocidos) $\overline{m}$, $\underline{m}$ y la función μ continua y conocida, se cumple que para todo $q_c \in \mathbb{R}^{n_c}$: (i) $\|M_c^{-1}(q_c)\| \leq \overline{m}\mu(q_c)$, y (ii) $M_c^{-1}(q_c) \geq \underline{m}I$

Hipótesis S3. La función g_r es continua.

Hipótesis S4. La función h es continua, con $h(0, 0) = 0$.

Hipótesis S5. Con $h \equiv 0$, el subsistema Σ_r es asintóticamente estable en forma cuadrática, es decir existe una forma cuadrática (desconocida) definida positiva V_r tal que

$$\frac{d}{dt}V_r(q_r(t), \dot{q}_r(t)) \leq -cV_r(q_r(t), \dot{q}_r(t))$$

para algún escalar c positivo (desconocido) y para casi todo t en todas las soluciones $(q_r, \dot{q}_r)(\cdot)$.

Hipótesis S6. La función g_c es del tipo Carathéodory, es decir, medible en t y continua en todos los demás argumentos, tal que para alguna función continua y conocida γ y algún escalar (desconocido) α , se cumple:

$$\|g_c(t, q_r, v_r, q_c, v_c)\| \leq \alpha\gamma(q_r, v_r, q_c, v_c)$$

para casi todo $t \in \mathbb{R}$ y todo $(q_r, v_r, q_c, v_c) \in \mathbb{R}^{2n}$.

De esta manera, el controlador solo dispone de la siguiente información *a priori* del sistema: el par de funciones continuas γ y μ . Se hace hincapié en que los parámetros $\tilde{m}$, $\underline{m}$, $\overline{m}$ y α , que acotan las incertidumbres son desconocidos.

El problema de control puede ser propuesto en los siguientes términos: Existe una estrategia adaptativa realimentada, definida por un $\lambda > 0$, en la que para todo sistema (desconocido para el controlador) del tipo Σ , toda solución obtenida por medio del control realimentado a partir de los valores iniciales del problema (1) tiende asintóticamente a una bola centrada en cero en $\mathbb{R}^n$ de radio $\rho(\lambda)$, donde $\rho(\lambda) \rightarrow 0$ cuando $\lambda \rightarrow 0$? Más adelante estas cuestiones se contestarán afirmativamente por medio de la construcción de una estrategia realimentada.

4.3 CONTROL ACTIVO DE ESTRUCTURAS CON AISLAMIENTO DE BASE

En la ingeniería civil, en el campo de las estructuras, existe un gran interés por reducir la respuesta de estructuras sometidas a movimientos sísmicos. En los últimos años para reducir la respuesta de la estructura se han propuesto sistemas de control híbrido, los cuales combinan aislamientos de base con sistemas de control activo.

Los sistemas de aislamiento de base desacoplan a la estructura del terreno por medio de dispositivos reemplazables, colocados entre el edificio y su cimentación,

capaces de absorber parte de la energía inducida por los terremotos.⁽⁷⁾ El aislamiento de la base reduce tanto el desplazamiento relativo entre pisos como la aceleración absoluta de la estructura. De esta manera la estructura tiende a comportarse como un sólido rígido, presentando a cambio un desplazamiento importante en la base. Es de señalar que estos sistemas dependen de la frecuencia de la excitación. Por lo tanto, dichos sistemas no pueden ser utilizados en el caso de estructuras muy altas o pesadas, ya que debido a la magnitud de las fuerzas dinámicas involucradas se presenta el riesgo de dañar la estabilidad global de la estructura. Por ello el objetivo de la componente de control activo es reducir el desplazamiento de la base por medio de fuerzas aplicadas sobre ella. Desde un punto de vista práctico, este esquema de control híbrido es atractivo ya que es posible llevar a cabo el objetivo previamente mencionado por medio de una única fuerza, la cual no excede los límites aceptables para aislamientos de alta flexibilidad. Además el control activo no depende del contenido frecuencial de la excitación dinámica. Desde un punto de vista teórico, el desarrollo de una ley de control que calcule la fuerza de control activo presenta dificultades debido al comportamiento no lineal del aislamiento de base y a las incertidumbres que se presentan al modelar el sistema estructura-aislamiento al igual que la excitación sísmica.

En la referencia (2) se propone una ley de control robusta para sistemas lineales. También se ha propuesto la aplicación de control predictivo⁽⁸⁾ y una forma de control bang-bang⁽⁹⁾, todo esto para sistemas lineales. En la referencia (10) se ha considerado la no linealidad del aislamiento, suponiendo que no se presentan incertidumbres en el modelo estructura-base. También han sido publicados recientemente algunos ensayos a pequeña escala de sistemas híbridos.⁽¹¹⁻¹²⁾

El problema de control híbrido que se está tratando es del mismo tipo que los sistemas descritos por las ecuaciones (1). A continuación se desarrollan las ecuaciones que gobiernan el movimiento del problema.

El comportamiento dinámico de la estructura con sistema de control híbrido se puede describir por medio de un modelo formado por dos sistemas acoplados: Σ_r (la estructura) y Σ_c (la base). Se supone que la estructura presenta un comportamiento lineal debido al efecto del aislamiento, presentando éste un comportamiento no lineal. El vector q_r representa el desplazamiento horizontal de los n grados de libertad respecto a un sistema de referencia inercial, mientras que el desplazamiento de la base es descrito por un solo grado de libertad con desplazamiento horizontal q_c relativo al sistema de referencia inercial antes mencionado. La excitación dinámica es producida por un movimiento sísmico horizontal del terreno, definido por su desplazamiento $d(t)$ y su velocidad $v(t)$. Una sola fuerza de control $u(t)$ actúa sobre la base de la estructura. De esta manera la ecuación del movimiento es

$$\begin{aligned}
\Sigma_r : \quad & M\ddot{q}_r + C\dot{q}_r + Kq_r = CJ\dot{q}_c + KJq_c \\
\Sigma_c : \quad & m_b\ddot{q}_c + [c_b + J^T C J]\dot{q}_c + [k_b + J^T K J]q_c \\
& - J^T C\dot{q}_r - J^T Kq_r - c_b v - k_b d + f(q_c, \dot{q}_c, d, v) = u
\end{aligned} \tag{2}$$

donde M , C y K son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de la estructura, respectivamente. El vector J expresa el movimiento de sólido rígido de acuerdo a los grados de libertad del modelo. m_b , c_b y k_b son la masa, amortiguamiento y rigidez de la base. Los dos últimos parámetros corresponden a las fuerzas elásticas y de amortiguamiento que aparecen en la base debido al efecto lineal del aislamiento; f es una fuerza horizontal adicional producida por la no linealidad del aislamiento en la base de la estructura.

Para que las hipótesis desde S1 hasta S5 sean válidas M debe ser invertible, $m_b > 0$ y las matrices C y K definidas positivas. La hipótesis S6 se verifica si las siguientes condiciones se cumplen:

$$\|c_b v(t) + k_b d(t)\| \leq \nu \tag{3}$$

$$\|f(q_c, \dot{q}_c, d, v)\| \leq \alpha' \gamma'(q_c, \dot{q}_c) \tag{4}$$

para casi todo t y todo $(q_c, \dot{q}_c) \in \mathbb{R}^2$, siendo ν y α' unos escalares conocidos y γ' una función continua y conocida.

4.4 ESTRATEGIA ADAPTATIVA

Durante todo este apartado, se considera $\lambda > 0$. Primero se introduce alguna notación.

Se llama d_λ a la función definida (en $\mathbb{R}^{n_c}$, $\mathbb{R}^{n_r}$, $\mathbb{R}^{2n_c}$ o $\mathbb{R}^{2n_r}$ dependiendo del contexto) por

$$d_\lambda : v \mapsto \begin{cases} \|v\| - \lambda, & \|v\| \geq \lambda \\ 0, & \|v\| < \lambda \end{cases}$$

y s_λ a la función definida en $\mathbb{R}^{n_c}$ por

$$s_\lambda : v \mapsto \begin{cases} \|v\|^{-1} v, & d_\lambda(v) > 0 \\ \lambda^{-1} v, & d_\lambda(v) = 0 \end{cases}$$

La estrategia adaptativa propuesta, parametrizada por $\lambda > 0$, está dada por

$$\begin{aligned}
u(t) &= -k(t)U_\lambda(q_r(t), \dot{q}_r(t), q_c(t), p_c(t)) \\
p_c(t) &= \dot{q}_c(t) + \eta q_c(t) \\
\dot{k}(t) &= K_\lambda(q_r(t), \dot{q}_r(t), q_r(t), p_r(t)) \\
k(t_0) &= k^0,
\end{aligned} \tag{5}$$

donde $\eta > 0$ (parámetro de diseño) es de libre elección, y las funciones U_λ y K_λ se definen como sigue

$$\begin{aligned}
U_\lambda : (q_r, v_r, q_c, p_c) &\mapsto p_c + \gamma_\mu(q_r, v_r, q_c, p_c)s_\lambda(p_c) \\
K_\lambda : (q_r, v_r, p_c) &\mapsto d_\lambda(p_c) [\|p_c\| + \gamma_\mu(q_r, v_r, q_c, p_c)] \\
\gamma_\mu : (q_r, v_r, q_c, p_c) &\mapsto \mu(q_c)\gamma(q_r, v_r, q_c, p_c - q_c)
\end{aligned} \tag{6}$$

4.5 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

La representación general del sistema controlado en $\mathbb{R}^N$, con $N = 2(n_r + n_c) + 1$ se convierte ahora en

$$\begin{aligned}
M_r(q_r(t))\ddot{q}_r(t) + g_r(q_r(t), \dot{q}_r(t)) &= h(q_c(t), p_c(t) - q_c(t)) \\
\dot{q}_c(t) &= -\eta q_c(t) + p_c(t) \\
\dot{p}_c(t) &= P_\lambda(t, q_r(t), \dot{q}_r(t), q_c(t), p_c(t), k(t)) \\
\dot{k}(t) &= K_\lambda(q_r(t), \dot{q}_r(t), q_c(t), p_c(t)) \\
(q_r(t_0), \dot{q}_r(t_0), q_c(t_0), p_c(t_0), k(t_0)) &= (q_r^0, v_r^0, q_c^0, p_c^0, k^0) =: x^0 \in \mathbb{R}^N
\end{aligned} \tag{7}$$

donde la función P_λ está dada por

$$\begin{aligned}
P_\lambda(t, q_r, v_r, q_c, p_c, k) &:= p_c - \eta q_c - M_c^{-1}(q_c)[g_c(t, q_r, v_r, q_c, p_c - \eta q_c) \\
&\quad + kU_\lambda(q_r, v_r, q_c, p_c)]
\end{aligned}$$

Definiendo $x(t) = (q_r(t), \dot{q}_r(t), q_c(t), p_c(t), k(t))$, también puede escribirse

$$\dot{x}(t) = F_\lambda(t, x(t)), \quad x(t_0) = x^0 \tag{8}$$

donde

$$\begin{aligned}
F_\lambda : x = (q_r, v_r, q_c, p_c, k) &\mapsto \\
&\left(v_r, M_r^{-1}[h(q_c, p_c - \eta q_c) - g_r(q_r, v_r)], -\eta q_c + p_c, P_\lambda(t, x), K_\lambda(x) \right).
\end{aligned}$$

Este sistema cumple la condición clásica de Carathéodory y así, para todo $(t_0, x^0) \in \mathbb{R}^N$, el problema de valor inicial anterior tiene una solución y toda solución puede extenderse a una solución máxima.

En el intervalo $[0, \infty)$, se define

$$\hat{h} : \lambda \mapsto \sup\{\|h(q_c, p_c - \eta q_c)\| \mid d_\lambda(q_c) = 0 = d_\lambda(p_c)\},$$

la cual, en virtud de la hipótesis S4, es continua con $\hat{h}(\lambda) \rightarrow 0$ cuando $\lambda \rightarrow 0$.

Teorema 1.

Sean $\lambda > 0$ y $(t_0, x^0) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^N$.

Para toda solución máxima $x(\cdot) = (q_r, \dot{q}_r, q_c, p_c, k)(\cdot) : [t_0, \omega) \rightarrow \mathbb{R}^N$ del problema de valores iniciales (7) [equivalentemente (8)],

(i) $\omega = \infty$;

(ii) $\lim_{t \rightarrow \infty} k(t)$ existe y es finito;

(iii) $d_\lambda(q_c(t)), d_\lambda(p_c(t)) \rightarrow 0$ como $t \rightarrow \infty$;

(iv) para algún escalar positivo c , $d_{c\hat{h}(\lambda)}(q_r(t), \dot{q}_r(t)) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$.

Demostración. Sea V la función C^1

$$V : p_c \mapsto \frac{1}{2} d_\lambda^2(p_c).$$

Entonces, para casi todo $t \in \mathbb{R}$ y todo $x = (q_r, v_r, q_c, p_c, k) \in \mathbb{R}^N$, se tiene

$$\langle \nabla V(p_c), P_\lambda(t, x) \rangle \leq d_\lambda(p_c) [\|q_c\| + (\alpha \bar{m} - \underline{m}k) \gamma_\mu(q_r, v_r, q_c, p_c) + (1 - \underline{m}k) \|p_c\|]$$

Definiendo $k^* := \underline{m}^{-1}(1 + \alpha \bar{m})$, obtenemos lo siguiente

$$\frac{d}{dt} V(p_c(t)) \leq -\underline{m}(k(t) - k^*) \dot{k}(t) + d_\lambda(p_c(t)) \|q_c(t)\|$$

para casi todo $t \in [t_0, \omega)$. Integrando ahora con $c_0 := V(p_c^0) + \frac{1}{2} \underline{m}(k^0 - k^*)^2$,

$$0 \leq V(p_c(t)) \leq c_0 - \frac{1}{2} \underline{m}(k(t) - k^*)^2 + \int_{t_0}^t d_\lambda(p_c(s)) \|q_c(s)\| ds$$

el cual es válido para todo $t \in [t_0, \omega)$.

Se demuestra a continuación un aspecto técnico

Proposición. Para algún escalar positivo c_1 ,

$$\int_{t_0}^t d_\lambda(p_c(s)) \|q_c(s)\| ds \leq c_1 \int_{t_0}^t [d_\lambda(p_c(s)) + d_\lambda^2(p_c(s))] ds$$

para todo $t \in [t_0, \omega)$.

Demostración. Primero se observa que

$$\begin{aligned} \|q_c(s)\| &\leq \|q_c^0\| + \int_{t_0}^s e^{-(s-\sigma)} \|p_c(\sigma)\| d\sigma \leq \|q_c^0\| + \int_{t_0}^s e^{-(s-\sigma)} [d_\lambda(p_c(\sigma)) + \lambda] d\sigma \\ &\leq \|q_c^0\| + \lambda + \int_{t_0}^s e^{-(s-\sigma)} d_\lambda(p_c(\sigma)) d\sigma. \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} &\int_{t_0}^t d_\lambda(p_c(s)) \|q_c(s)\| ds \\ &\leq (\|q_c^0\| + \lambda) \int_{t_0}^t d_\lambda(p_c(s)) ds + \int_{t_0}^t d_\lambda(p_c(s)) \int_{t_0}^s e^{-(s-\sigma)} d_\lambda(p_c(\sigma)) d\sigma ds \end{aligned}$$

Aplicando la desigualdad de Hölder al segundo término de la derecha,

$$\begin{aligned} &\int_{t_0}^t d_\lambda(p_c(s)) \int_{t_0}^s e^{-(s-\sigma)} d_\lambda(p_c(\sigma)) d\sigma ds \\ &\leq \left(\int_{t_0}^t d_\lambda^2(p_c(s)) ds \right)^{\frac{1}{2}} \left(\int_{t_0}^t e^{-2s} \left(\int_{t_0}^s e^\sigma d_\lambda(p_c(\sigma)) d\sigma \right)^2 ds \right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Integrando por partes en el último término de la derecha

$$\int_{t_0}^t e^{-2s} \left(\int_{t_0}^s e^\sigma d_\lambda(p_c(\sigma)) d\sigma \right)^2 ds \leq \int_{t_0}^t d_\lambda(p_c(s)) \int_{t_0}^s e^{-(s-\sigma)} d_\lambda(p_c(\sigma)) d\sigma ds.$$

de donde se puede afirmar

$$\int_{t_0}^t d_\lambda(p_c(s)) \int_{t_0}^s e^{-(s-\sigma)} d_\lambda(p_c(\sigma)) d\sigma ds \leq \int_{t_0}^t d_\lambda^2(p_c(s)) ds,$$

Volviendo a la demostración del teorema, tenemos que

$$0 \leq V(p_c(t)) \leq c_0 - \frac{1}{2} m(k(t) - k^*)^2 + c_1(1 + \lambda^{-1})(k(t) - k^0)$$

para todo $t \in [t_0, \omega)$. Por lo tanto, se ve que la función monótona creciente $k(\cdot)$ está acotada. Esto implica el acotamiento de $V(p_c(\cdot))$ y de esta manera $p_c(\cdot)$ es acotada, lo cual inmediatamente hace que $q_c(\cdot)$ sea acotada. Por medio de las hipótesis S1 y S5, se ve que $(q_r, \dot{q}_r)(\cdot)$ es acotado. Se tiene ahora que demostrar

que la solución $x(\cdot)$ es acotada y por lo tanto $\omega = \infty$. La afirmación (ii) del teorema es ahora una consecuencia del acotamiento y monotonía de $k(\cdot)$.

Para demostrar la afirmación (iii), se argumenta lo siguiente. Se observa que

$$d_\lambda(p_c(t))\|q_c(t)\| \leq d_\lambda(p_c(t))\lambda^{-1}\|p_c(t)\|\|q_c(t)\| \leq \lambda^{-1}\|q_c(t)\|\dot{k}(t)$$

y por lo tanto, debido al acotamiento de $q_c(\cdot)$, existe un escalar positivo c_2 tal que

$$d_\lambda(p_c(t))\|q_c(t)\| \leq c_2\dot{k}(t)$$

para casi todo $t \geq t_0$. Escribiendo $c_3 := \underline{m}(k^* - k^0) + c_2$, se concluye que

$$\frac{d}{dt}V(p_c(t)) \leq -\dot{k}(t) + (c_3 + 1)\dot{k}(t)$$

para casi todo $t \geq t_0$. Por lo tanto la función

$$W : (p_c, k) \mapsto V(p_c) - (1 + c_3)k$$

es tal que

$$\frac{d}{dt}W(p_c(t), k(t)) \leq -\dot{k}(t) \leq -d_\lambda(p_c(t))\|p_c(t)\| \quad (9)$$

para casi todo $t \geq t_0$. El acotamiento de la solución $x(\cdot)$ garantiza que ésta tiene un conjunto límite Ω no vacío. Ya que la solución tiende a su conjunto límite, se demuestra primero que

$$d_\lambda(p_c(t)) \longrightarrow 0 \quad \text{como } t \longrightarrow \infty$$

demostrando que $d_\lambda(\bar{p}_c) = 0$ para todo $\bar{x} = (\bar{q}_r, \bar{v}_r, \bar{q}_c, \bar{p}_c, \bar{k}) \in \Omega$. Para esto último supongamos lo contrario, es decir que existe $\bar{x} = (\bar{q}_r, \bar{v}_r, \bar{q}_c, \bar{p}_c, \bar{k}) \in \Omega$ y $\epsilon > 0$ tal que $d_\lambda(\bar{p}_c)\|\bar{p}_c\| > 2\epsilon$. Por continuidad, existe un $\tilde{\delta} > 0$ tal que

$$\|\xi - \bar{p}_c\| < \tilde{\delta} \implies d_\lambda(\xi)\|\xi\| > \epsilon.$$

Puesto que $\bar{x}$ es un punto límite, entonces existe una secuencia (t_j) con $t_j \longrightarrow \infty$ y

$$x(t_j) = (q_r(t_j), \dot{q}_r(t_j), q_c(t_j), p_c(t_j), k(t_j)) \longrightarrow \bar{x}$$

cuando $j \longrightarrow \infty$. Por medio de las suposiciones S1-S6, se verifica que existen $\bar{\delta} > 0$ y $R > 0$ tal que

$$\|x - \bar{x}\| < \bar{\delta} \implies \|F_\lambda(t, x)\| < R. \quad (10)$$

Se puede suponer $\bar{\delta} < \tilde{\delta}$. Por continuidad de W ,

$$W(p_c(t_j), k(t_j)) - W(\bar{p}_c, \bar{k}) < \frac{\epsilon \bar{\delta}}{4R} \quad (11)$$

para todo j suficientemente grande. Sea j^* tal que

$$\|x(t_j) - \bar{x}\| < \frac{1}{2} \bar{\delta} \quad \forall j > j^*.$$

Por medio de (7) y (9), se tiene que

$$\|p_c(t_j) - \bar{p}_c\| < \bar{\delta} \quad \forall t \in [t_j, t_j + (\bar{\delta}/(3R))]$$

la cual es válida para todo $j > j^*$. Por lo tanto, utilizando (8) para todo $j > j^*$, se tiene que

$$W(p_c(t_j), k(t_j)) - W(\bar{p}_c, \bar{k}) \geq \int_{t_j}^{t_j + (\bar{\delta}/(3R))} d_\lambda(p_c(t)) \|p_c(t)\| dt \geq \frac{\epsilon \bar{\delta}}{3R}$$

lo cual contradice la ecuación (10). Por lo tanto, $d_\lambda(p_c(t)) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Puesto que $\dot{q}_c(t) = -q_c(t) + p_c(t)$, también se tiene que $d_\lambda(q_c(t)) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. Con ello se concluye la afirmación (iii).

Finalmente, la afirmación (iv) es una consecuencia directa de las suposiciones S1 y S5.

Comentario. Por medio de este teorema, se ve que la estrategia adaptativa realimentada que se ha propuesto garantiza una forma práctica de estabilidad para los sistemas de la clase Σ . Esencialmente, para cualquier $\lambda > 0$ prefijado, el estado del subsistema $(q_c(t), p_c(t))$ tiende asintóticamente a esa bola (centrada en cero en $\mathbb{R}^{2n_c}$) de radio λ , y el estado del subsistema $(q_r(t), \dot{q}_r(t))$ tiende asintóticamente a una bola (centrada en cero en $\mathbb{R}^{2n_r}$) de radio $c\lambda$. Como quiera que el factor de escala $c > 0$ depende de la función desconocida h , no es calculable a partir de información *a priori* del sistema.

REFERENCIAS

1. LEITMANN, G., "Deterministic control of uncertain systems via a constructive use of Lyapunov stability theory", *Proceedings, of the 14th IFIP Conference on Systems Modelling and optimization, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 143, H.J. Sebastian and K. Trammer, Eds), Springer-Verlag, New York, 38-55, 1990.

2. KELLY, J. M., LEITMANN, G. y SOLDATOS, A., "Robust control of base-isolated structures under earthquake excitation", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **53**, 159-181, 1987.
3. CHEN, Y. H. y PIONTEK, J., "Robust modal control of distributed parameter systems with uncertainty, ", *Proceedings, of American Control Conference*, San Diego, USA, 2014-2019, 1990.
4. RODELLAR, J., LEITMANN, G. y RYAN, E. P., "Output feedback control of uncertain coupled systems", *International Journal of Control*, **58**(2), 445-457, 1993.
5. CORLESS, M. y LEITMANN, G., "Adaptative control of systems containing uncertain functions and unknown functions with uncertain bounds", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **41**, 155-168, 1983.
6. RYAN, E. P., "A universal adaptative stabilizer for a class of nonlinear systems", *Systems and Control Letters*, **16**, 219-218, 1991.
7. SKINNER, R. I., ROBINSON, W. H., y McVERRY G.,H., *An Introduction to Seismic Isolation*, Jhon Wiley & Sons, Chichester, 1993.
8. INAUDI, J., LÓPEZ ALMANSA, F., KELLY, J. M., y RODELLAR, J., "Predictive control of base isolated structures", *Earthquake Engineering, and Structural Dynamics*, **16**, 471-482, 1992.
9. INAUDI, J., KELLY, J. M., "A simple active base isolation scheme", in *8th VPI & Symposium on Dynamics and Control of Large Structures*, Blacksburg, VA, USA, 219-231, 1991.
10. YANG, J. N., LI, Z., DANIELIANS, A. y LIU, S. C., "Aseismic hybrid control of nonlinear and hysteretic structures, I and II", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, **118**(7), 1423-1456, 1992.

CAPÍTULO 5

IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROL ACTIVO

5.1 OBJETIVO DEL CONTROL

El sistema de control híbrido cuyo efecto reductor de la respuesta sísmica de edificios se estudia en esta monografía está constituido por un aislamiento de base pasivo y una fuerza de control activo que se aplica sobre la base del edificio. La definición del objetivo que debe satisfacer una ley de control que genere la mencionada fuerza, debe examinarse a partir del comportamiento del sistema estructura-aislamiento de base en condiciones puramente pasivas. Cuando el sistema pasivo está bien diseñado, la estructura sometida a acciones sísmicas experimenta unos desplazamientos relativos entre pisos muy reducidos, aproximándose su comportamiento a uno de sólido rígido. Sin embargo el desplazamiento que experimenta la base puede llegar a ser considerable, por lo que el objetivo fundamental de la aplicación de la fuerza de control es el de reducir dicho desplazamiento. No obstante, esta fuerza puede tener un efecto perjudicial en la estructura, aumentando sus desplazamientos entre pisos. Por tanto, la ley de control debe tratar también de acotar este efecto negativo de la fuerza de control.

En la el Capítulo 4 se ha formulado una ley de control para una clase de sistemas mecánicos no lineales que pueden descomponerse en dos subsistemas acoplados, sobre uno de los cuales se aplican fuerzas de control activo. Bajo ciertas hipótesis, el control formulado garantiza una forma de estabilidad práctica en los términos siguientes: el estado del subsistema controlado tiende a un entorno de su estado de equilibrio arbitrariamente pequeño, mientras que el estado del subsistema acoplado (sobre el que no actúa control) tiende a otro entorno pequeño de su estado de equilibrio. El control tiene una naturaleza no lineal y adaptativa que no requiere un conocimiento previo de los parámetros del sistema, ni de la excitación exterior, por lo que es idóneo para sistemas con incertidumbres.^(1,2)

El problema de control estructural híbrido que se plantea aquí puede en-

tenderse como perteneciente a la clase más general del problema resuelto en el Capítulo 4. En este caso, el subsistema sobre el que actúa el control es la base estructural y el otro subsistema es la estructura. El objetivo del control es el de asegurar que la base tienda asintóticamente a un entorno arbitrariamente pequeño alrededor del equilibrio, al mismo tiempo que se asegura la convergencia asintótica de la respuesta del edificio hacia un entorno de su estado de equilibrio.

En este capítulo se particulariza la ley de control del Capítulo 4 al problema de un edificio con aislamiento de base. En primer lugar, se completa la descripción del sistema con unas hipótesis requeridas por la ley de control y que permiten garantizar teóricamente el objetivo planteado. Posteriormente se formula la ley de control, se discute la estabilidad y se indican los principales aspectos a considerar para su aplicación práctica.

5.2 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Se considera un edificio apoyado sobre un sistema de aislamiento, tal como el que se muestra en la figura 5.1, en la cual el aislamiento es la componente pasiva del sistema híbrido. Su componente activa consiste en un actuador que aplica fuerzas de control sobre la base del edificio. El sistema global que se analiza está constituido por dos subsistemas acoplados: Σ_r —edificio— y Σ_c —base con aislamiento—.

El movimiento del edificio se describe mediante un vector $\mathbf{D}$ que representa el desplazamiento horizontal según sus n grados de libertad respecto a un sistema de referencia inercial. Además se supone que la base tiene un único grado de libertad —su traslación d_b en la dirección del terremoto—. La excitación es producida por un movimiento sísmico horizontal caracterizado por un desplazamiento $d(t)$ y por una velocidad $v(t)$. Sobre la base de la estructura actúa horizontalmente y en la dirección del movimiento una fuerza de control activo $u(t)$. Las ecuaciones del movimiento del edificio, en la hipótesis de que su comportamiento es lineal debido al efecto del aislamiento de base, vienen dadas por

$$\Sigma_r : \quad \mathbf{M}\ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{D}} + \mathbf{K}\mathbf{D} = \mathbf{C}\mathbf{J}\dot{d}_b + \mathbf{K}\mathbf{J}d_b \quad (5.1)$$

Esta ecuación es del mismo tipo que (2.1), correspondiente al sistema pasivo. La ecuación del movimiento de la base es

$$\begin{aligned} \Sigma_c : \quad m_b\ddot{d}_b + [c_b + \mathbf{J}^T\mathbf{C}\mathbf{J}]\dot{d}_b + [k_b + \mathbf{J}^T\mathbf{K}\mathbf{J}]d_b \\ - \mathbf{J}^T\mathbf{C}\dot{\mathbf{D}} - \mathbf{J}^T\mathbf{K}\mathbf{D} - c_b v - k_b d + f = u \end{aligned} \quad (5.2)$$

donde la fuerza horizontal no lineal f que actúa sobre la base de la estructura viene definida por la ecuación (2.6) o (2.9) según el tipo de apoyo que se utilice. Obsérvese que la única diferencia entre la ecuación (2.2) correspondiente al edificio con aislamiento de base pasivo y la ecuación (5.2) es la presencia de la fuerza de control u en esta última.

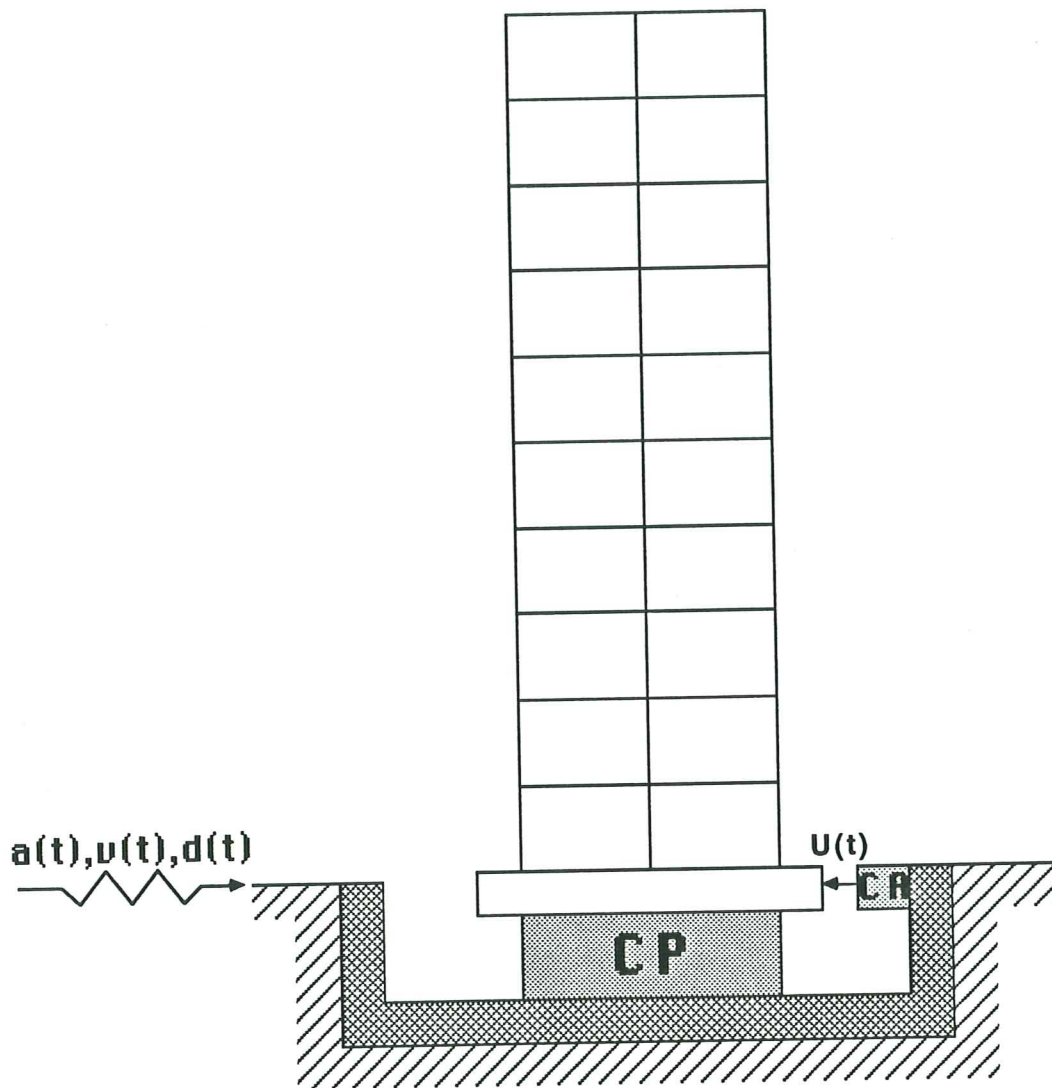


Figura 5.1 Estructura de edificación con sistema híbrido de control. CP – sistema de control pasivo. CA – sistema de control activo.

5.3 HIPÓTESIS SOBRE EL SISTEMA

La formulación de la ley de control requiere completar la descripción del sistema con las siguientes hipótesis:

1. La matriz de masa $\mathbf{M}$ se considera desconocida, pero se supone que tiene inversa y que existe una constante (desconocida) m tal que $\|\mathbf{M}^{-1}\| \leq m$.
2. La masa m_b de la base se supone desconocida pero existen constantes, también desconocidas, m_{b1} y m_{b2} tales que $m_{b1} \leq m_b \leq m_{b2}$.
3. En ausencia de acoplamiento, el sistema Σ_r es asintóticamente estable.

4. Sea

$$\begin{aligned} g(t, d_b, \dot{d}_b, \mathbf{D}, \dot{\mathbf{D}}) = & -c_b v(t) - k_b d(t) + [c_b + \mathbf{J}^T \mathbf{C} \mathbf{J}] \dot{d}_b \\ & + [k_b + \mathbf{J}^T \mathbf{K} \mathbf{J}] d_b - \mathbf{J}^T \mathbf{C} \dot{\mathbf{D}} - \mathbf{J}^T \mathbf{K} \mathbf{D} + f(d_b, \dot{d}_b) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Esta función incluye los efectos de amortiguamiento, rigidez, acoplamiento con la estructura, no linealidades de los apoyos y excitación exterior sobre la base, tal como los describen las ecuaciones (5.1) y (5.2). Nótese que g es una función continua en sus argumentos $d_b, \dot{d}_b, \mathbf{D}, \dot{\mathbf{D}}$. En cuanto al tiempo, se supone que g es medible, lo que es lo mismo que suponer que esta condición se cumple también para la excitación definida por $d(t)$ y $v(t)$. g se considera desconocida, pero se supone que existe una constante desconocida α y una función continua conocida γ tal que:

$$|g(t, d_b, \dot{d}_b, \mathbf{D}, \dot{\mathbf{D}})| \leq \alpha \gamma(d_b, \dot{d}_b, \mathbf{D}, \dot{\mathbf{D}}) \quad (5.4)$$

Puede observarse ahora cual es la clase de incertidumbres que se considera en el sistema, ya que toda la información requerida acerca del mismo para el diseño de la ley de control es la función continua γ . Es interesante remarcar que incluso los parámetros de acotación m, m_{b1}, m_{b2} y α son desconocidos. La función γ debe particularizarse para el problema de control híbrido que se quiere solucionar.

5.4 ESTRATEGIA DE CONTROL

Sean $\lambda > 0$ y $\bar{k} > 0$ parámetros especificados. La estrategia de control aplicada al caso aquí estudiado se define en la forma

$$u(t) = -k(t)[d_b(t) + \dot{d}_b(t) + \gamma(d_b, \dot{d}_b, \mathbf{D}, \dot{\mathbf{D}})s_\lambda(d_b + \dot{d}_b)] \quad (5.5)$$

$$\dot{k}(t) = \bar{k}[|d_b(t) + \dot{d}_b(t)| + \gamma(d_b, \dot{d}_b, \mathbf{D}, \dot{\mathbf{D}})]d_\lambda(d_b, \dot{d}_b) \quad (5.6)$$

$$k(0) = k_0 \quad (\text{condición inicial dada}) \quad (5.7)$$

Para implementarla, hay que calcular en cada instante t el control $u(t)$ usando la ecuación (5.5). Para ello se necesita resolver numéricamente la ecuación (5.6) bajo la condición inicial dada (5.7). En las ecuaciones (5.5), (5.6) y (5.7), s_λ, d_λ son funciones definidas en la forma

$$s_\lambda(d_b, \dot{d}_b) = \begin{cases} \frac{d_b + \dot{d}_b}{|d_b + \dot{d}_b|}, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| \geq \lambda \\ \frac{d_b + \dot{d}_b}{\lambda}, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| < \lambda \end{cases} \quad (5.8)$$

$$d_\lambda(d_b, \dot{d}_b) = \begin{cases} |d_b + \dot{d}_b| - \lambda, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| \geq \lambda \\ 0, & \text{si } |d_b + \dot{d}_b| < \lambda \end{cases} \quad (5.9)$$

El paso previo esencial requerido para la aplicación de la estrategia de control es la definición de la función γ , que depende del sistema controlado.

5.5 APLICACIÓN DE LA LEY DE CONTROL

La definición de la función $\gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})$ requiere acotar la función g expresada en la ecuación (5.3), tal como indica la expresión (5.4). Observando los términos de la ecuación (5.3) puede escribirse

$$|g(t, d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})| |g'(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})| + |e(t)| + |f(d_b, \dot{d}_b, d(t), v(t))| \quad (5.10)$$

donde se han utilizado las siguientes notaciones:

$$g'(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) = [c_b + J^T C J] \dot{d}_b + [k_b + J^T K J] d_b - J^T C \dot{D} - J^T K D \quad (5.11)$$

$$e(t) = c_b v(t) + k_b d(t) \quad (5.12)$$

Para g' puede demostrarse la desigualdad

$$|g'(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})| \leq \varepsilon [d_b^2 + \dot{d}_b^2 + D_1^2 + \dots + D_n^2 + \dot{D}_1^2 + \dots + \dot{D}_n^2]^{1/2} \quad (5.13)$$

donde ε es el siguiente escalar:

$$\varepsilon = [(c_b + J^T C J)^2 + (k_b + J^T K J)^2 + (J^T C)_1^2 + \dots + (J^T C)_n^2 + (J^T K)_1^2 + \dots + (J^T K)_n^2]^{1/2} \quad (5.14)$$

$e(t)$ depende de la excitación sísmica. Considerando que tanto el desplazamiento $d(t)$ como la velocidad $v(t)$ del movimiento sísmico del terreno son acotados, puede escribirse

$$|e(t)| \leq \nu \quad (5.15)$$

siendo ν una constante.

Para definir la función $\gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})$ se debe disponer de un modelo que describa las características del sistema de aislamiento a través de la fuerza f de

la ecuación (5.3). Si se considera, por ejemplo, un aislador histerético del tipo utilizado en el Apartado 2.2, la fuerza producida por el apoyo sobre la estructura viene dada por la ecuación (2.6). Si el apoyo es de tipo friccional, como el descrito en el Apartado (2.3), puede describirse mediante la ecuación (2.9). Generalmente la fuerza f en la ecuación (5.2) puede ser del tipo descrito por la ecuación (2.6), del tipo (2.9) o una combinación de los dos, con lo cual cumple la condición

$$|f| \leq \xi \quad (5.16)$$

Si, por ejemplo, se considera que se combinan los dos tipos de fuerza, utilizando las ecuaciones (5.13), (5.15) y (5.16) en (5.10) puede verse fácilmente que

$$|g(t, d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D})| \leq \alpha \gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) \quad (5.17)$$

donde

$$\alpha = [\varepsilon^2 + (\nu + \xi)^2]^{1/2} \quad (5.18)$$

$$\gamma(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}) = [d_b^2 + \dot{d}_b^2 + D_1^2 + \dots D_n^2 + \dot{D}_1^2 + \dots \dot{D}_n^2 + 1]^{1/2} \quad (5.19)$$

Obsérvese que, de acuerdo con la ecuación (5.18), α depende de las características de la estructura, de la base, de los sistemas de aislamiento y de la acción sísmica. Es importante recalcar que el valor de α no se requiere en la implementación de la ley de control. De esta manera no es necesario conocer todas las características del sistema, pudiéndose considerar algunas como inciertas. Sin embargo, γ es una función conocida necesaria en la implementación, tal como puede verse en las ecuaciones (5.5), (5.6) y (5.7). Para dicha implementación se deben utilizar en las ecuaciones (5.5), (5.6), (5.7), (5.8) y (5.9) los valores de los desplazamientos y de las velocidades proporcionados por sensores, a fin de calcular la fuerza de control $u(t)$. También es necesario fijar los valores de λ , k_0 y $\bar{k}$. Entre estos parámetros, el más importante es λ , que define el entorno de estabilidad y que tiene una influencia determinante en alcanzar los objetivos del control.

5.6 ANÁLISIS DE ESTABILIDAD

Sustituyendo las ecuaciones (5.5), (5.6) y (5.7) que definen la estrategia de control en las ecuaciones (5.1) y (5.2) del sistema, puede considerarse que el sistema global controlado está caracterizado por unas variables de estado $(d_b, \dot{d}_b, D, \dot{D}, k)$. Puede llevarse a cabo un análisis de su estabilidad similar al desarrollado con todo detalle en el Capítulo 4. Aquí se presentan únicamente las principales conclusiones de dicho análisis, aplicadas al problema del edificio con aislamiento de base. Para $\lambda > 0$ y una condición inicial cualquiera del sistema, puede demostrarse que se cumplen las siguientes propiedades:

- (1) $\lim_{t \rightarrow \infty} k(t)$ existe y es finito.

- (2) El estado de la base, caracterizado por sus coordenadas $(d_b, \dot{d}_b)$, tiende asintóticamente a una bola de radio λ centrada en el cero.
- (3) El estado de la estructura, caracterizado por los vectores $\mathbf{D}$ y $\dot{\mathbf{D}}$, tiende asintóticamente a una bola de radio proporcional a λ , con la salvedad de que la constante de proporcionalidad depende de los términos de acoplamiento $\mathbf{CJ}\dot{d}_b + \mathbf{KJ}d_b$ en la ecuación (5.1) y no es, por tanto, calculable usando información conocida a priori del sistema.

5.7 ESTRATEGIA DE CONTROL MODIFICADA

La estrategia de control adaptativo calcula siempre fuerzas de control, aunque la respuesta se encuentre dentro de la bola de radio $\rho(\lambda)$ centrada en cero. El objeto de este cálculo es el de no dejar que la respuesta se salga dicha bola, una vez que se encuentre dentro de ella.

Se puede aplicar una estrategia de control alternativa, de gran interés práctico, en la que se condiciona la acción de la fuerza de control de manera que si la respuesta se encuentra dentro de la bola de radio $\rho(\lambda)$, no se apliquen fuerzas sobre la base. Solamente en el caso de que la respuesta se salga de la bola, se calcula la fuerza necesaria para llevarla dentro de la misma. Esta estrategia permite un ahorro de energía en la generación de la fuerza de control, ya que de esta manera el actuador no funciona de forma permanente. Más adelante, en el Capítulo 6 se llevará a cabo una comparación entre las dos estrategias y se podrá ver el efecto de esta condición sobre el sistema analizado.

REFERENCIAS

1. RODELLAR, J. y RYAN, E. P., "Adaptive control of uncertain coupled mechanical systems", 12th IFAC World Congress, Sydney, Australia, 1993.
2. RODELLAR, J., RYAN, E. P., y BARBAT, A. H., "Adaptive control of uncertain coupled mechanical systems: Application to base-isolated buildings", Centro Internacional de Métodos en Ingeniería, CIMNE, Publicación 45, Barcelona, 1994.
3. BARBAT, A. H., RODELLAR, J., RYAN, E. P. y MOLINARES, N., "Comportamiento sísmico de edificios con un sistema no lineal de control híbrido", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 9(2), 201-220, 1993.
4. BARBAT, A. H., RODELLAR, J., RYAN, E. P. y MOLINARES, N., "Hybrid control of buildings with nonlinear base isolation", Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Publicación 46, Barcelona, 1994.
5. RODELLAR, J., LEITMANN, G. y RYAN, E. P., "Output feedback control of uncertain coupled systems", *International Journal of Control*, 58(2), 445-457, 1993.
6. RYAN, E. P., "A universal adaptive stabilizer for a class of nonlinear systems", *Systems and Control Letters*, 16, 219-218, 1991.
7. SOONG, T. T., *Active Structural Control. Theory & Practice*, Longman Scientific & Technical, Harlow, U.K., 1990.

CAPÍTULO 6

SIMULACIÓN NUMÉRICA DE ENSAYOS DE CONTROL HÍBRIDO

6.1 OBJETIVOS DE LA EVALUACIÓN

En este capítulo se simula la respuesta dinámica de edificios con un sistema de control híbrido como el de la figura 6.1. El problema que se plantea es el de evaluar la mejora experimentado por el comportamiento sísmico de la estructura con sistema pasivo de aislamiento de base al aplicar una fuerza de control activo sobre la base. Dicha fuerza se calcula mediante la ley adaptativa desarrollada en el capítulo 5. Un caso de especial interés del estudio es aquel en que la frecuencia de la excitación coincide con la del aislamiento, produciéndose desplazamientos muy grandes de la base e importantes amplificaciones de la respuesta de la estructura. Esto puede ocurrir cuando conociéndose bien el rango de frecuencias predominantes de los terremotos esperados, debido a un mal diseño, la frecuencia del sistema de aislamiento no es la adecuada o cuando no se predicen correctamente las características de los sismos esperados produciéndose uno inesperado.

Las tres principales componentes del sistema híbrido, cuya influencia en el comportamiento global del sistema se analizan en lo siguiente son: la estructura, el aislamiento de la base y la ley de control adaptativo.

La estructura. Para examinar el comportamiento de un amplio rango de tipo de estructuras se considera un modelo de un solo grado de libertad al cual se le varia la rigidez y se le calcula su respuesta máxima para de esta manera realizar un estudio frecuencial. Dicho estudio se lleva a cabo para dos tipos de terremotos diferentes, el de El Centro (1940) y el de ciudad de México (1985). Se escogen estos dos terremotos por que el de El Centro presenta frecuencias altas y el de México presenta una frecuencia predominante baja. También se considera una estructura de diez grados de libertad con características fijas, la cual se somete a cuatro diferentes terremotos y se analiza su respuesta máxima en todos los casos.

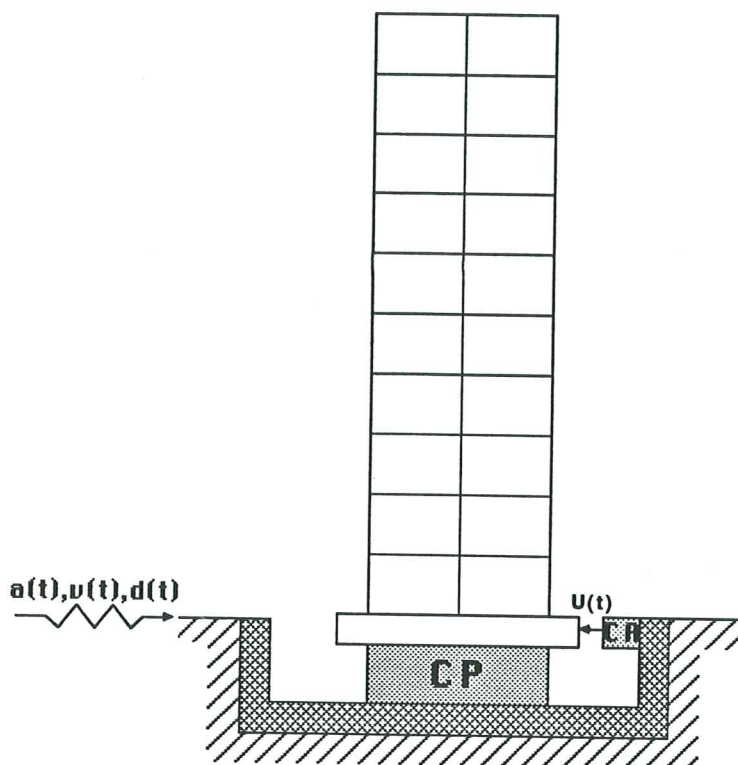


Figura 6.1 Edificio con sistema de control híbrido.

El sistema pasivo de aislamiento de la base. Se considera que esta componente del sistema híbrido puede ser de cualquiera de los dos tipos genéricos más utilizados en la actualidad: histerético y friccional. El efecto de éstos sobre el comportamiento de la estructura se evalúa calculando la respuesta del sistema global para diferentes valores del coeficiente γ que define el ciclo histerético en la ecuación (2.4), y del de fricción μ , que se utiliza en la ecuación (2.6). Estos coeficientes son características determinantes de cada uno de los dos sistemas de aislamiento.

Ley de control adaptativo. Ésta tiene como parámetro más importante el coeficiente λ , que define en la ecuación (5.4) el radio de la bola centrada en cero hacia la cual tiende asintóticamente la respuesta, y se estudia el efecto de la variación de λ sobre la respuesta controlada del sistema.

Los parámetros dinámicos que se consideran para evaluar el comportamiento del sistema son:

- El desplazamiento absoluto de la base aislada.
- El desplazamiento relativo del punto más alto de la estructura con respecto

a la base y los desplazamientos relativos entre los pisos de la estructura, expresados como porcentaje de la altura entre pisos.

- La aceleración absoluta en los pisos de la estructura, haciéndose especial hincapié en la aceleración del piso superior.
- El módulo de la fuerza de control aplicada sobre la base.

La razón por la cual se han elegido los parámetros arriba mencionados es evidente por lo siguiente: *a)* El desplazamiento de la base es un parámetro básico que permite juzgar tanto el comportamiento del aislamiento como el de la ley de control, ya que el objetivo principal de la estrategia de control implementada consiste en controlar este desplazamiento. Además, dicho parámetro también es necesario en el diseño de las instalaciones que unen el edificio con la cimentación. *b)* El desplazamiento relativo entre los pisos de la estructura condiciona los esfuerzos y las tensiones que se producen en las columnas y vigas de la estructura, por lo que proporcionan una medida del daño sufrido por dicha estructura. *c)* La aceleración absoluta proporciona una medida del nivel de confort y además es la principal causante de daño en los equipos contenidos en el edificio. *d)* La fuerza de control condiciona las características del actuador que se debe utilizar.

6.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO

Para la simulación del sistema global se consideran dos modelos estructurales, uno con diez grados de libertad y otro con un solo grado de libertad. En el caso del edificio de diez plantas, la masa de cada una, así como la de la base, es de 6×10^5 Kg. La rigidez de las columnas varían en 5×10^7 N/m entre plantas, desde 9×10^8 N/m la primera hasta 4.5×10^8 N/m la última. La fracción de amortiguamiento crítico se ha fijado en 0.05 para todos los modos de vibración. Para los casos en que se considera el modelo con un solo grado de libertad, las características de éste serán las correspondientes al de la primera planta del modelo de diez grados de libertad.

Las características del aislamiento, para el caso histerético vienen dadas por las constantes que definen el modelo histerético, las cuales se fijan en $A = 1$, $\nu = 0.5$, $\gamma = 0.5$ y $n = 1$. Además la fuerza y el desplazamiento de fluencia se fijan en $f^y = 1.5 \times 10^3$ N y $d^y = 0.0245$ m y se utiliza un factor de amortiguamiento crítico de 0.2. En el caso friccional se toman unos coeficientes de deslizamiento $\mu_{min} = 0.165$, $\mu_{max} = 0.265$ y un factor de amortiguamiento crítico de 0.1. Para los dos tipos de aislamiento de base utilizados, se toma una rigidez de la base $k_b = 0.2 \times 10^8$ N/m para el modelo de diez grados de libertad y de $k_b = 0.1185 \times 10^8$ N/m para el de un solo grado de libertad.

6.3 DEFINICIÓN DE LA EXCITACIÓN

En las diferentes simulaciones numéricas realizadas se han utilizado dos tipos de excitación sísmica $a(t)$, uno sinusoidal con amplitud constante y el otro mediante acelerogramas registrados de terremotos reales. Cuando la excitación $a(t)$ se considera de tipo armónico esta viene dada por

$$a(t) = A \sin \theta t \quad (6.1)$$

donde A es la amplitud en m/s^2 , θ es la frecuencia de excitación en rad/s y t es el tiempo en segundos. En los casos en que se ha definido $a(t)$ mediante terremotos reales, se han utilizado cuatro registros diferentes correspondientes a los terremotos de El Centro (1940), México (1985), Miyagioki (1978) y Beznar (1984). Éstos pueden verse en las figuras 6.2, 6.3, 6.4 y 6.5, respectivamente.

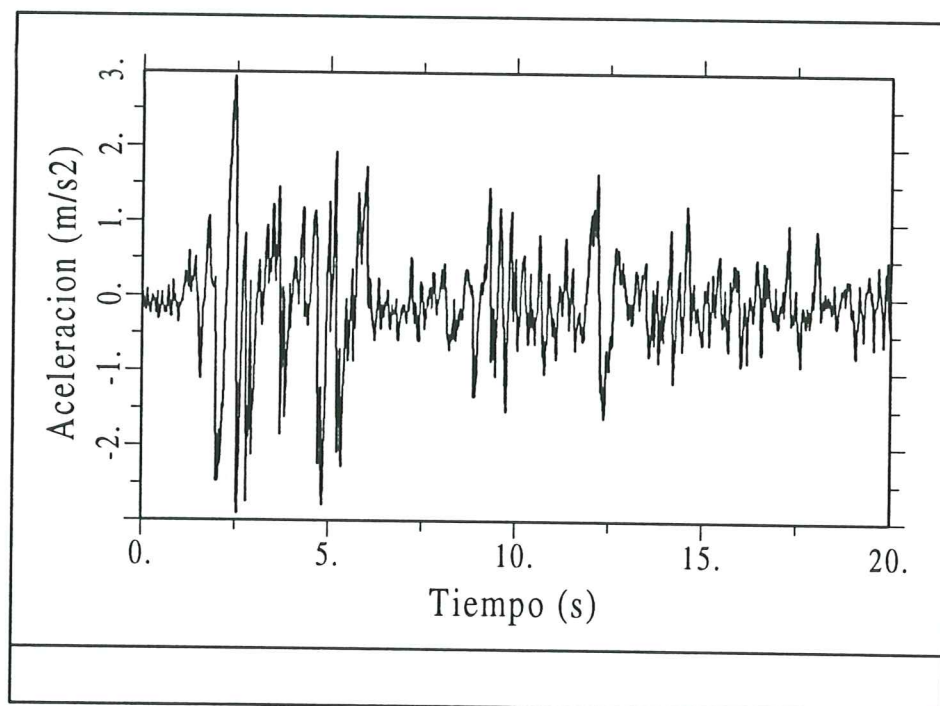


Figura 6.2 Acelerograma del terremoto de El Centro (1940).

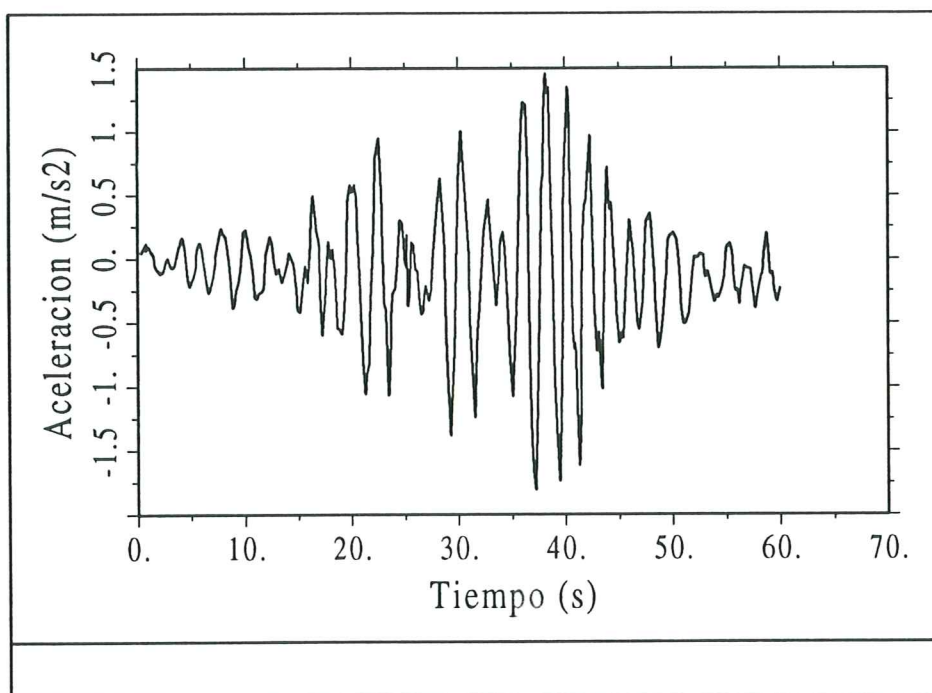


Figura 6.3 Acelerograma del terremoto de ciudad de México (1985).

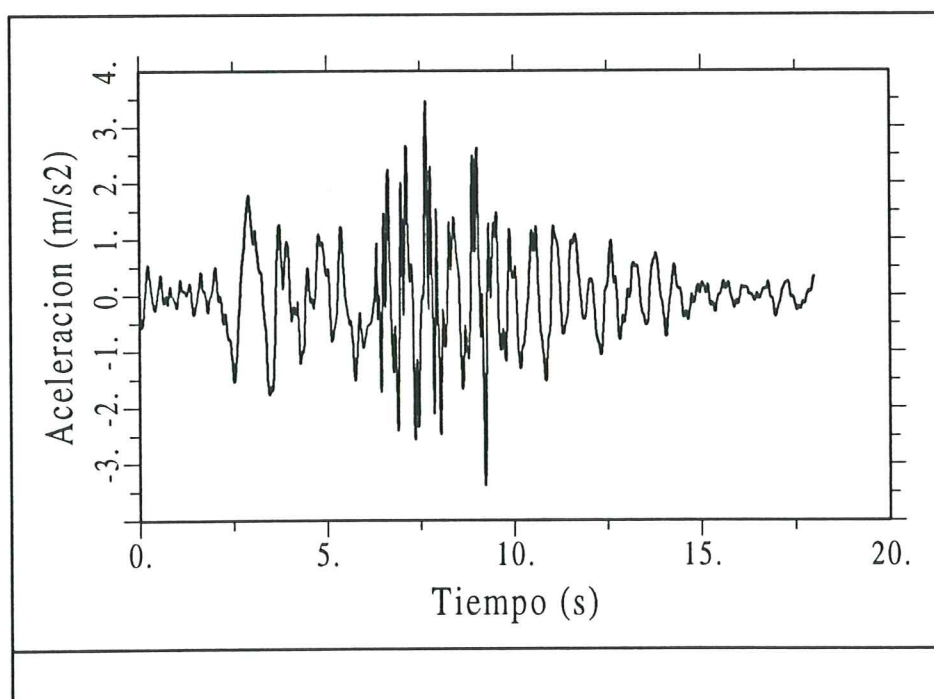


Figura 6.4 Acelerograma del terremoto de Miyagioki (1978).

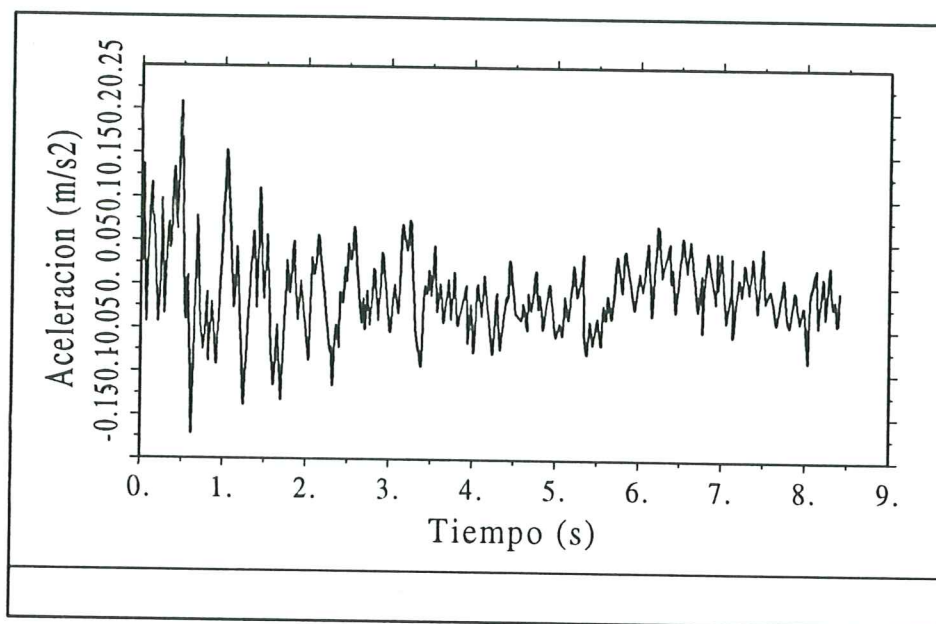


Figura 6.5 Acelerograma del terremoto de Beznar (1984).

6.4 ESTUDIO FRECUENCIAL

En el estudio frecuencial se ha considerado el modelo de un solo grado de libertad con aislamiento de base tanto histerético como friccional, descrito en el apartado 6.2, sometido a la acción de los terremotos de El Centro (1940) y México (1985), variando su período natural entre 0.1 s y 3.0 s. Se han simulado resultados para los casos pasivo e híbrido, que permiten comparar el efecto de estos dos sistemas en la reducción de la respuesta sísmica máxima del modelo.

En las figuras 6.6 y 6.7 se supone que el sistema de aislamiento de base es adecuado para las características de un terremoto como el de El Centro (1940). En estas figuras se muestran representaciones gráficas del máximo desplazamiento absoluto de la base en función de los períodos naturales de la estructura; la figura 6.6 corresponde al aislamiento histerético y la figura 6.7 al friccional. Se observa el buen comportamiento de dicho desplazamiento en el caso pasivo y la sustancial reducción de éste en el caso híbrido, lo que está de acuerdo con la teoría de control utilizada. También puede verse que frente al terremoto de México el caso pasivo presenta un mal comportamiento, alcanzándose valores inaceptables del desplazamiento absoluto de la base, mientras que el caso híbrido presenta valores mucho menores a lo largo de todo el rango de períodos analizados. Esta es la ventaja de la fuerza de control activo del sistema híbrido considerada: la reducción del desplazamiento de la base en los casos en que el sistema pasivo de aislamiento no se comporta adecuadamente. Las figuras 6.6 y 6.7 también permiten observar que el control híbrido se comporta adecuadamente tanto si el

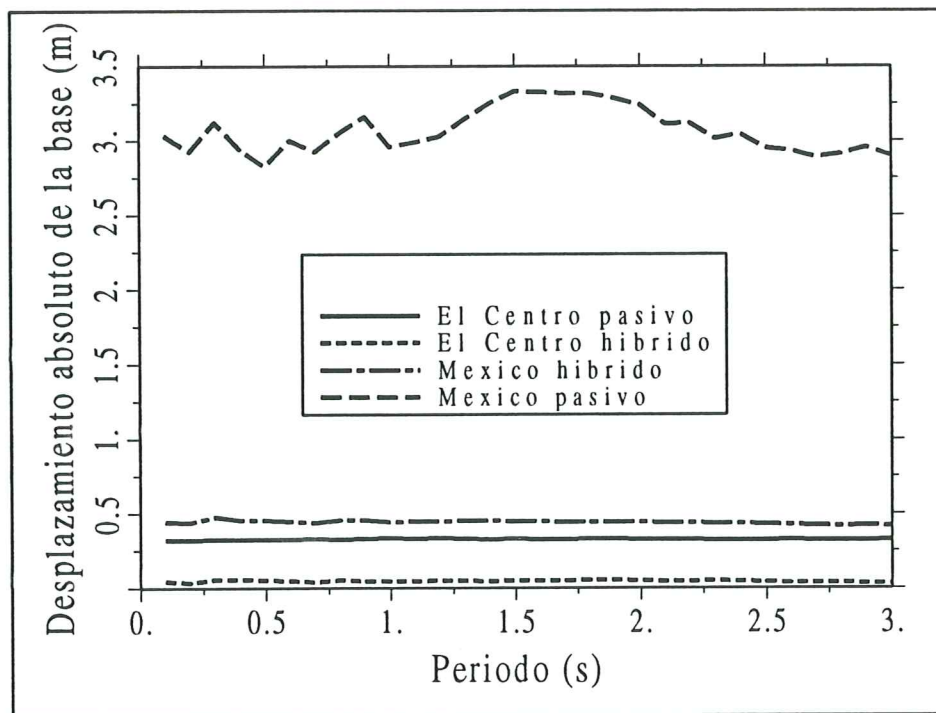


Figura 6.6 Desplazamiento absoluto de la base, caso histerético.

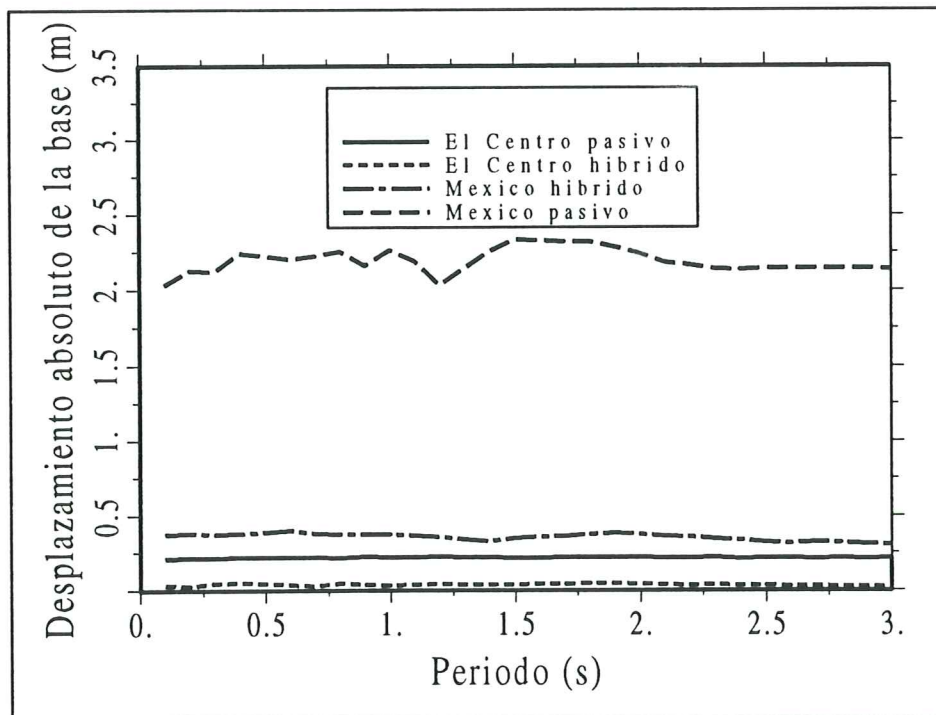


Figura 6.7 Desplazamiento absoluto de la base, caso friccional.

sistema de aislamiento es histerético como friccional.

Se ha hecho un estudio frecuencial similar para analizar el máximo desplazamiento de la estructura con respecto a la base frente a los terremotos de El Centro y de México. En la figura 6.8 se muestran resultados para el caso histerético y en la 6.9 para el friccional. Puede observarse que en el caso híbrido se producen mayores valores que los correspondientes al pasivo. Este empeoramiento es debido a la aplicación de la fuerza sobre la base, ya que al controlar su desplazamiento se limita la capacidad de disipación de energía del aislamiento. Sin embargo, dicho empeoramiento no ocurre en todos los casos ya que, como puede apreciarse en la figura 6.8, a partir de cierto período de la estructura el sistema híbrido reduce el desplazamiento relativo. También se vuelve a comprobar que, en los casos en que el sistema pasivo falla, el híbrido mejora notablemente la respuesta. Esto se observa al comparar las respuestas frente al terremoto de México, siendo más notable esta afirmación en el caso friccional de la figura 6.9, en el cual el control híbrido es mejor que el pasivo en todo el rango de períodos analizado.

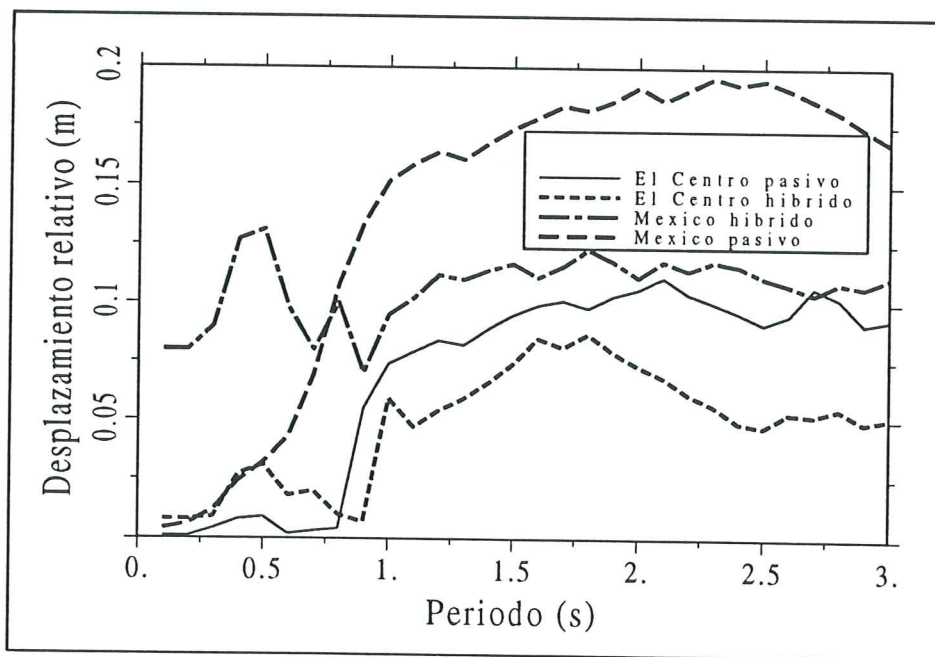


Figura 6.8 Desplazamiento relativo, caso histerético.

Una comparación del caso pasivo con el híbrido, pero utilizando como parámetro la aceleración absoluta máxima del punto más alto de la estructura, se puede ver en los gráficos de las figuras 6.10 y 6.11 correspondiendo la primera al caso histerético y la segunda al friccional. En estas dos figuras se corrobora lo dicho anteriormente respecto al empeoramiento de la respuesta en el caso

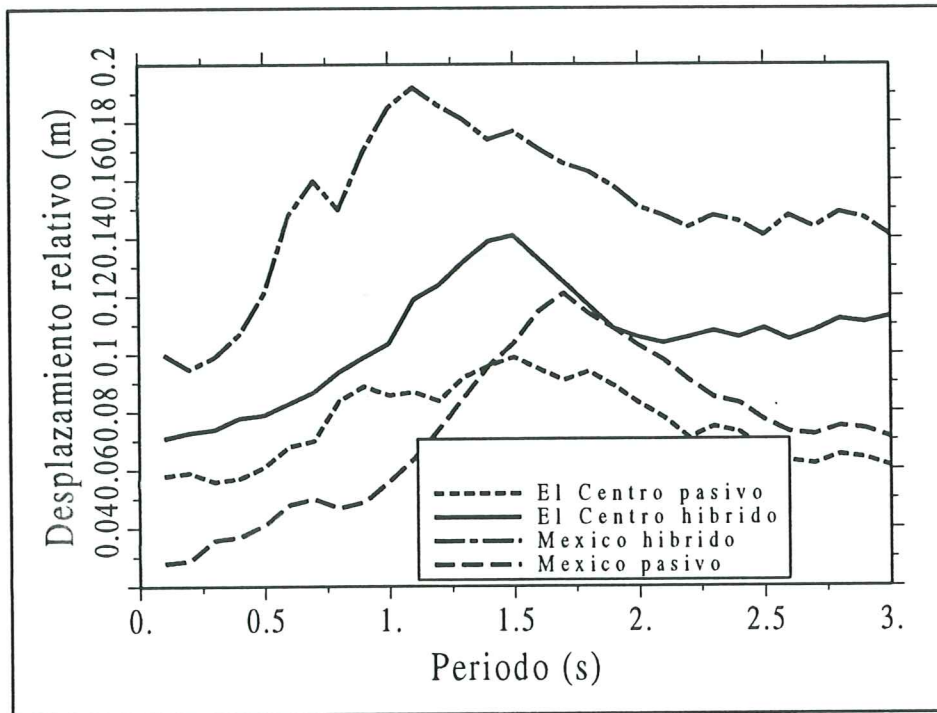


Figura 6.9 Desplazamiento relativo, caso friccional.

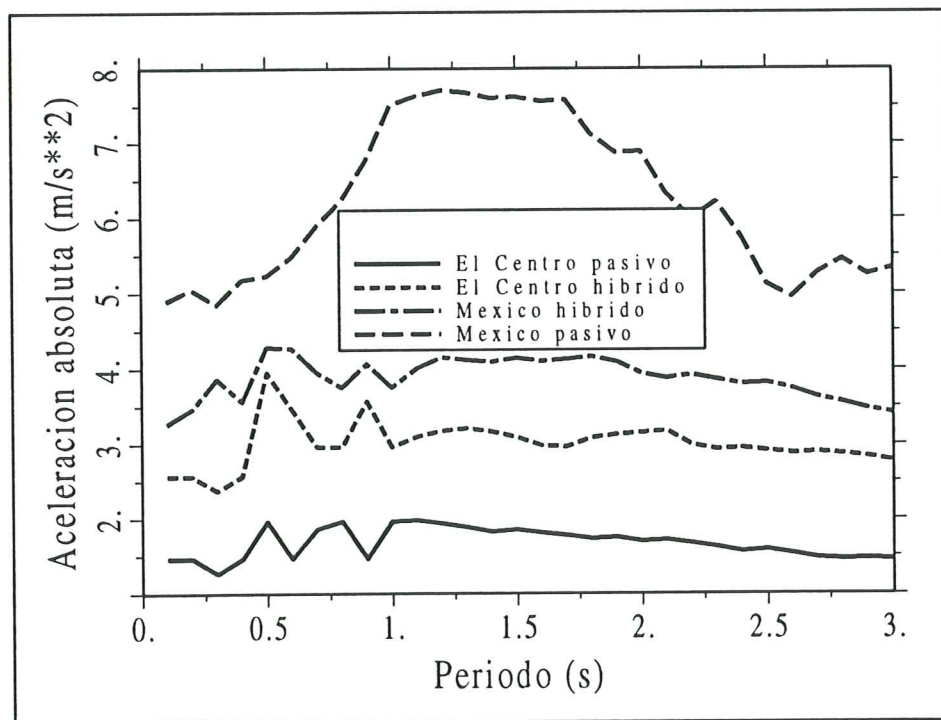


Figura 6.10 Aceleración absoluta, caso histerético.

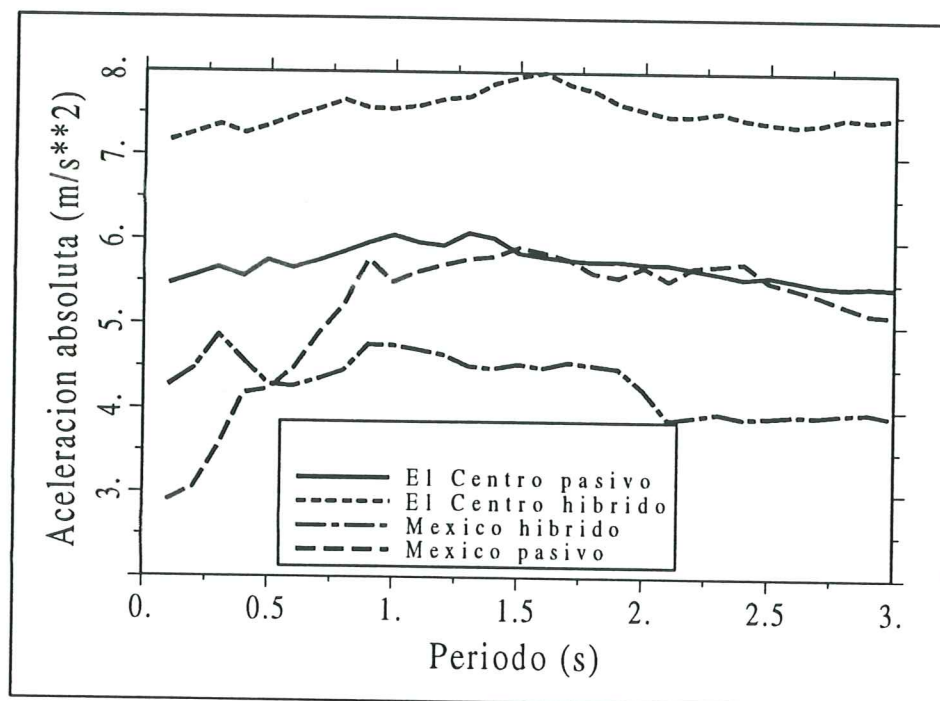


Figura 6.11 Aceleración absoluta, caso friccional.

híbrido frente al terremoto de El Centro y su notable mejora frente al de México, indistintamente del tipo de aislamiento empleado.

En las figuras 6.12 y 6.13 se muestra la máxima fuerza de control activo aplicada sobre la base en los casos histerético y friccional. La figura 6.12 corresponde al caso histerético y la 6.13 al friccional y en ellas puede verse que las fuerzas necesarias para controlar el desplazamiento de la base frente al terremoto de México es mayor que las necesarias cuando la excitación es el terremoto de El Centro. Esto es explicable ya que, tal como se comentó anteriormente, las características del aislamiento son adecuadas para un sismo del tipo El Centro, por lo que el buen comportamiento del aislamiento permite controlar el sistema mediante unas fuerzas no muy altas. Frente al terremoto de México, el aislamiento producirá valores muy altos del desplazamiento de la base, por lo que las fuerzas de control que se requieren son mucho mayores.

Las comparaciones anteriores se realizaron para casos extremos de contenido frecuencial ya que, como se había dicho con anterioridad, el terremoto de El Centro (1940) tiene frecuencias altas y el de México (1985) presenta bajas frecuencias. Por lo tanto, a continuación se realizan comparaciones del mismo tipo, pero utilizando excitaciones con un contenido frecuencial intermedio. Para este propósito se utilizaron varias excitaciones con diferente contenido frecuencial, concretamente sinusoides con 3.5 m/s^2 de amplitud, 10s de duración y frecuencias de 3 rad/s, 4 rad/s, 5 rad/s, 8 rad/s y 15 rad/s. Se considera el modelo de un solo grado de libertad anteriormente descrito y se realiza un estudio fre-

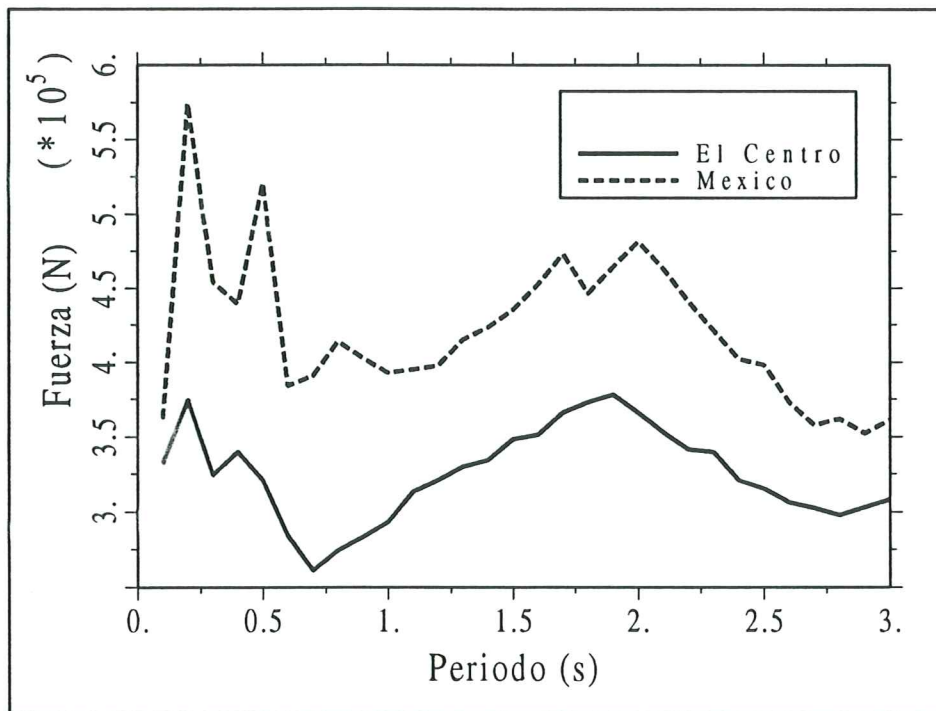


Figura 6.12 Fuerza de control activo, caso histerético.

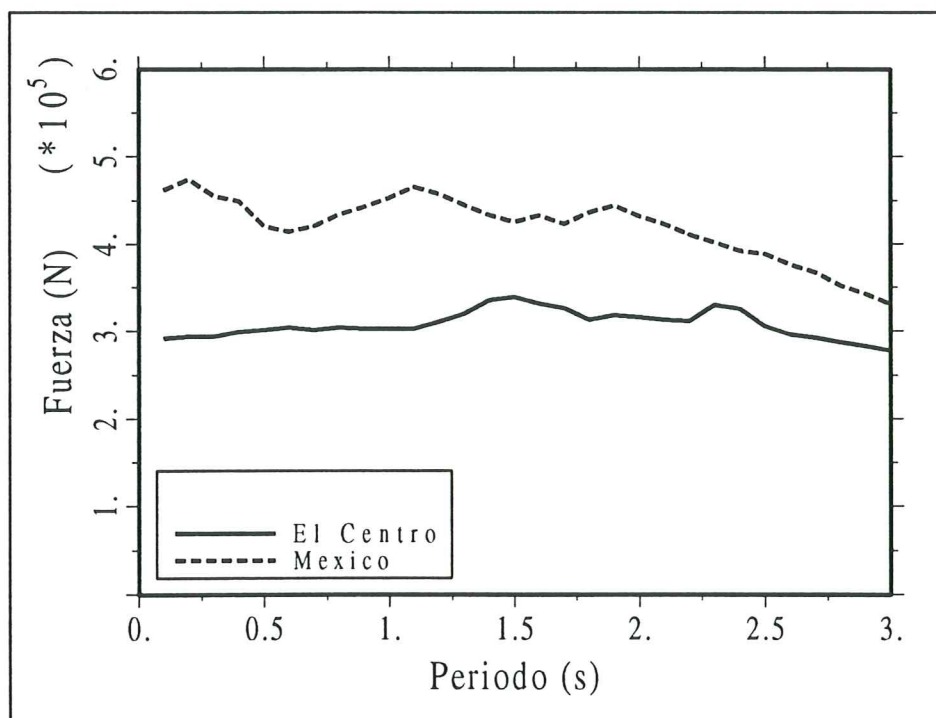


Figura 6.13 Fuerza de control activo, caso friccional.

cuencial para estas cinco excitaciones, obteniéndose de esta forma resultados comparativos entre el efecto de los casos pasivo e híbrido en la respuesta del modelo.

En las figuras 6.14 y 6.15 se muestra el máximo desplazamiento absoluto de la base con aislamiento histerético en función de los períodos naturales de la estructura, siendo la figura 6.14 la correspondiente al caso pasivo y la 6.15 al híbrido. Para el sistema friccional se realiza la misma comparación, la cual se muestra en la figura 6.16 para el caso pasivo y en la 6.17 para el caso híbrido. En estas figuras se puede ver claramente la dependencia del comportamiento del caso pasivo respecto al contenido frecuencial de la excitación ya que, al acercarse la frecuencia de la excitación a la del sistema de aislamiento, aumenta el valor del desplazamiento absoluto de la base. Mientras tanto el caso híbrido se comporta adecuadamente en todos los casos analizados.

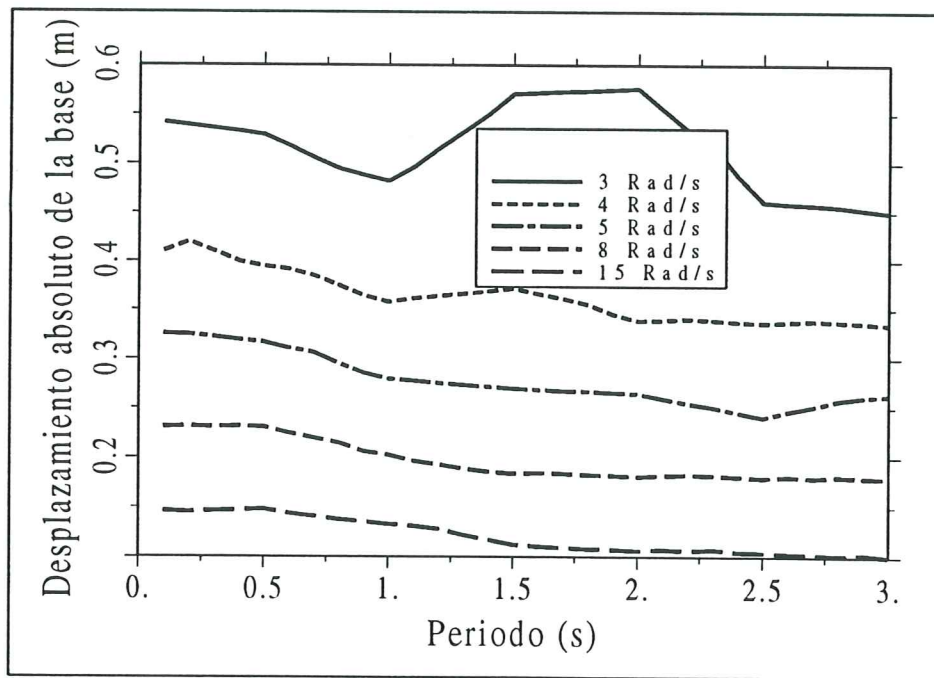


Figura 6.14 Desplazamiento absoluto de la base con sistema de aislamiento histerético, caso pasivo.

También se realizó una comparación similar a la anterior pero utilizando como parámetro el máximo desplazamiento de la estructura con respecto a la base. En las figuras 6.18 y 6.19 se muestran resultados para el sistema de aislamiento histerético, mientras las figuras 6.20 y 6.21 corresponden al sistema friccional; así mismo, en las figuras 6.18 y 6.20 se incluyen resultados para el caso pasivo y en las 6.19 y 6.21 para el híbrido. En todas estas figuras se comprueba lo observado anteriormente respecto a que, en los casos en los cuales el sistema pasivo se comporta adecuadamente, el sistema híbrido presenta valores

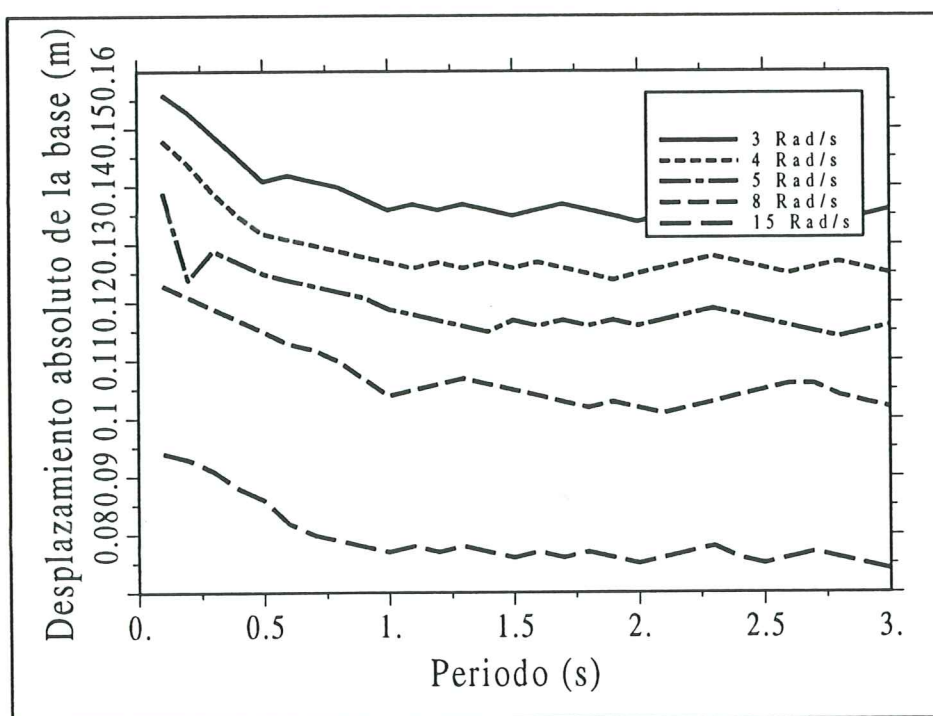


Figura 6.15 Desplazamiento absoluto de la base con sistema de aislamiento histerético, caso híbrido.

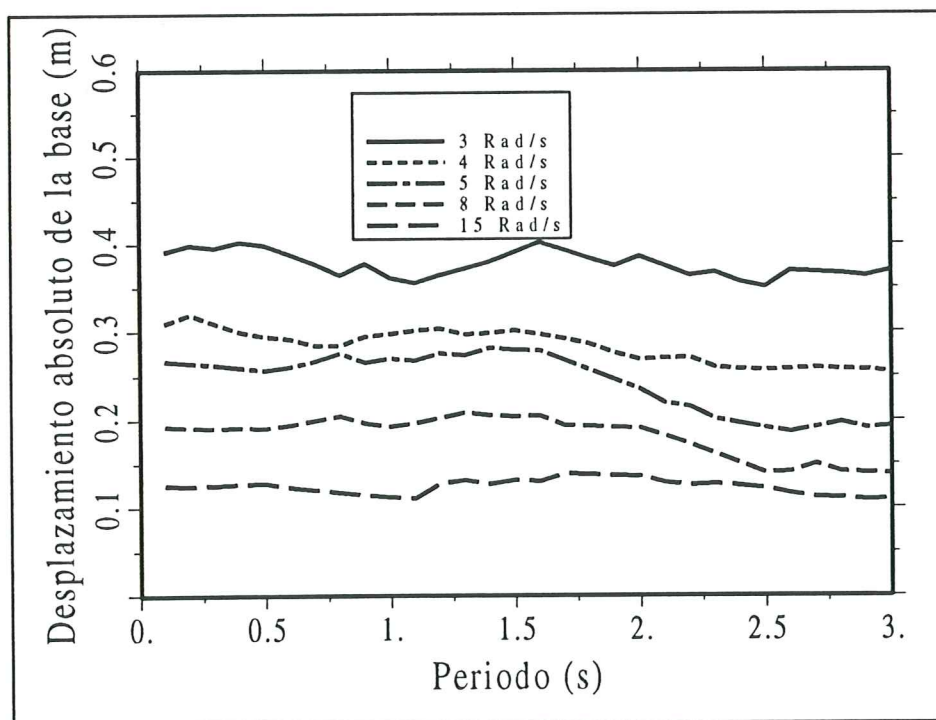


Figura 6.16 Desplazamiento absoluto de la base con sistema de aislamiento friccional, caso pasivo.

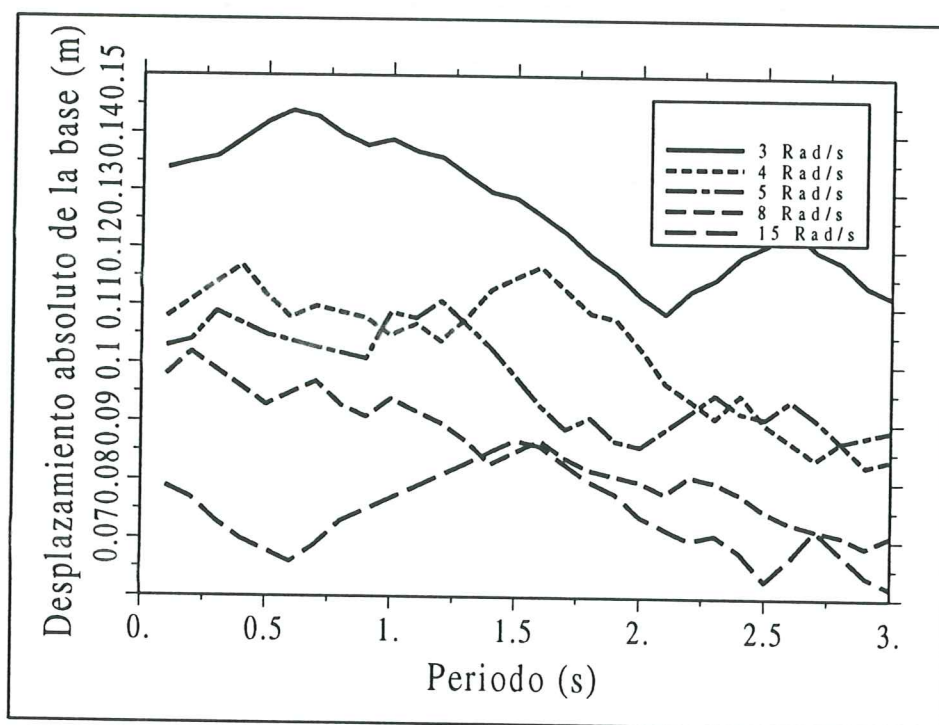


Figura 6.17 Desplazamiento absoluto de la base con sistema de aislamiento friccional, caso híbrido.

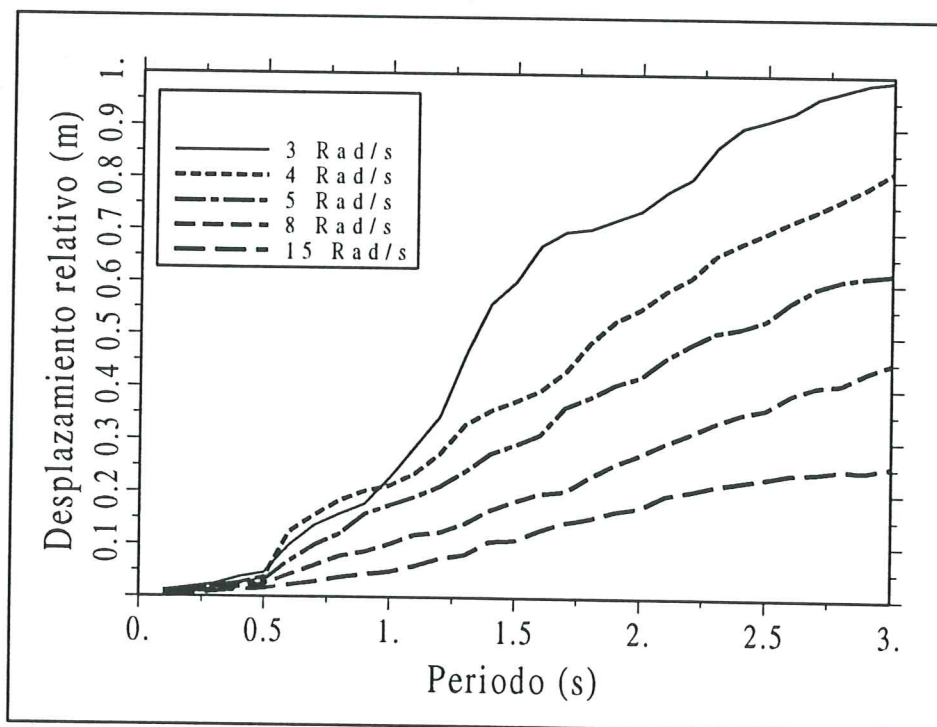


Figura 6.18 Desplazamiento relativo de la estructura con sistema de aislamiento histerético, caso pasivo.

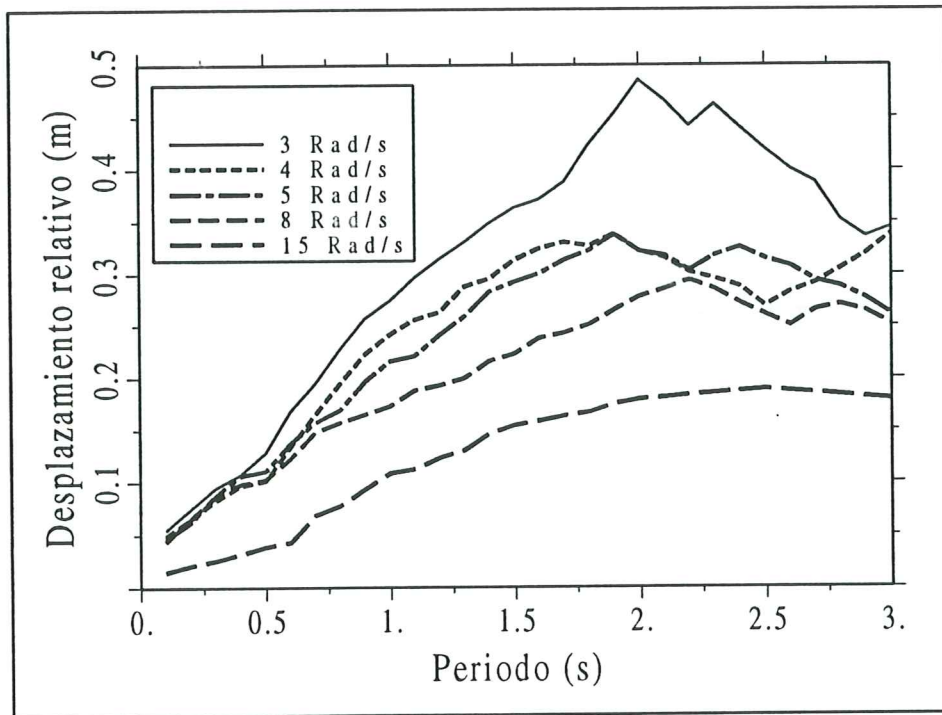


Figura 6.19 Desplazamiento relativo de la estructura con sistema de aislamiento histerético, caso híbrido.

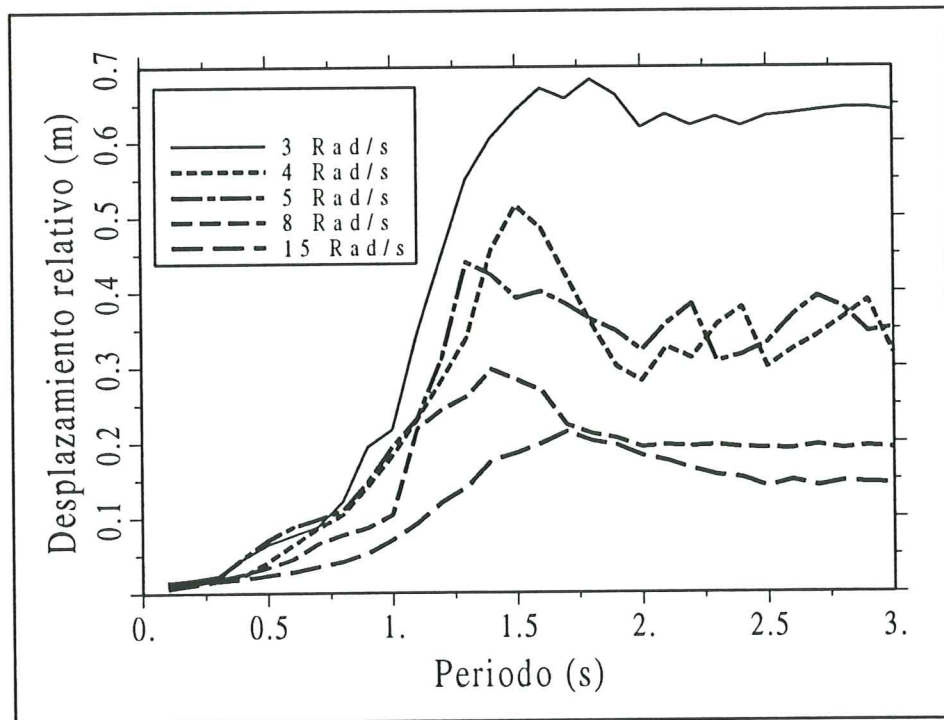


Figura 6.20 Desplazamiento relativo de la estructura con sistema de aislamiento friccional, caso pasivo.

ligeramente mayores debido a la aplicación de la fuerza sobre la base. Sin embargo, a partir de cierto período de la estructura, este comportamiento se invierte y el sistema de control híbrido reduce la respuesta. Además, en los casos en que el sistema pasivo falla, el híbrido presenta notables mejoras.

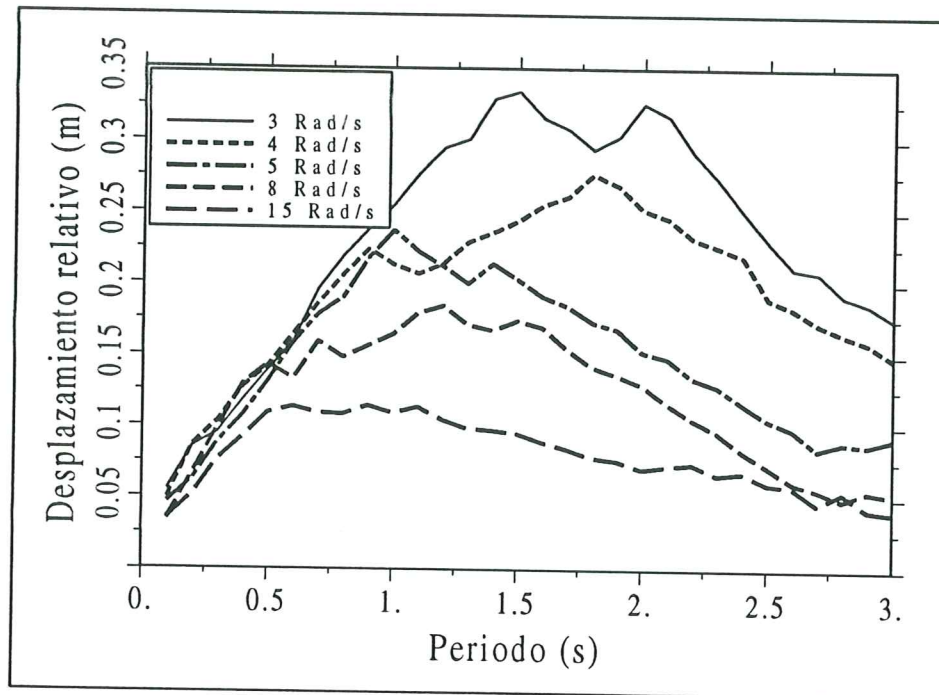


Figura 6.21 Desplazamiento relativo de la estructura con sistema de aislamiento friccional, caso híbrido.

En los gráficos de las figuras 6.22-6.25 se muestran los máximos valores de la aceleración absoluta de la estructura en función de los períodos naturales de dicha estructura, donde la figura 6.22 corresponde al caso con sistema pasivo histerético y la figura 6.23 al caso híbrido. En la figura 6.24 se ilustra el caso con sistema pasivo friccional y en la 6.25 su correspondiente caso híbrido. En estas figuras se comprueba una vez más el empeoramiento de la respuesta del sistema híbrido cuando el pasivo se comporta adecuadamente y la mejora en los casos en que el pasivo falla.

La variación de la máxima fuerza de control activo aplicada sobre la base, en función del período natural de la estructura, se muestra en las figuras 6.26 y 6.27, para los casos histerético y friccional, respectivamente. En estas dos figuras se puede ver que los mayores valores de este parámetro ocurren frente a excitaciones con bajo contenido frecuencial. Esto se debe a que en estos casos el sistema pasivo se comporta inadecuadamente, por lo cual es necesario aplicar grandes fuerzas sobre la base para controlar la respuesta del sistema.

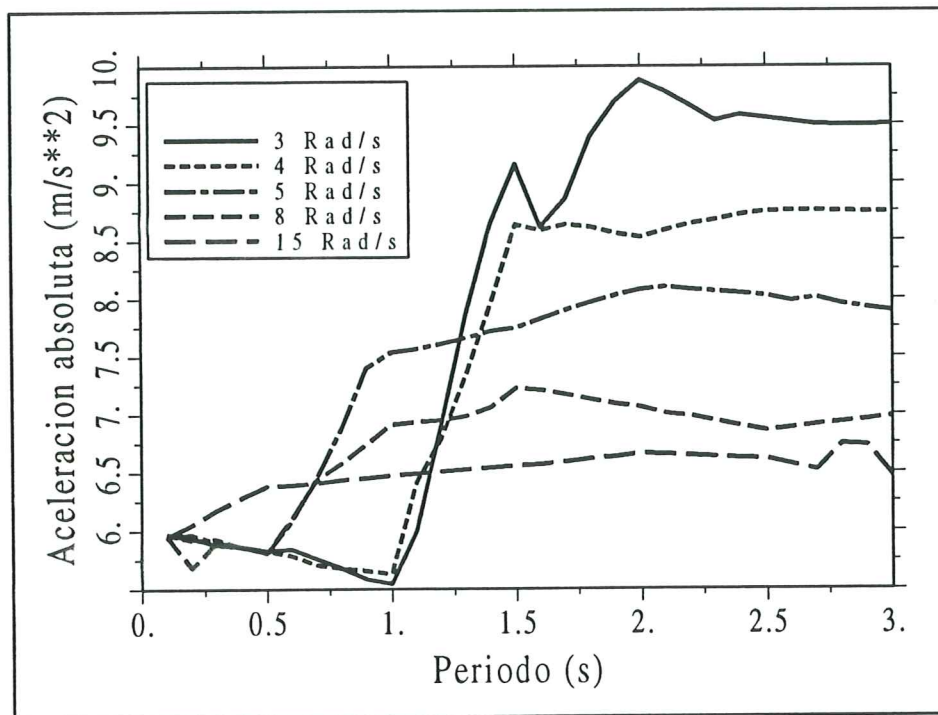


Figura 6.22 Aceleración máxima absoluta correspondiente al sistema de aislamiento histerético, caso pasivo.

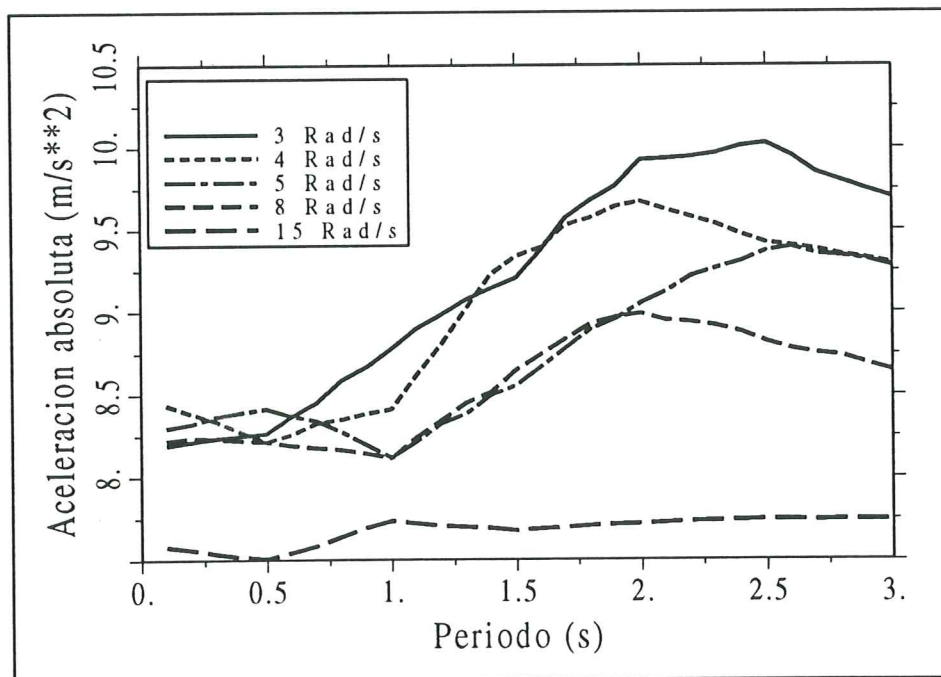


Figura 6.23 Aceleración máxima absoluta correspondiente al sistema de aislamiento histerético, caso híbrido.

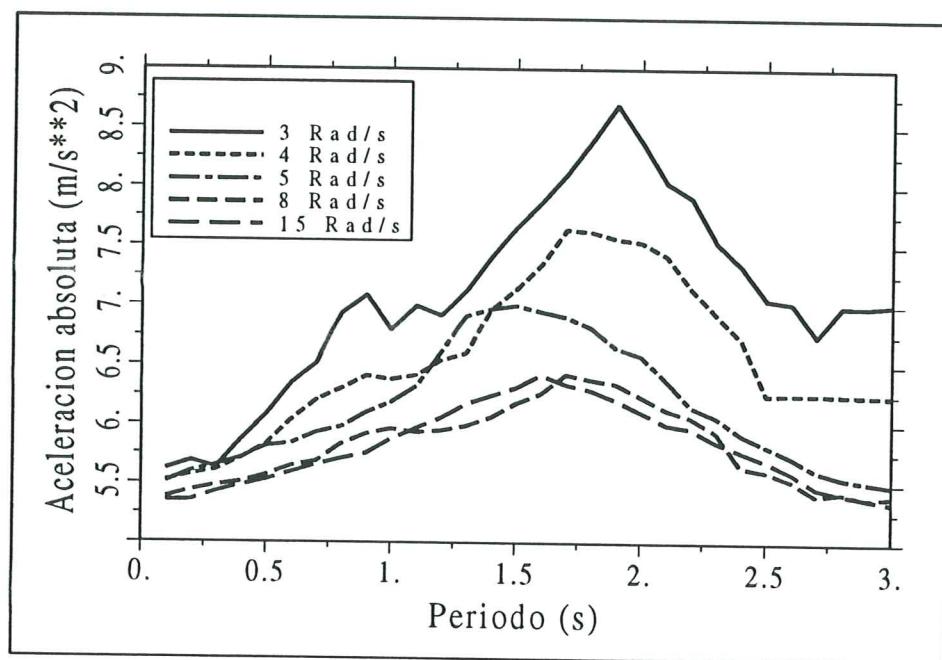


Figura 6.24 Aceleración máxima absoluta correspondiente al sistema de aislamiento friccional, caso pasivo.

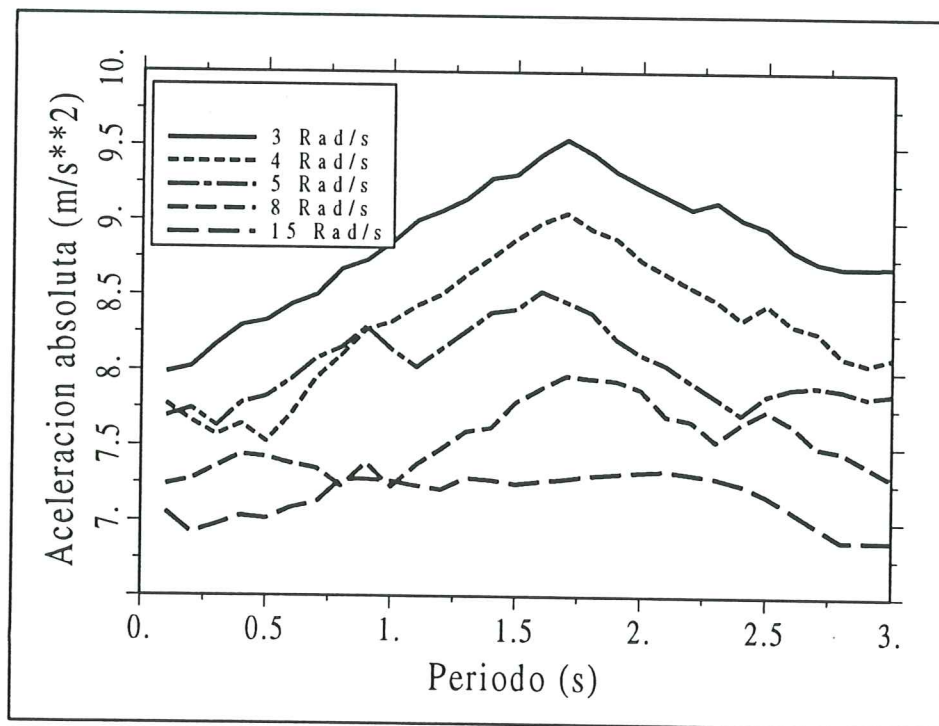


Figura 6.25 Aceleración máxima absoluta correspondiente al sistema de aislamiento friccional, caso híbrido.

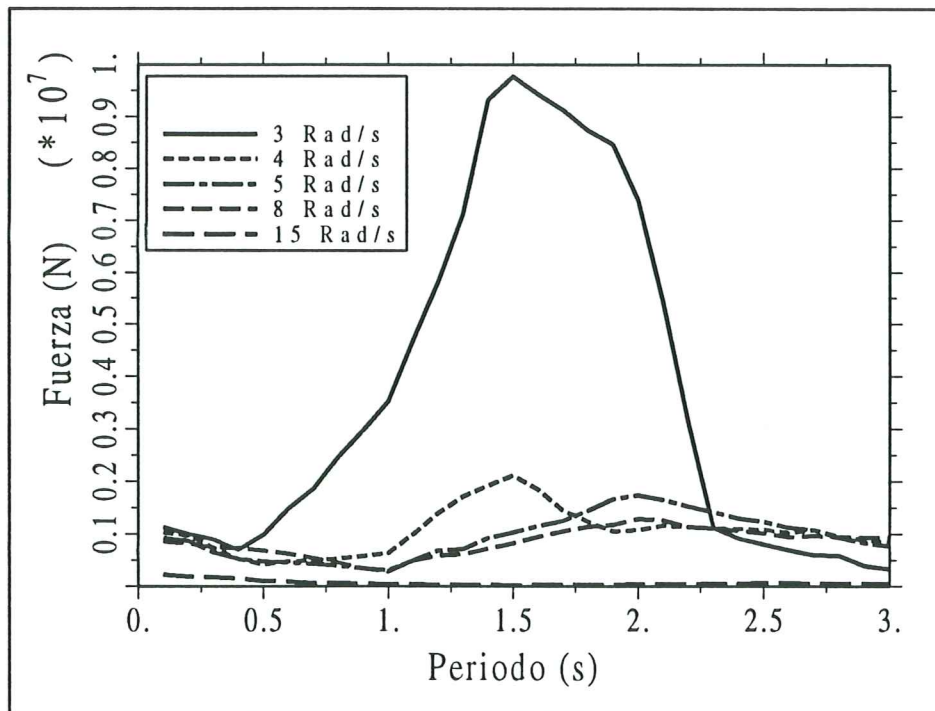


Figura 6.26 Fuerza de control activo, caso histerético.

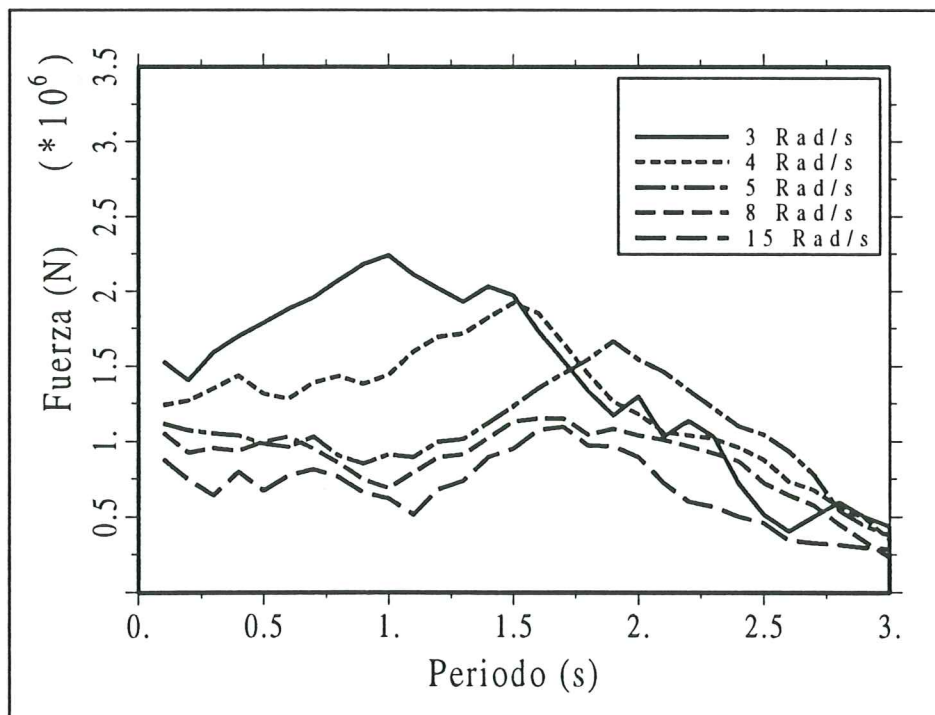


Figura 6.27 Fuerza de control activo, caso friccional.

6.5 RESPUESTAS MÁXIMAS POR PISO

Se considera ahora el modelo con diez grados de libertad con aislamiento de base, sometido a los terremotos de El Centro (1940), México (1985), Miyagioki (1978) y Beznar (1984). Los parámetros que se estudian son el desplazamiento relativo máximo entre los pisos de la estructura y la aceleración absoluta máxima de cada uno de estos pisos.

En las figuras 6.28-6.31 se compara el caso pasivo con el híbrido, utilizando como parámetro el desplazamiento relativo máximo entre pisos dado como porcentaje de la altura entre pisos, la cual es de 2.3 m. Las figuras 6.28 y 6.29 corresponden al caso histerético y las 6.30 y 6.31 al friccional; en ellas se observa que, a excepción del caso pasivo frente al terremoto de México, predomina el comportamiento como sólido rígido de la estructura aislada. Esto permite afirmar que en el caso híbrido se sigue presentando dicho comportamiento aún cuando el sistema pasivo falla.

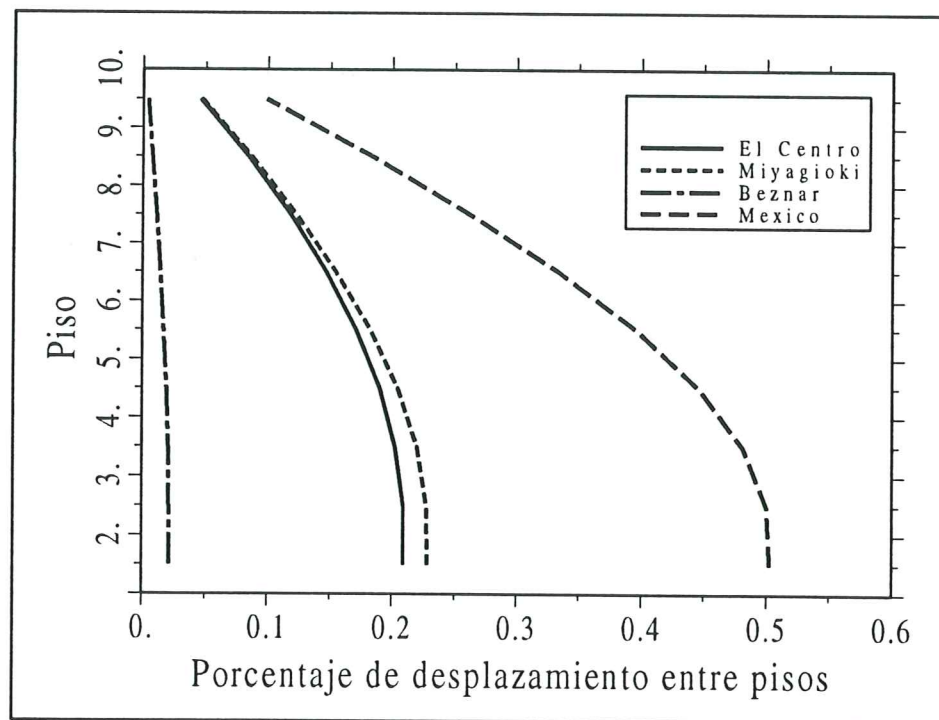


Figura 6.28 Porcentaje de desplazamiento entre pisos con sistema histerético, caso pasivo.

El otro parámetro analizado es la aceleración máxima absoluta por piso, la cual se muestra en las figuras 6.32 y 6.33 para el caso histerético y en las figuras 6.34 y 6.35 para el friccional. De estas figuras, las 6.32 y 6.34 corresponden al caso pasivo mientras que en 6.33 y 6.35 se ilustra la respuesta del sistema con control híbrido. Se puede observar un ligero aumento de la aceleración absoluta

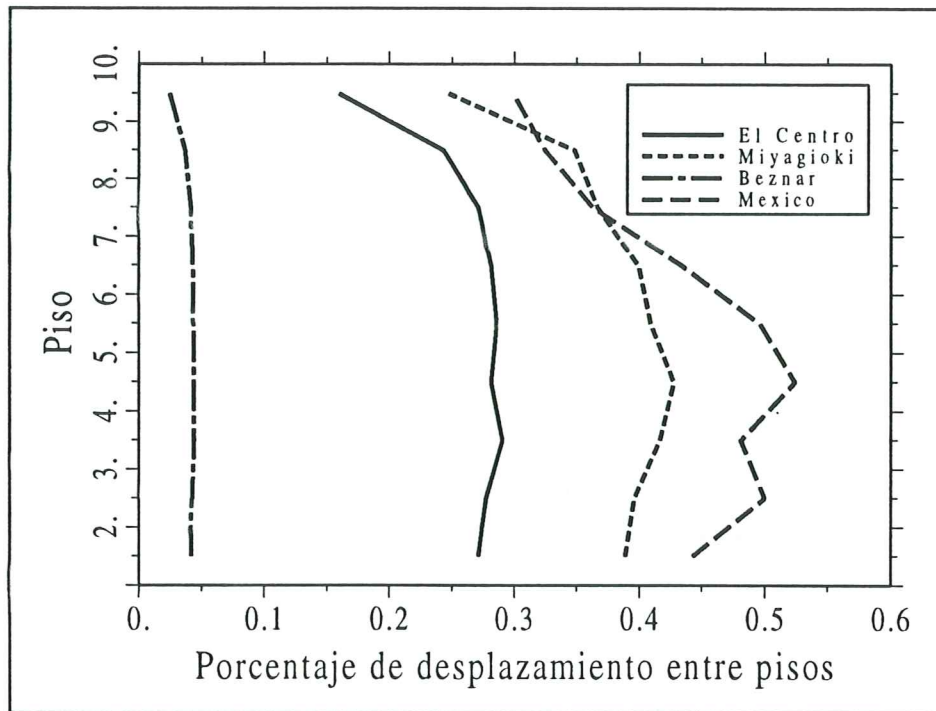


Figura 6.29 Porcentaje de desplazamiento entre pisos con sistema histerético, caso híbrido.

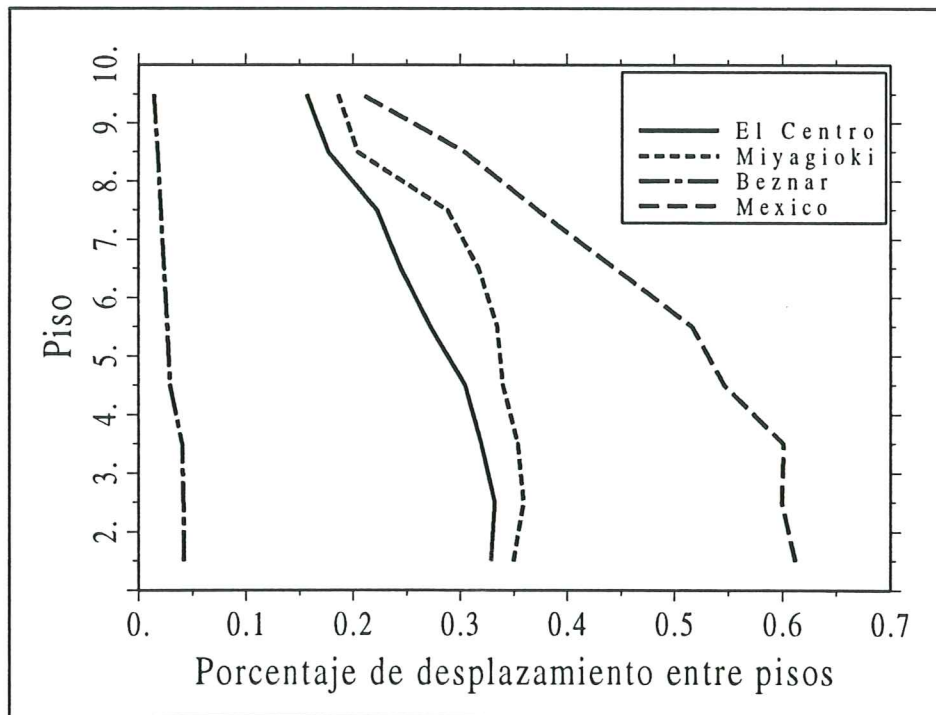


Figura 6.30 Porcentaje de desplazamiento entre pisos con sistema friccional, caso pasivo.

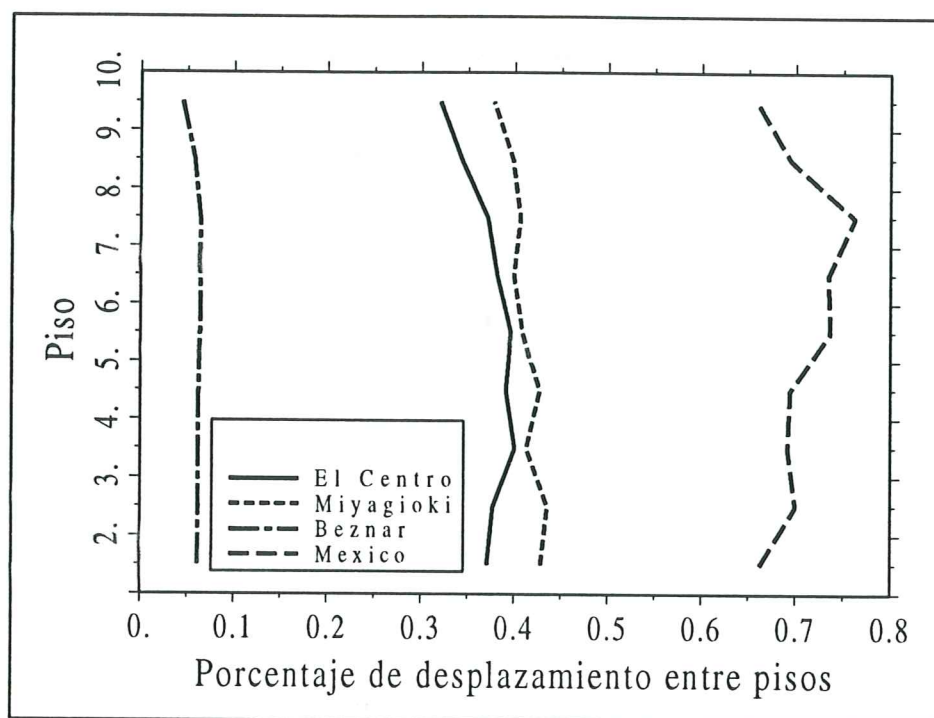


Figura 6.31 Porcentaje de desplazamiento entre pisos con sistema friccional, caso híbrido.

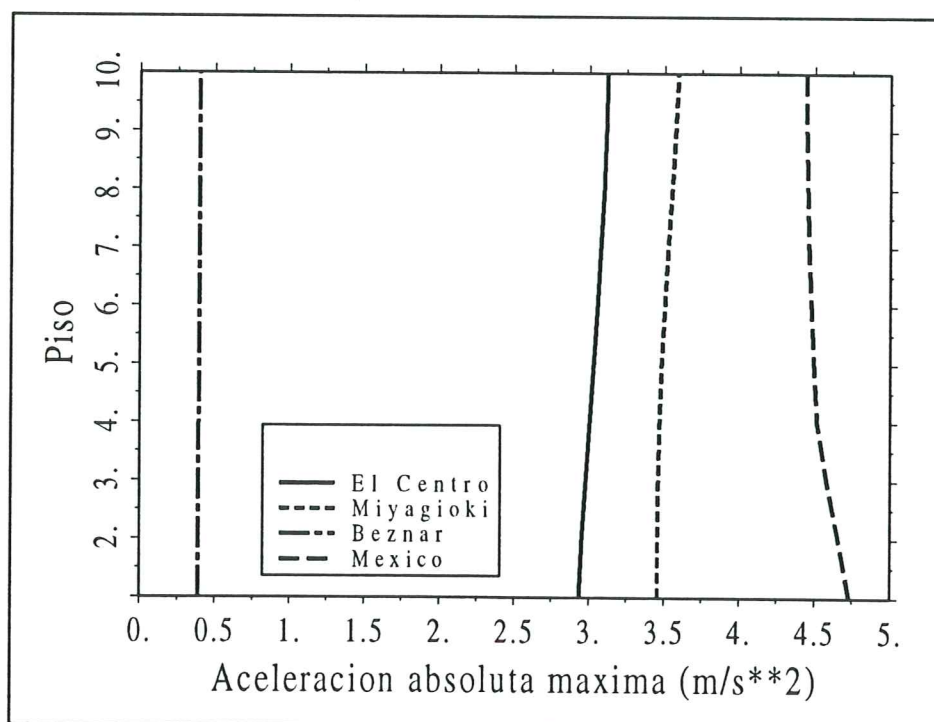


Figura 6.32 Aceleración absoluta entre pisos con sistema histerético, caso pasivo.

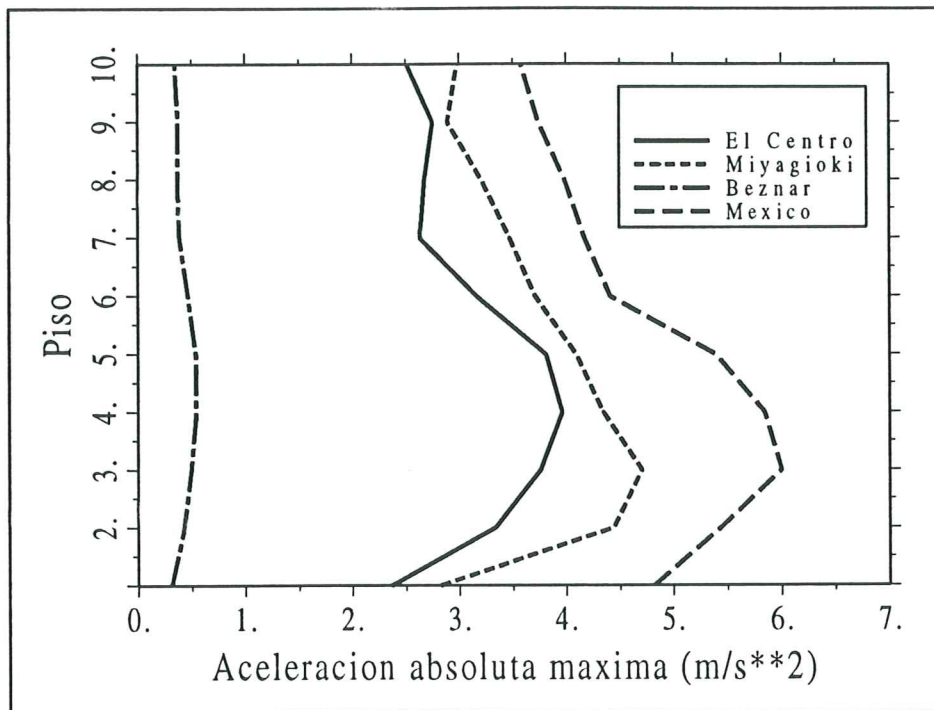


Figura 6.33 Aceleración absoluta entre pisos, con sistema histerético, caso híbrido.

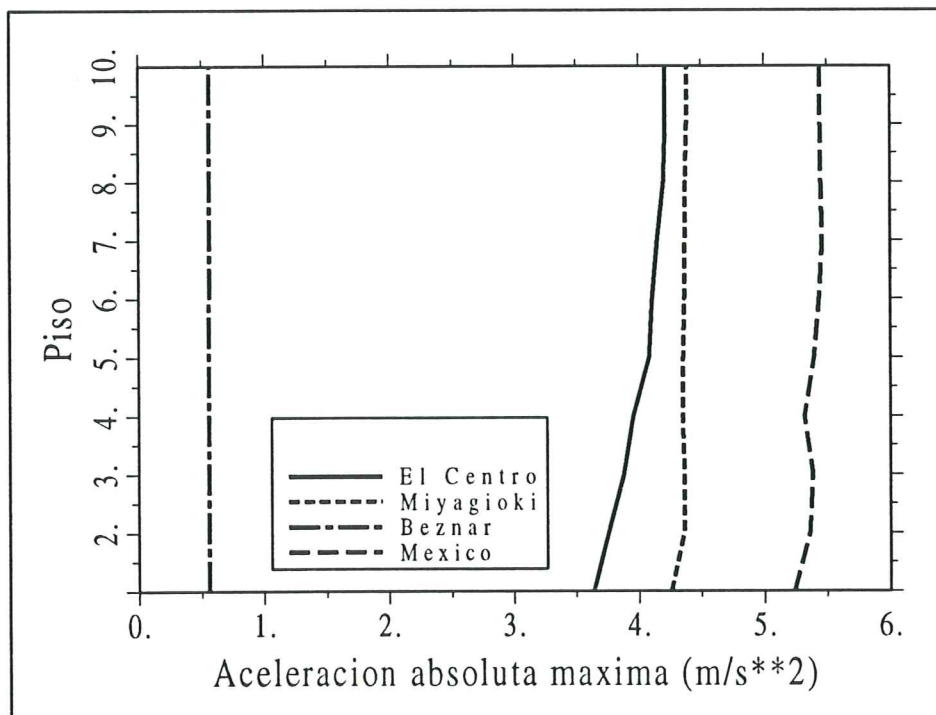


Figura 6.34 Aceleración absoluta entre pisos con sistema friccional, caso pasivo.

en el caso híbrido, siendo éste mayor en el caso friccional, ya que los sistemas de aislamiento de fricción transmiten altas aceleraciones a la estructura.

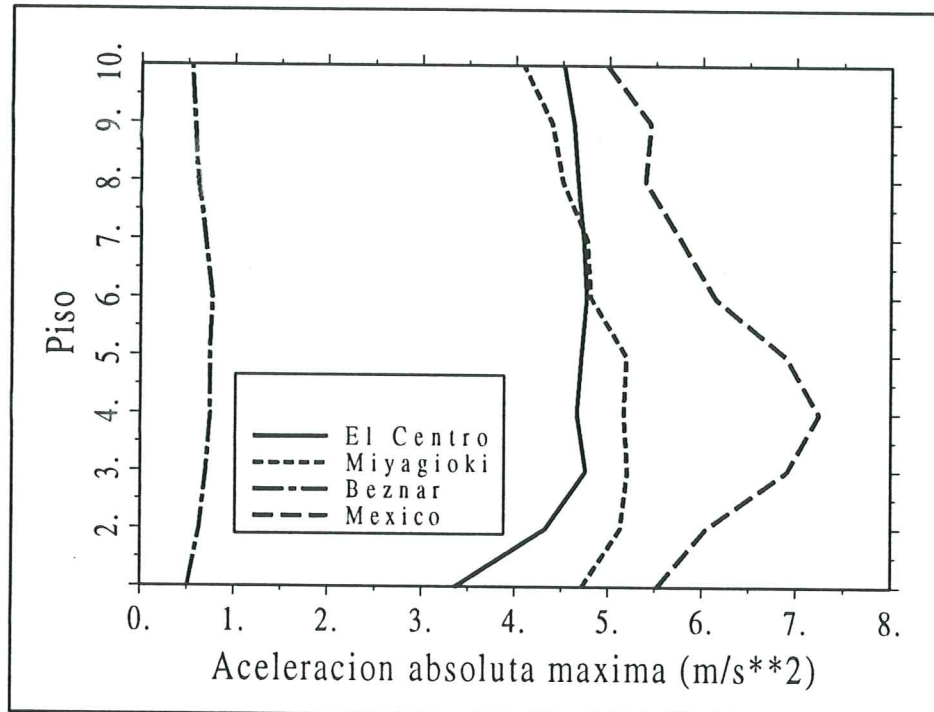


Figura 6.35 Aceleración absoluta entre pisos, con sistema friccional, caso híbrido.

En las figuras 6.36-6.39 se muestra una comparación entre el comportamiento de la estructura de diez grados de libertad con sistema de aislamiento pasivo, híbrido y el edificio con base fija, sometidos al terremoto de El Centro. En este caso se utilizó una rigidez del sistema de aislamiento $k_b = 0.5 \times 10^8$ N/m, la cual es mayor que la que se empleó en los ejemplos anteriores. Las figuras 6.36 y 6.38 corresponden al sistema histerético y las figuras 6.37 y 6.39 al friccional.

En las figuras 6.36 y 6.37 se observa que el porcentaje del desplazamiento relativo entre pisos en el caso híbrido, tanto histerético como friccional, es menor que en el pasivo y que en el caso del edificio de base fija. Lo mismo ocurre en las figuras 6.38 y 6.39, en las cuales se realiza la misma comparación pero utilizando como parámetro la máxima aceleración absoluta por piso. Al analizar estas últimas figuras se puede confirmar lo deducido en el apartado anterior, respecto a que en algunos casos la estructura con sistema híbrido se comporta mejor que con sistema pasivo.

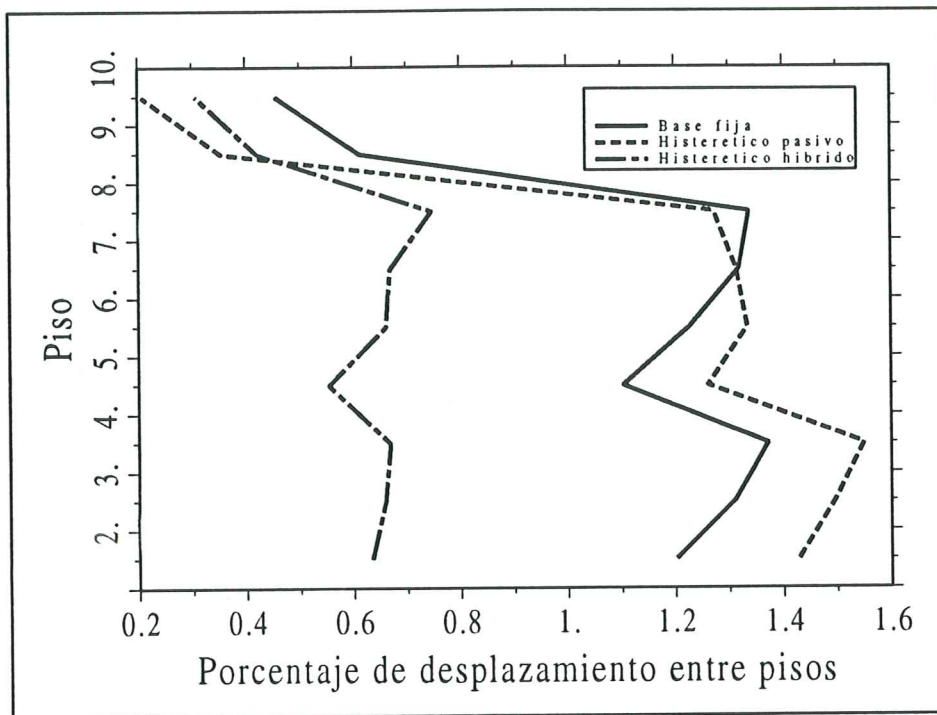


Figura 6.36 Porcentaje de desplazamiento entre pisos con sistema histerético.

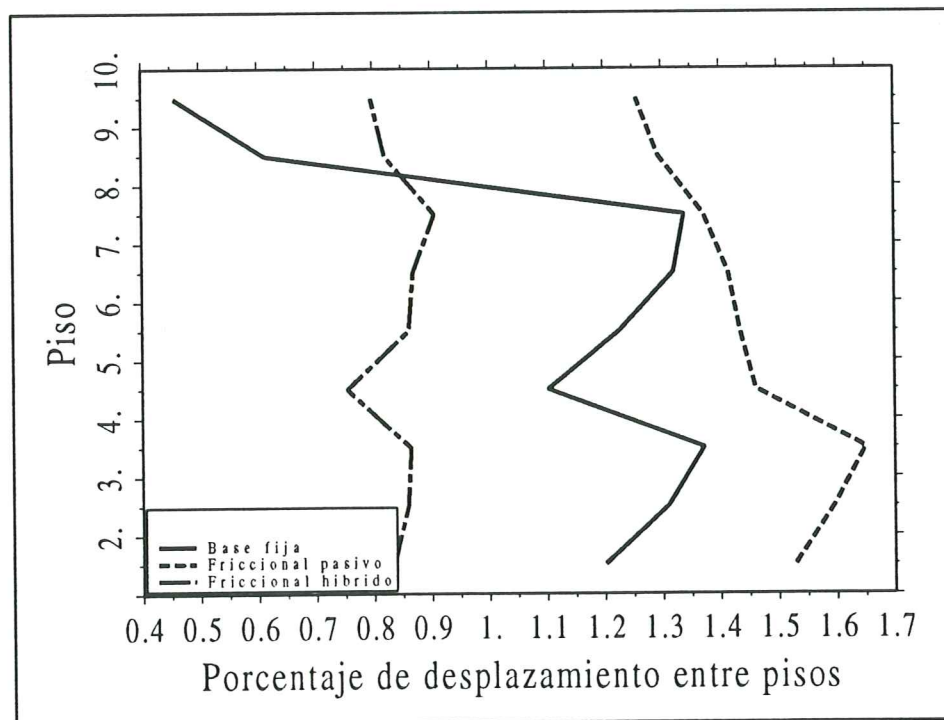


Figura 6.37 Porcentaje de desplazamiento entre pisos con sistema friccional.

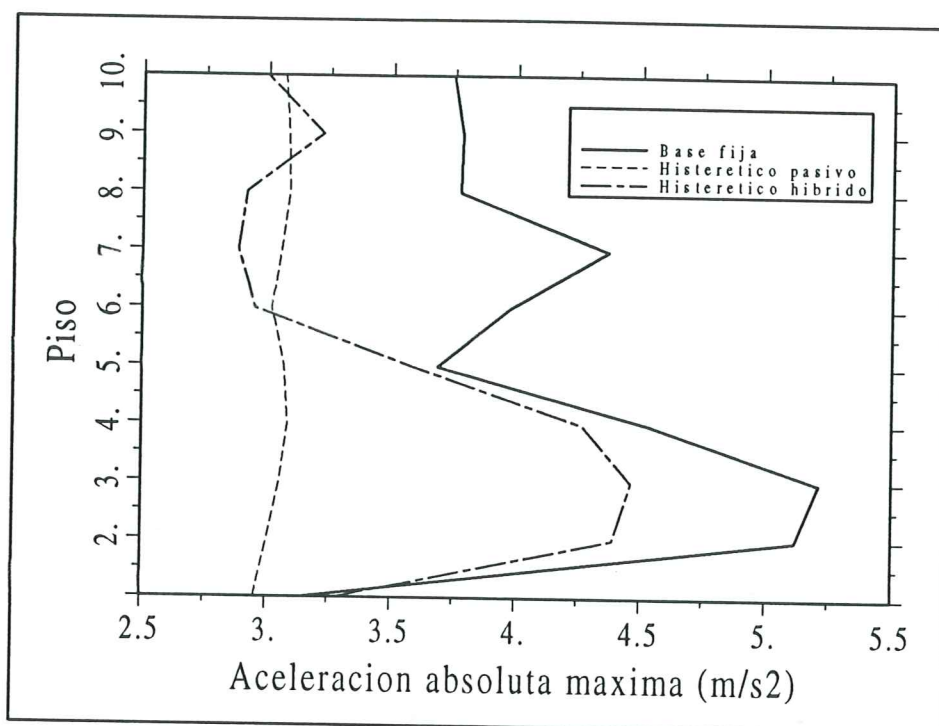


Figura 6.38 Aceleración absoluta entre pisos, con sistema de aislamiento histerético.

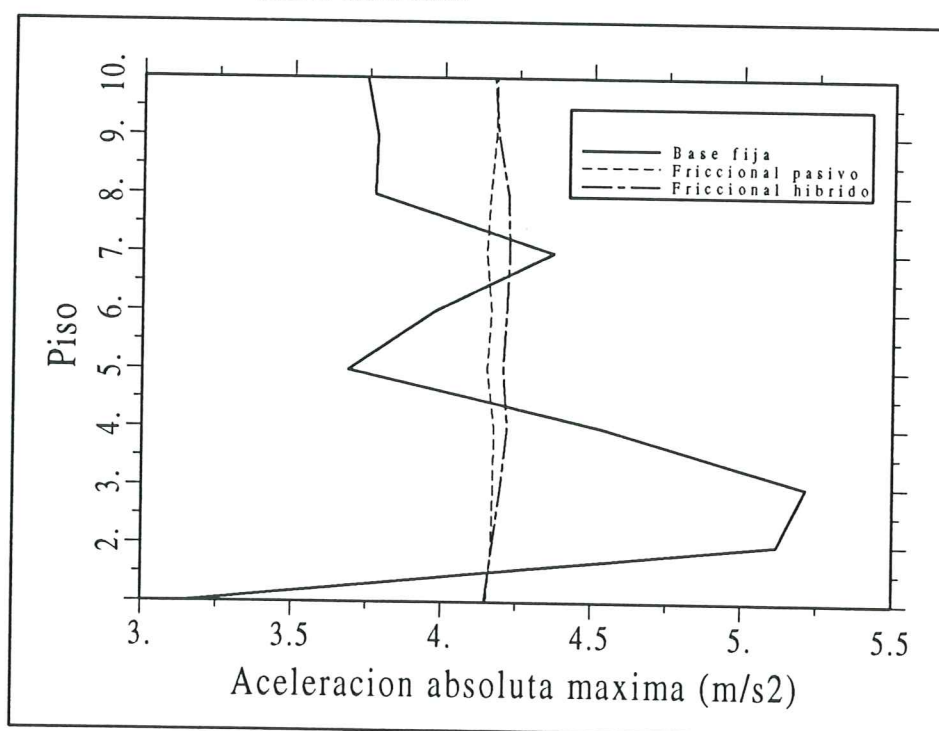


Figura 6.39 Aceleración absoluta entre pisos, con sistema de aislamiento friccional.

6.6 EFECTO DE LAS CARACTERÍSTICAS DEL SISTEMA DE AISLAMIENTO

Para evaluar la influencia del aislamiento en la respuesta del sistema, se considera el modelo con un solo grado de libertad con sistema de aislamiento histerético y friccional y se somete a una excitación sinusoidal de amplitud 3.5 m/s^2 con una frecuencia de 10 rad/s y 10 s de duración. El estudio del aislamiento histerético se lleva a cabo variando el parámetro γ que define el ciclo histerético. En las figuras 6.40-6.42 se puede ver que los parámetros γ y ν definen la forma de la histeresis, además a medida que se aumenta el valor de γ el área de la curva d_b-z es mayor, influyendo de esta manera en dicho ciclo histerético.

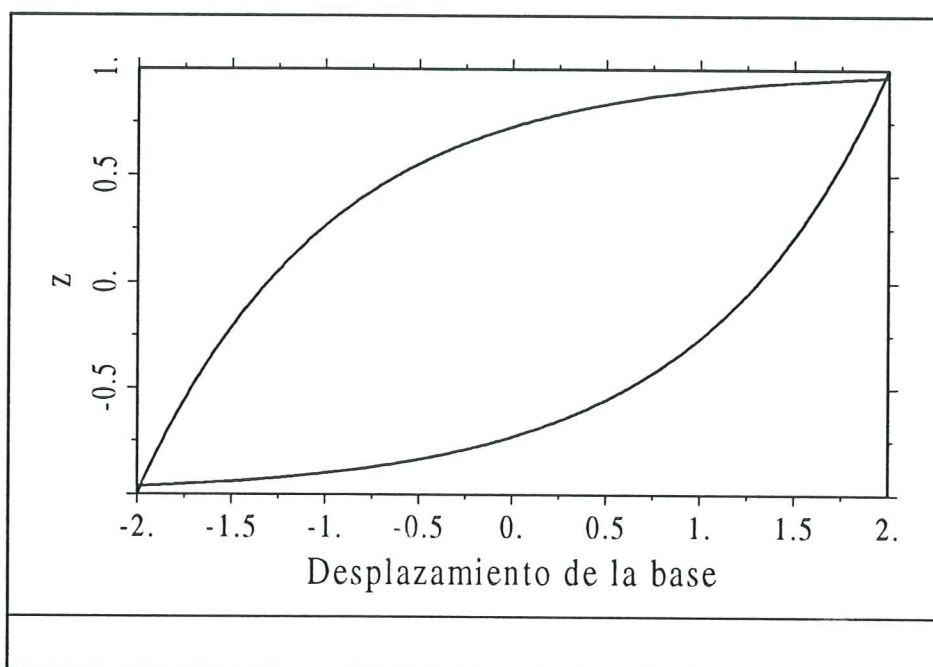


Figura 6.40 Ciclo histerético, para $\gamma = 0.5$ y $\nu = 0.5$.

En la figura 6.43 se muestra la variación del desplazamiento absoluto de la base en función de γ en el caso pasivo. En este gráfico se observa que la curva tiende a cierto valor del desplazamiento absoluto de la base, ya que el ciclo histerético tiene un límite de disipación de energía que se alcanza para valores grandes de γ . Resultados correspondientes al caso híbrido se puede ver en la figura 6.44. Al comparar los gráficos de las figuras 6.43 y 6.44 se puede concluir que en el caso híbrido los resultados son prácticamente independientes del ciclo histerético y que al mismo tiempo, para todos los valores de γ empleados en este análisis, aparecen valores menores de respuesta.

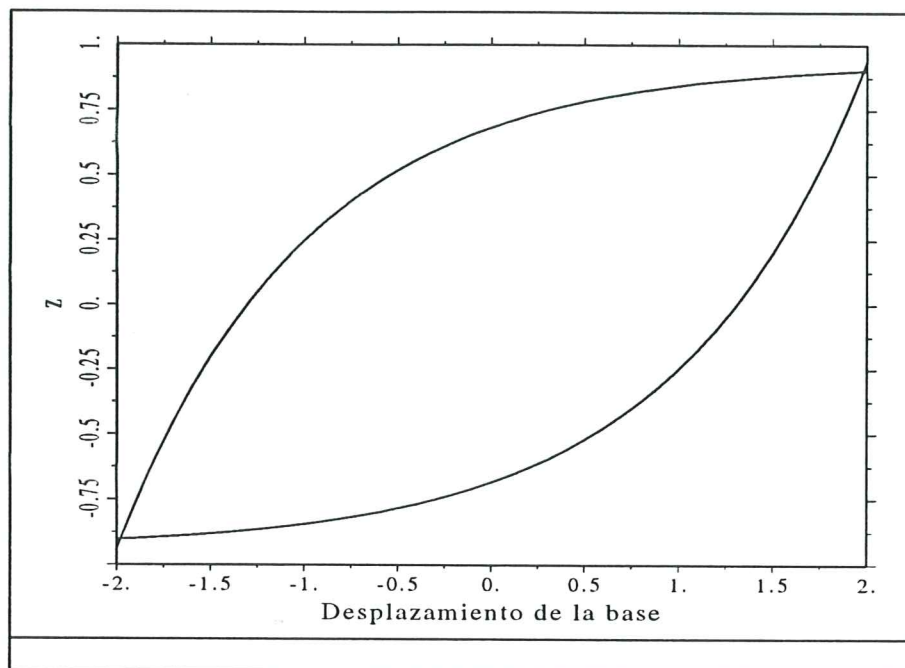


Figura 6.41 Ciclo histerético, para $\gamma = 0.75$ y $\nu = -0.25$.

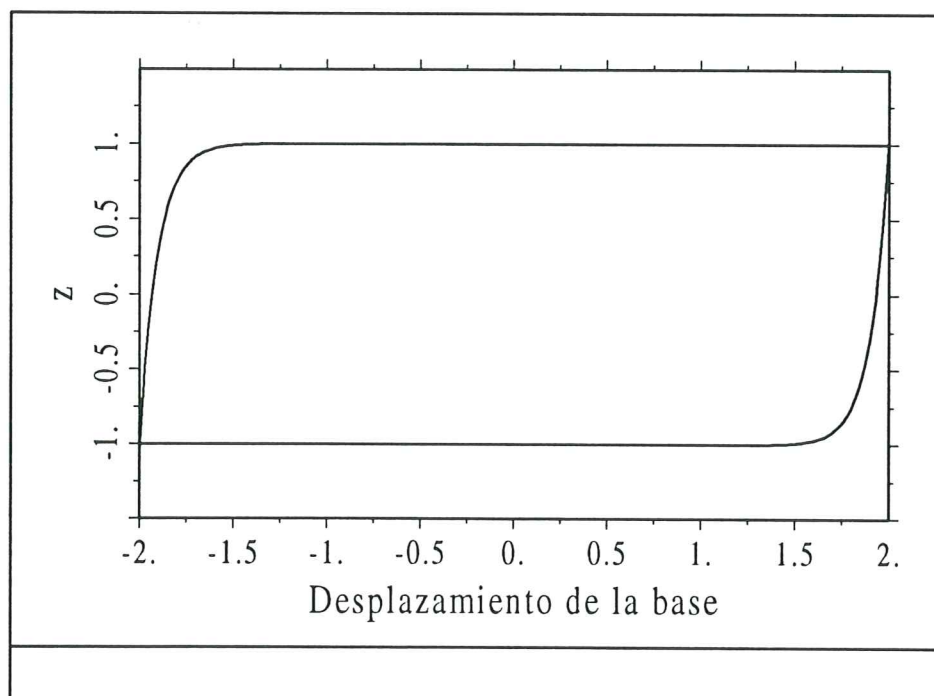
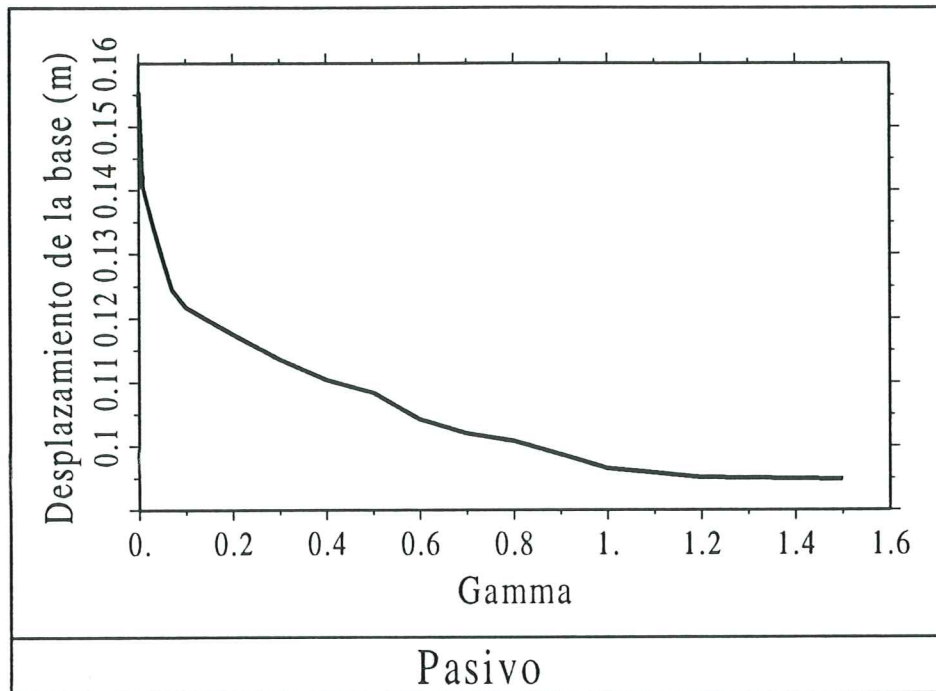
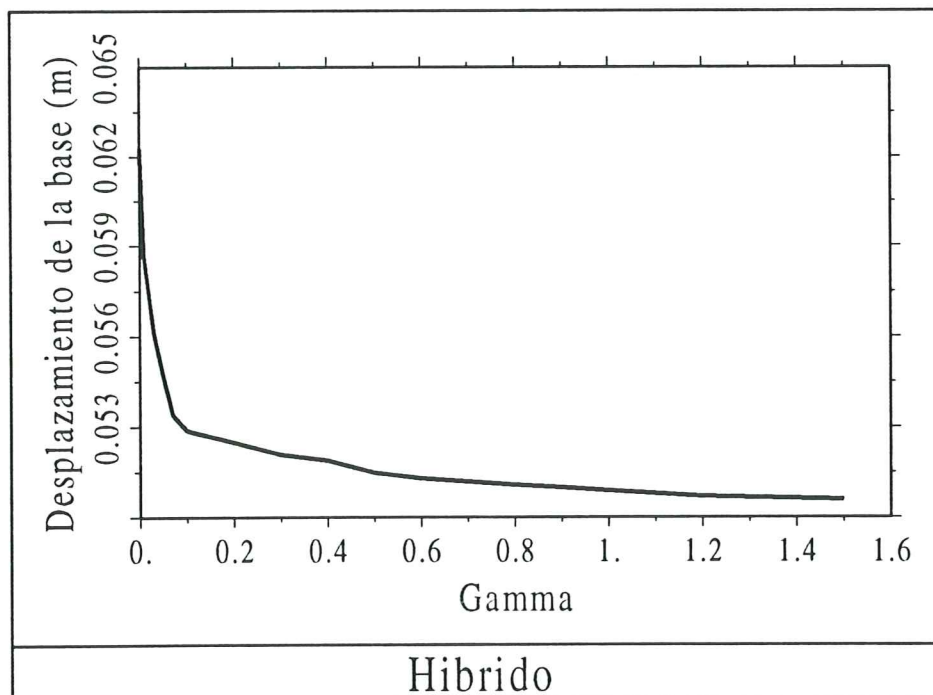


Figura 6.42 Ciclo histerético, para $\gamma = 0.9$ y $\nu = 0.1$.

Figura 6.43 Variación del parámetro γ , caso pasivo.Figura 6.44 Variación del parámetro γ , caso híbrido.

En las figuras 6.45 y 6.46 se muestra la variación en función de γ del desplazamiento de la estructura con respecto a la base, para los casos pasivo e híbrido, respectivamente. En este caso el sistema híbrido presenta valores de la respuesta razonablemente mayores que en el caso pasivo, los cuales no dependen de γ .

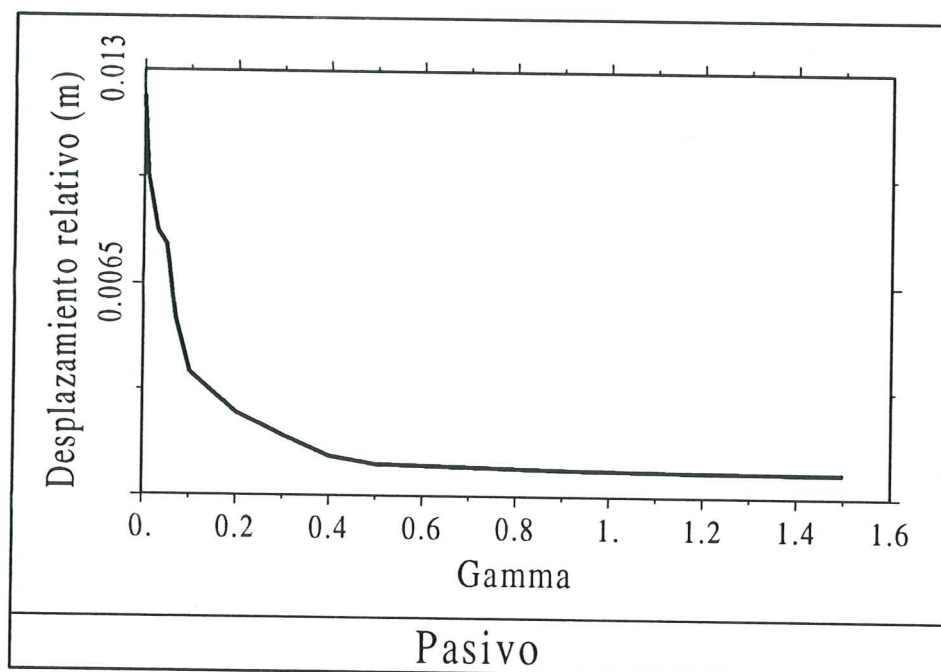


Figura 6.45 Variación del parámetro γ , caso pasivo.

La variación de la aceleración absoluta máxima en función de γ se ilustra en la figura 6.47, que corresponde al caso pasivo y en la figura 6.48 la que se refiere al híbrido. En éstas se vé que al igual que ocurre con el desplazamiento relativo, el caso híbrido presenta valores un poco mayores que el pasivo.

Para el estudio del sistema friccional, el parámetro que se varía es μ , el cual es el coeficiente de fricción del sistema de aislamiento. En las figuras 6.49 y 6.50 se muestra la variación del desplazamiento absoluto máximo de la base en función de μ para los casos pasivo e híbrido, respectivamente. Se puede ver claramente que este parámetro no influye en el caso híbrido, permaneciendo dicho desplazamiento casi constante a lo largo de todo el rango de sus valores y tomando valores mucho menores que en el caso pasivo.

Una comparación similar se realiza para el desplazamiento relativo y la aceleración absoluta máxima. Estos resultados se ilustran en los gráficos de las figuras 6.51-6.54, donde se observa que el caso pasivo y el híbrido tienen un comportamiento muy parecido y con valores máximos de la respuesta del mismo orden de magnitud.

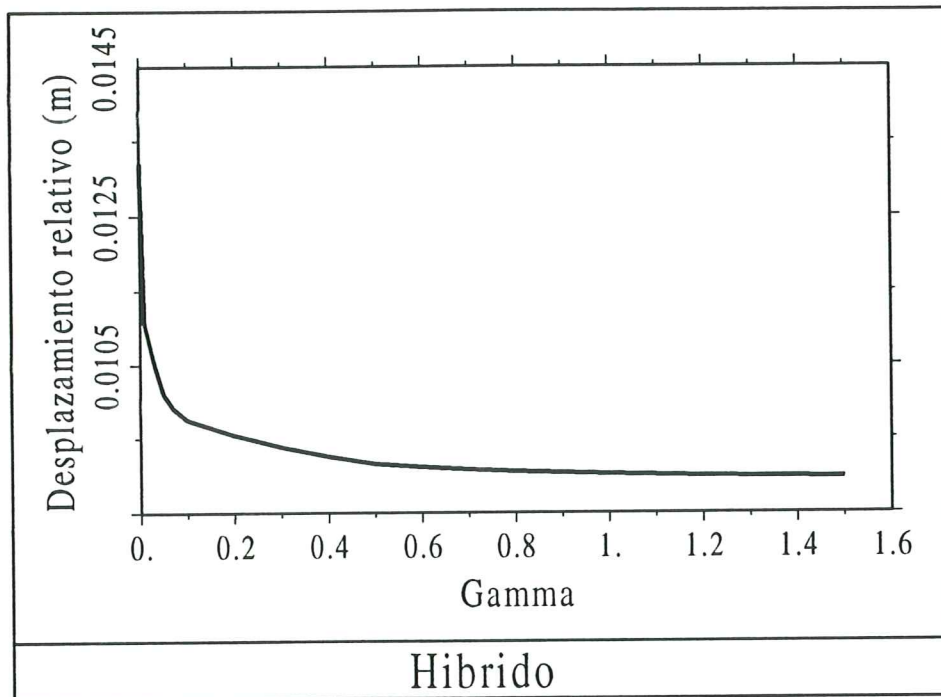


Figura 6.46 Variación del parámetro γ , caso híbrido.

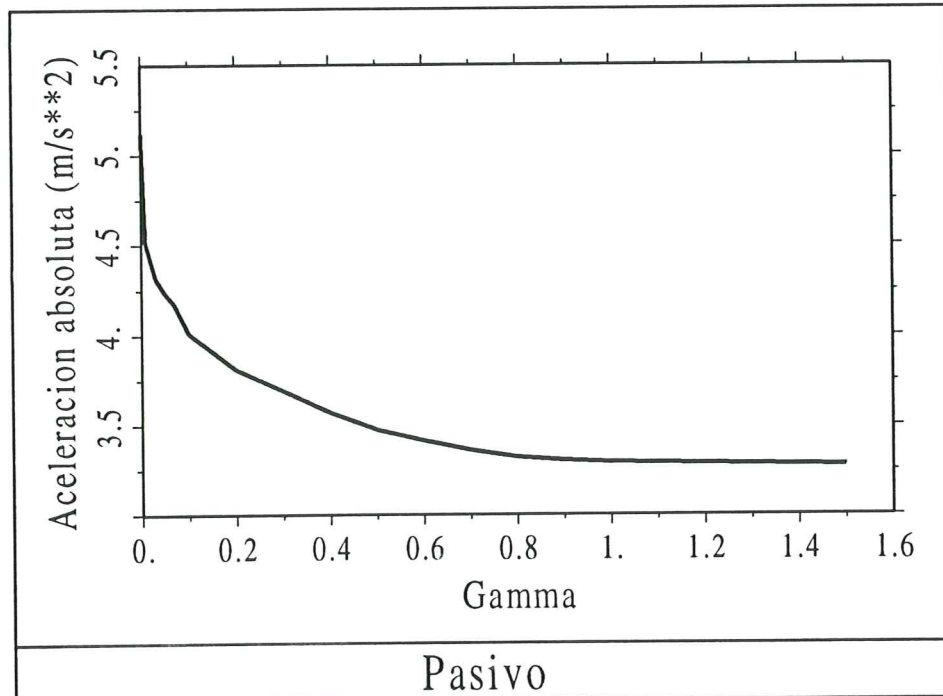
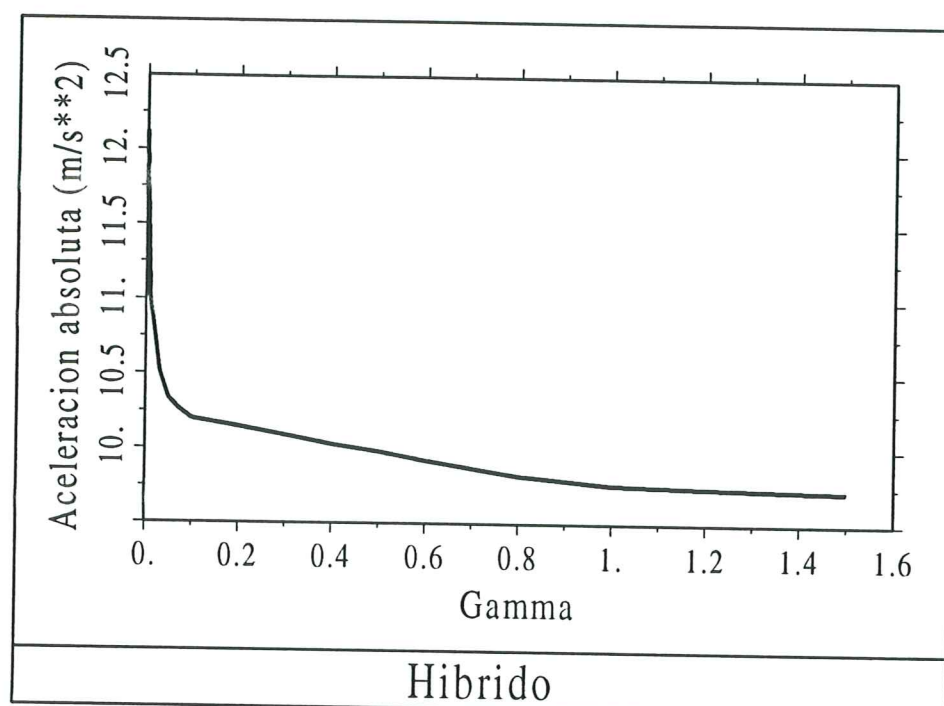
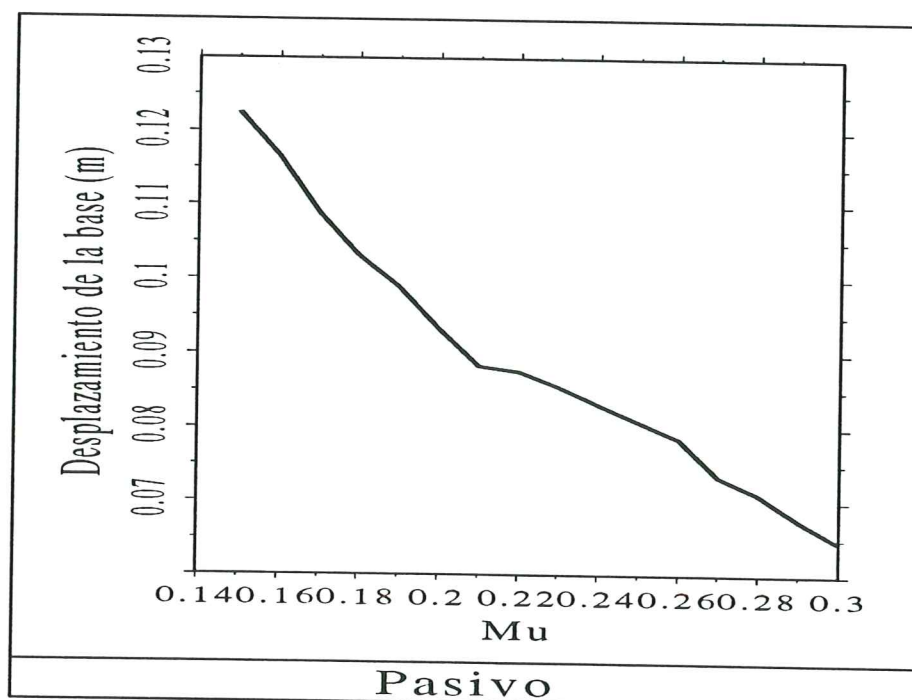


Figura 6.47 Variación del parámetro γ , caso pasivo.

Figura 6.48 Variación del parámetro γ , caso híbrido.Figura 6.49 Variación del parámetro μ , caso pasivo.

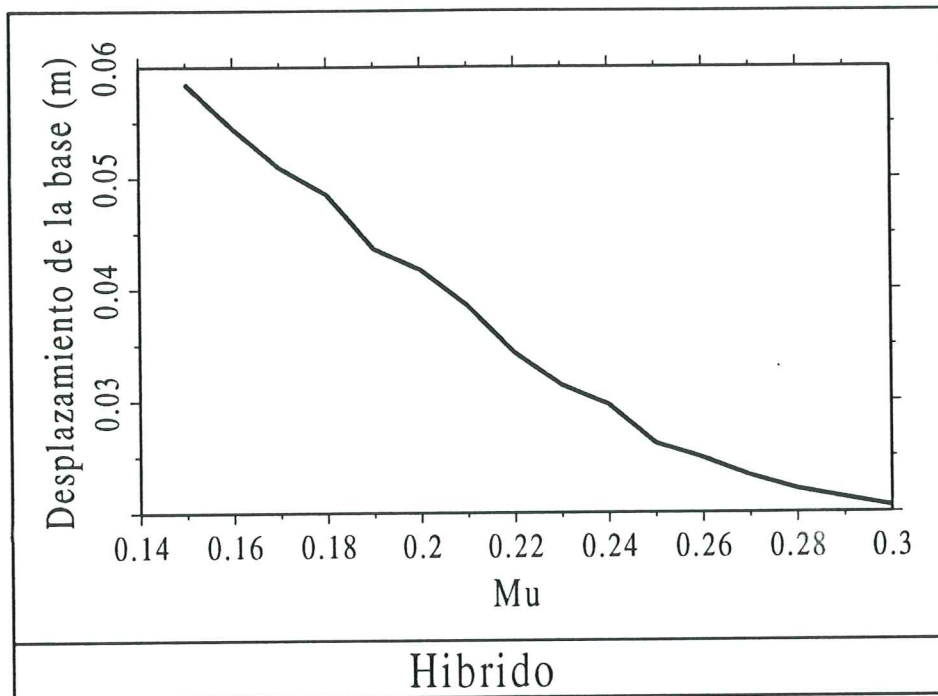


Figura 6.50 Variación del parámetro μ , caso híbrido.

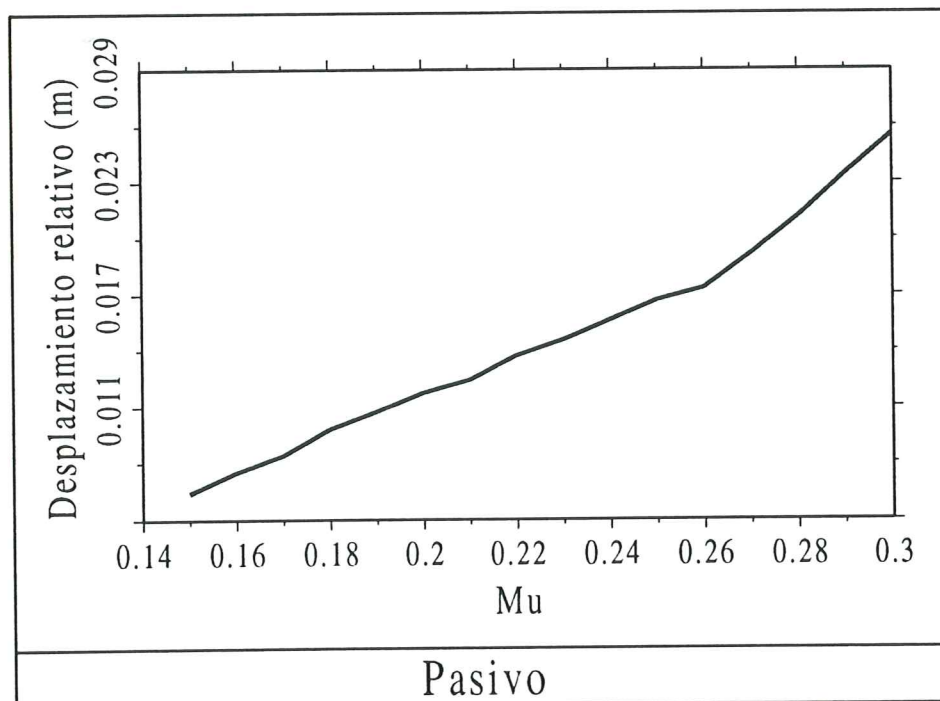
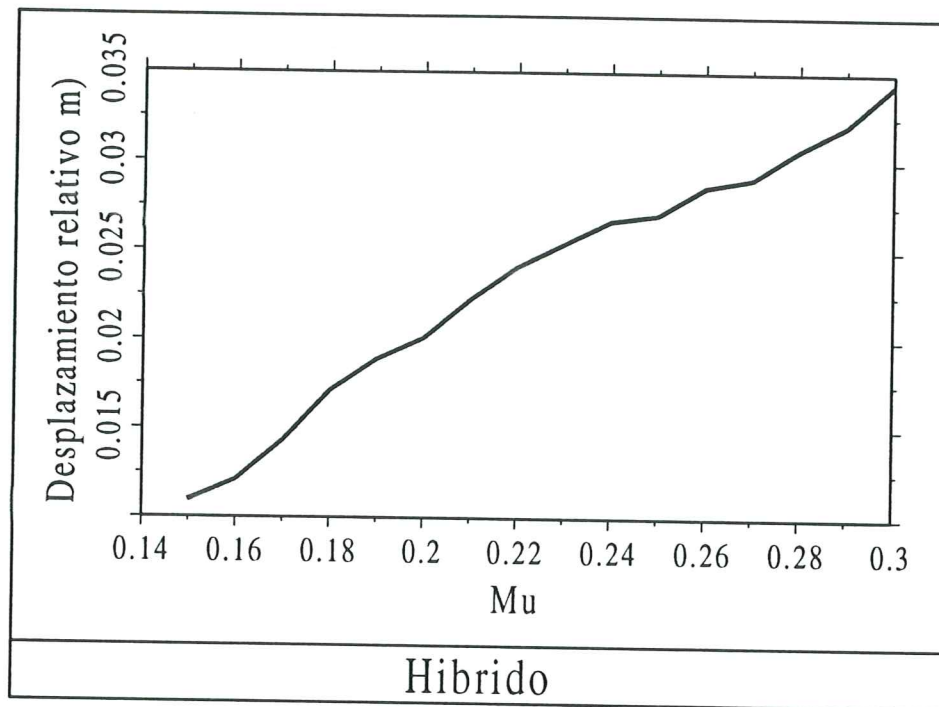
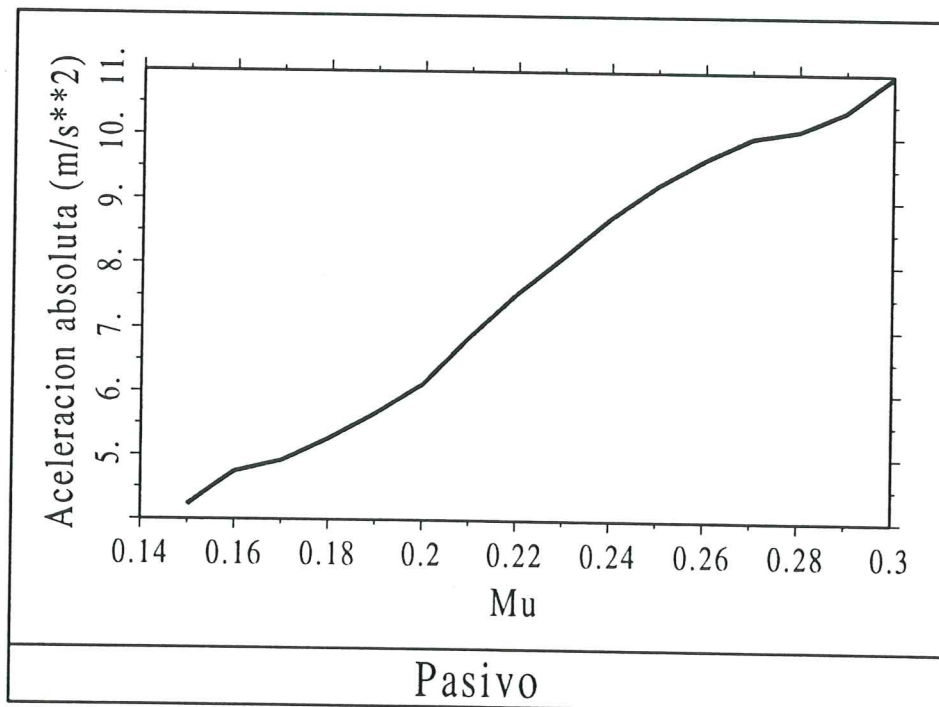


Figura 6.51 Variación del parámetro μ , caso pasivo.

Figura 6.52 Variación del parámetro μ , caso híbrido.Figura 6.53 Variación del parámetro μ , caso pasivo.

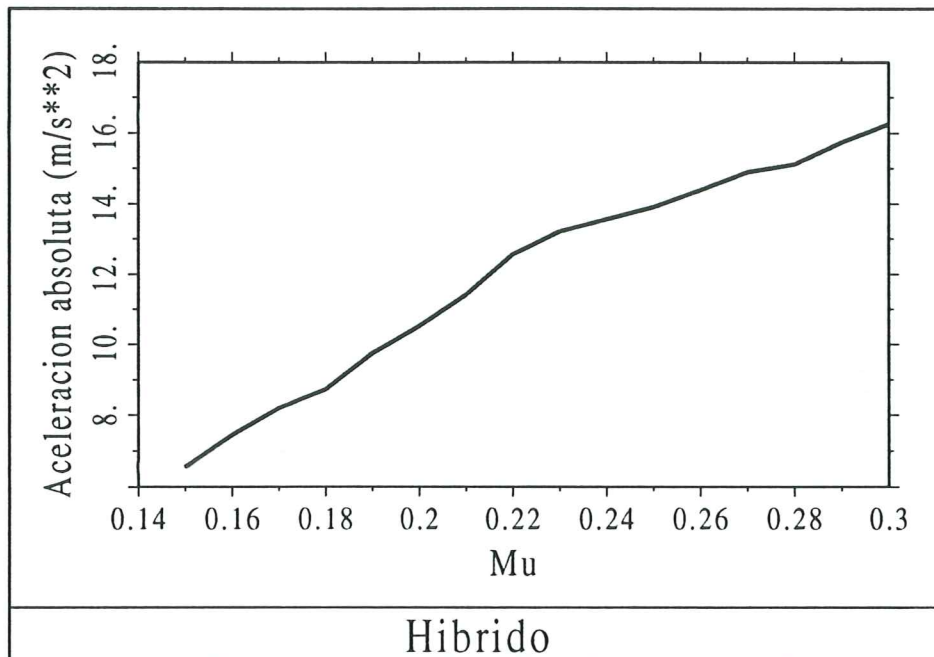


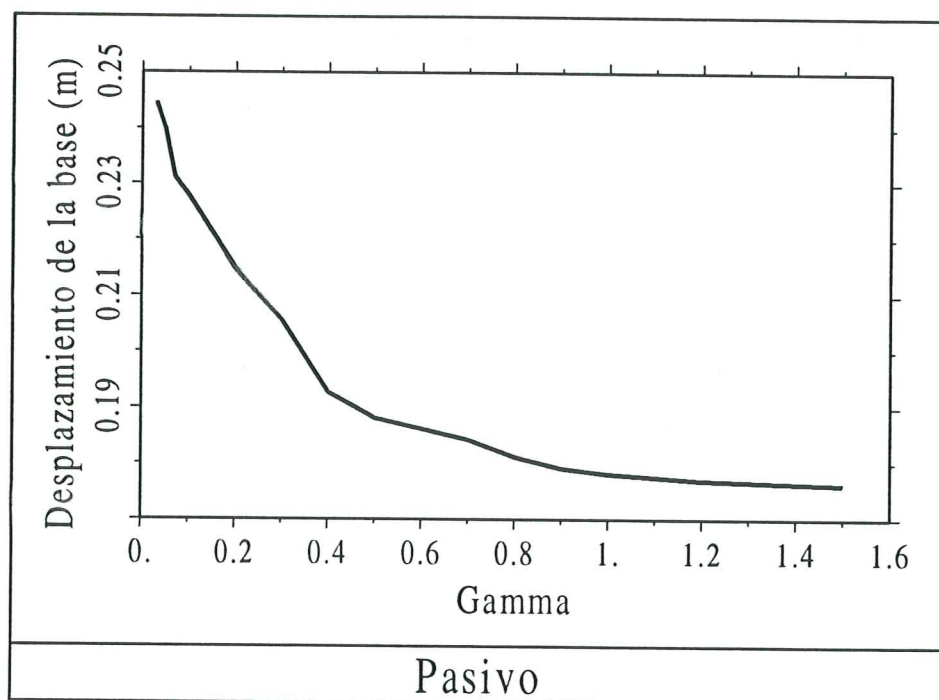
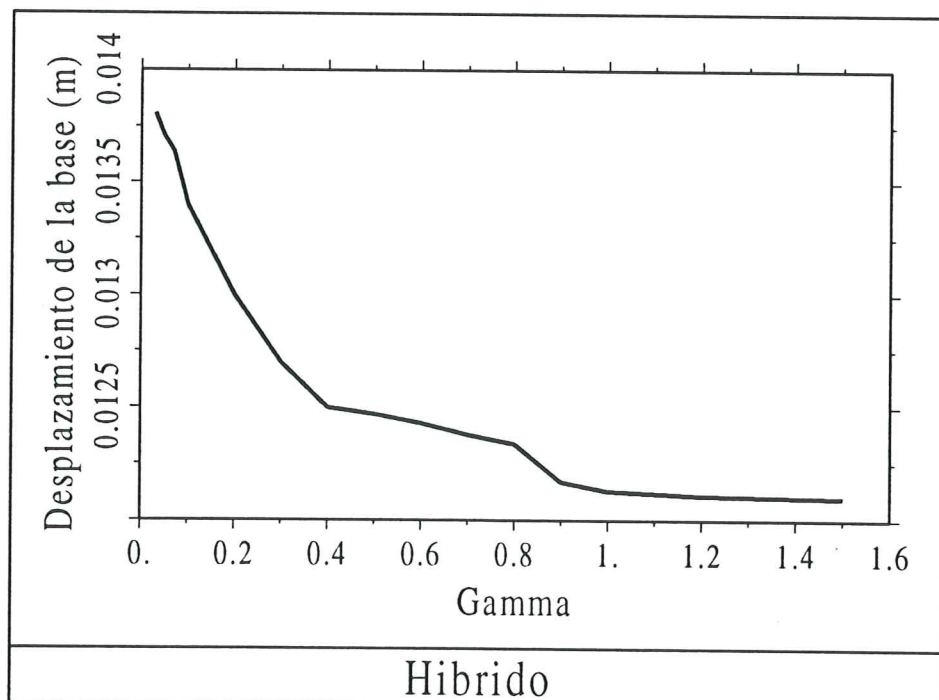
Figura 6.54 Variación del parámetro μ , caso híbrido.

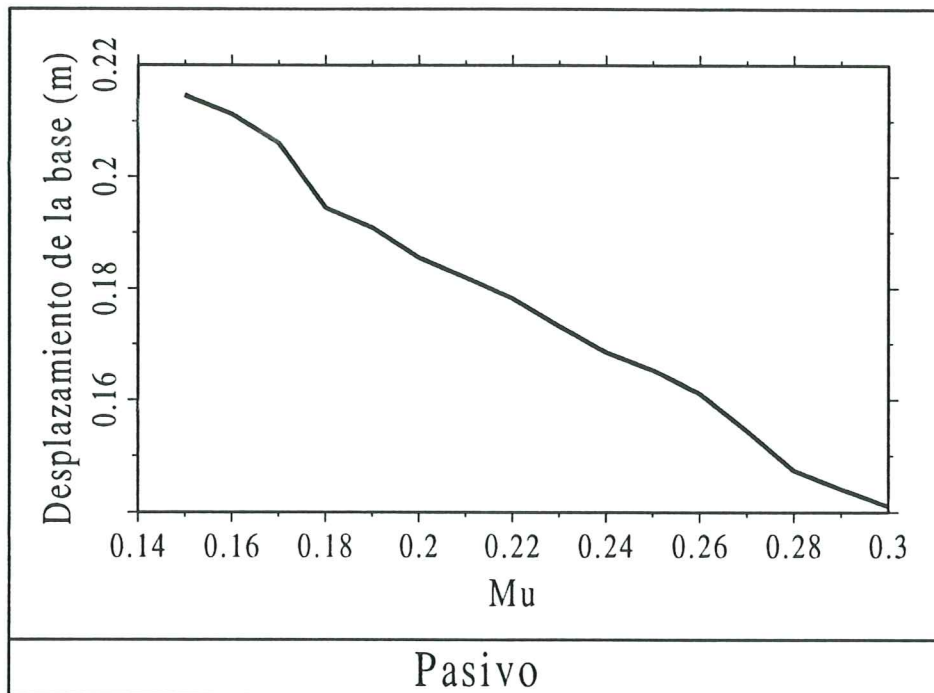
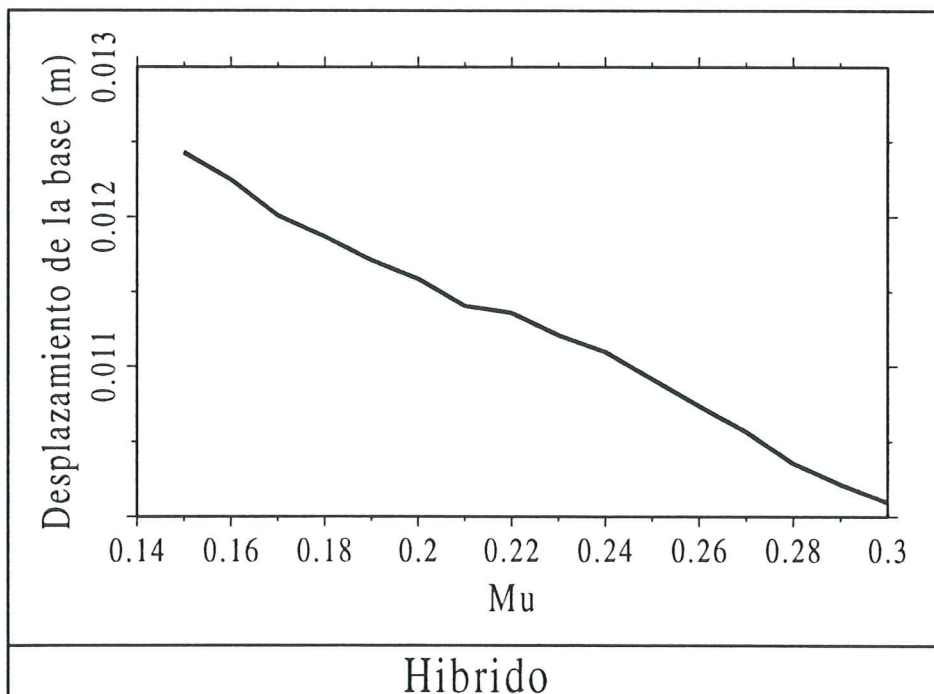
Se realizó un estudio similar de la influencia del aislamiento en la respuesta del sistema para el modelo de diez grados de libertad. Dicho modelo se somete a la excitación sinusoidal de 3.5 m/s^2 de amplitud, 10 rad/s de frecuencia y duración de 10 segundos, variando los parámetros γ y μ para analizar el comportamiento de la estructura con sistemas histerético y friccional, respectivamente.

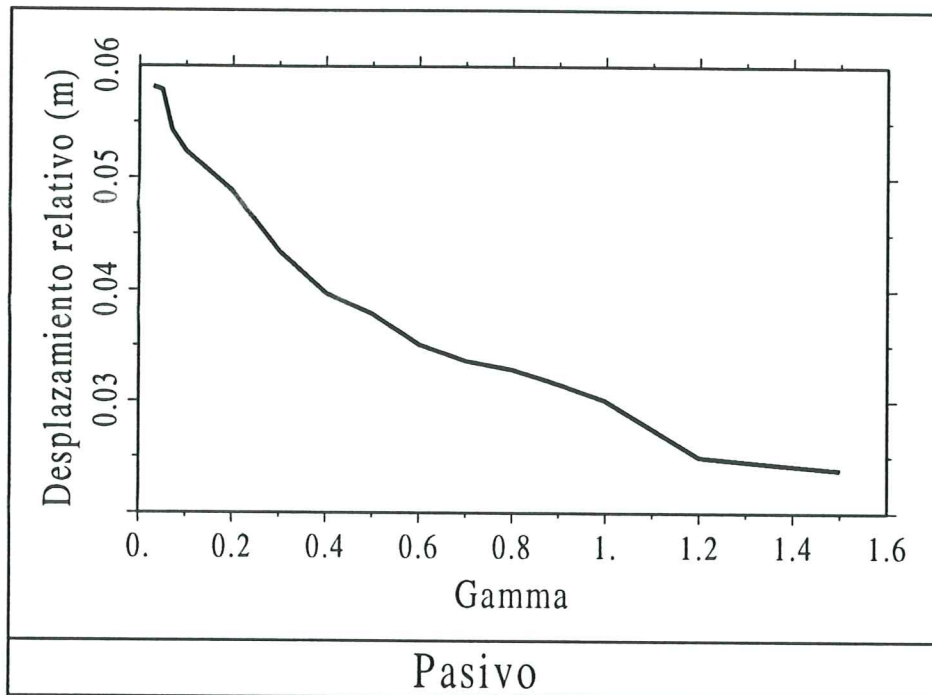
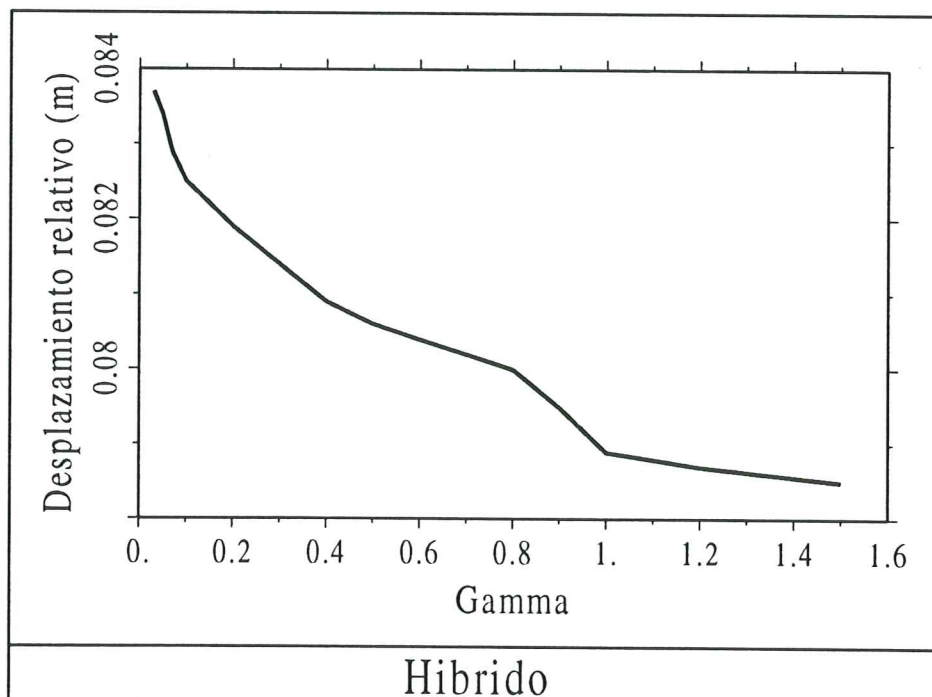
En las figuras 6.55 y 6.56 se muestra la variación del desplazamiento absoluto de la base en función de γ , mientras que en las figuras 6.57 y 6.58 puede verse la misma variación pero en función del parámetro μ . Estos resultados confirman que en el caso híbrido la respuesta es menor que en el caso pasivo, sin importar la clase de aislamiento que se utilice.

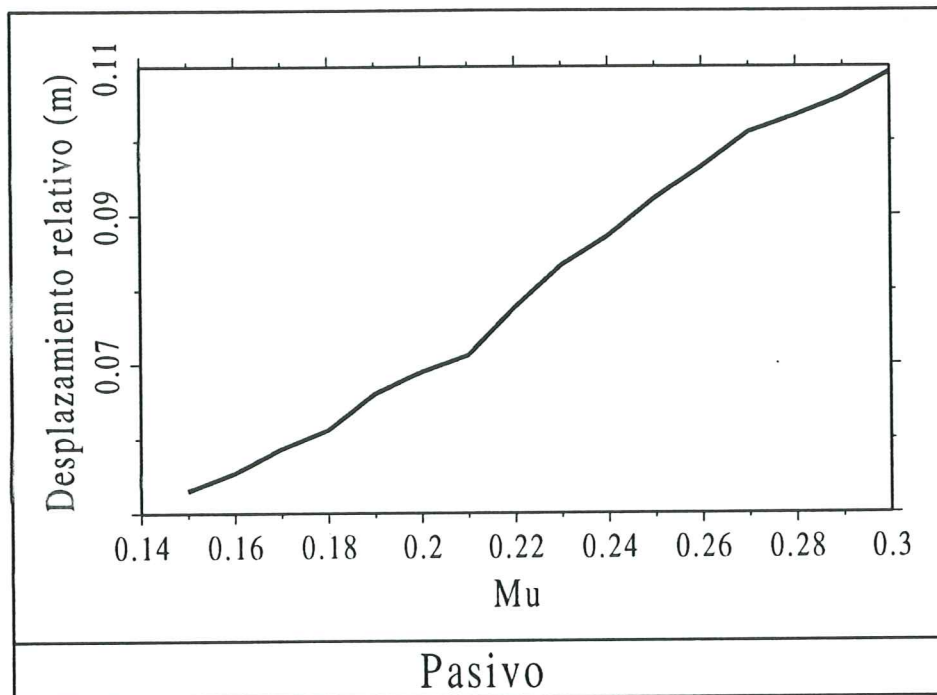
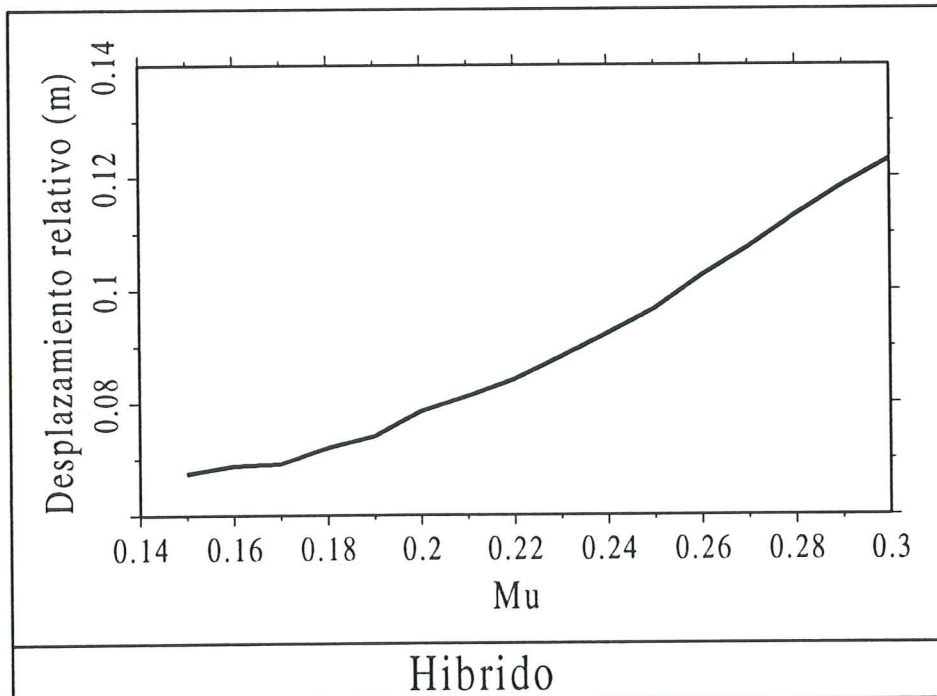
La variación del desplazamiento del punto más alto de la estructura con respecto a la base se muestra en los gráficos de las figuras 6.59 y 6.60, las cuales corresponden al caso histerético y las figuras 6.61 y 6.62 al caso friccional. En ellas se observa que cuando se introduce fricción en la base se producen valores mayores que cuando el aislamiento es histerético, debido a que los sistemas friccionales transmiten mayores aceleraciones a la estructura que los histeréticos. Este comportamiento se puede observar en la figura 6.61, en donde al aumentar el valor de μ se produce un incremento de la respuesta del sistema. La figura 6.59 muestra que con el factor γ del sistema histerético ocurre lo contrario, es decir, la respuesta disminuye al aumentar el valor de γ , lo que está también de acuerdo con las gráficas de las figuras 6.40-6.42.

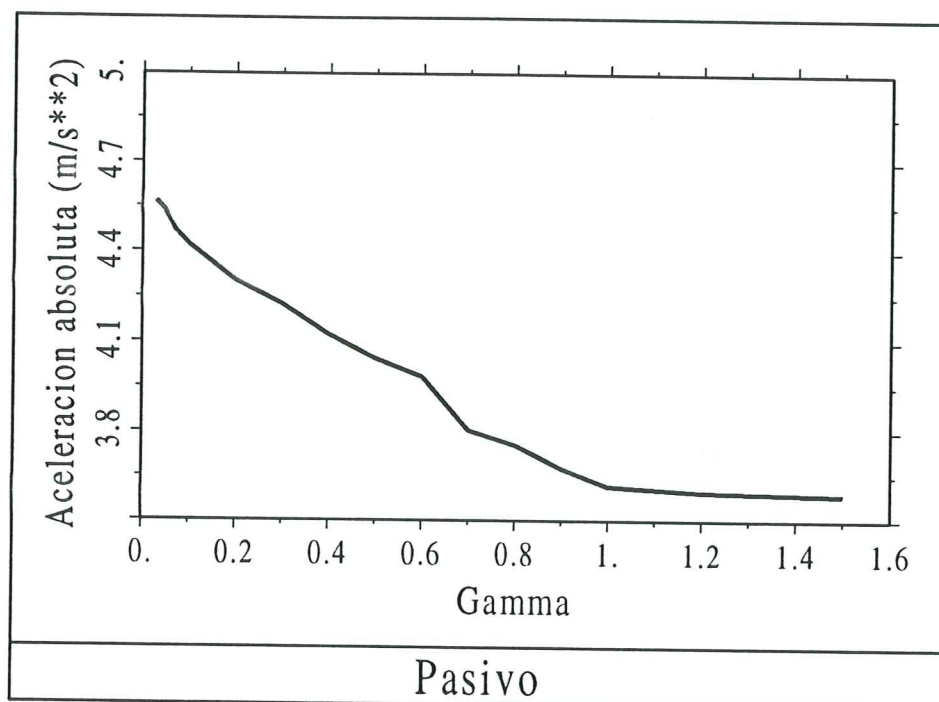
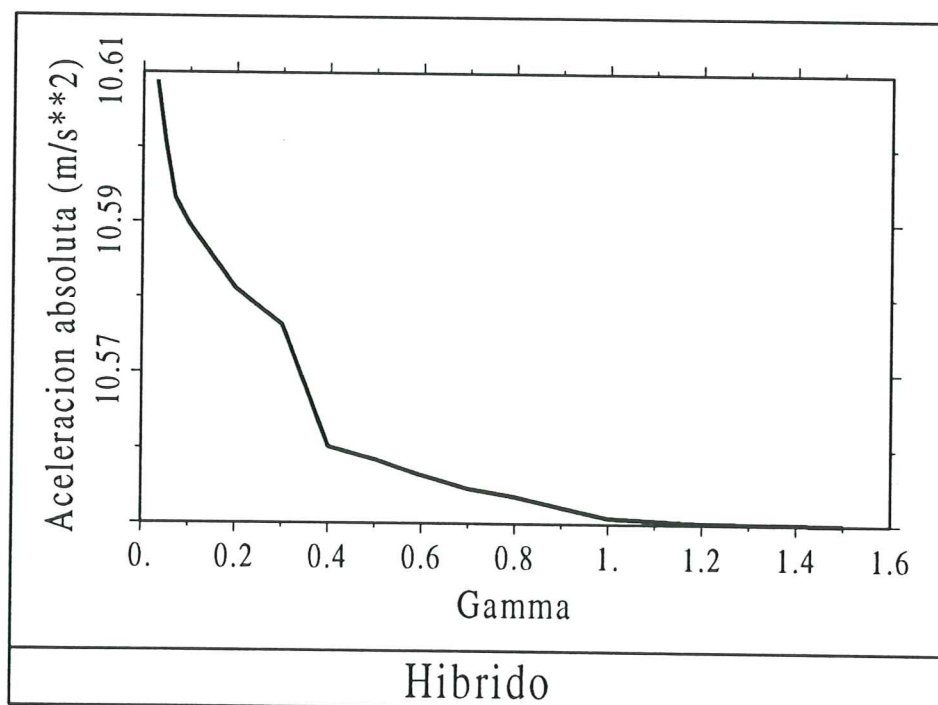
Al analizar los resultados de las figuras 6.63-6.66, en las cuales se realiza

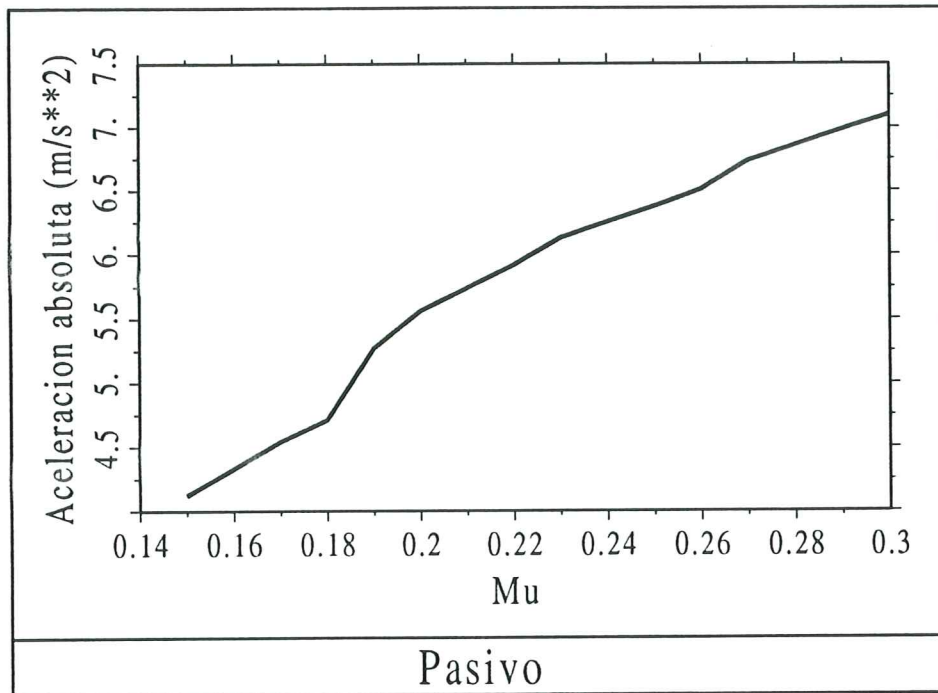
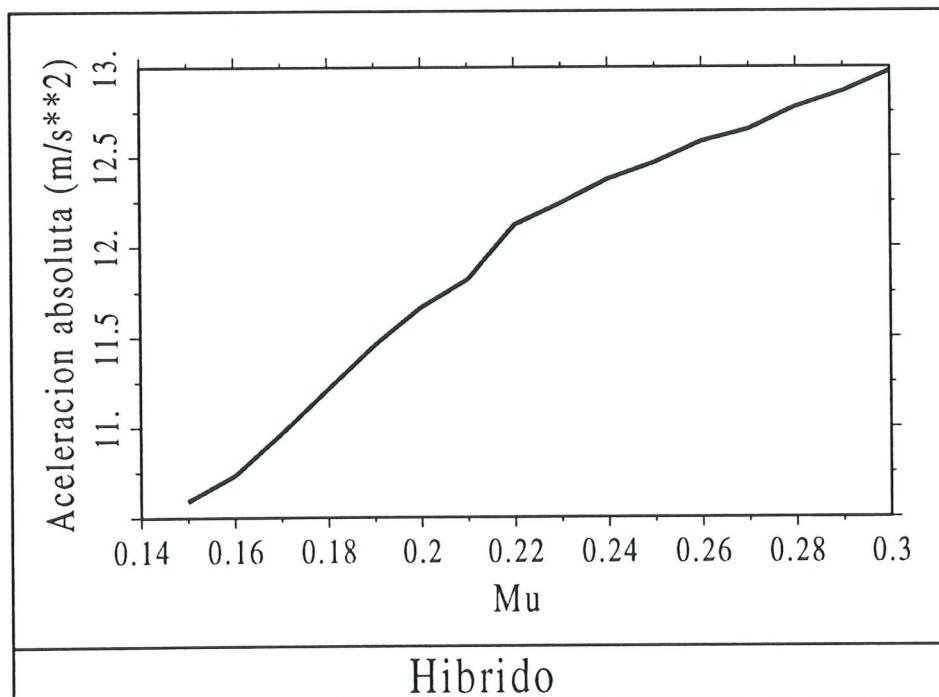
Figura 6.55 Variación del parámetro γ , caso pasivo.Figura 6.56 Variación del parámetro γ , caso híbrido.

Figura 6.57 Variación del parámetro μ , caso pasivo.Figura 6.58 Variación del parámetro μ , caso híbrido.

Figura 6.59 Variación del parámetro γ , caso pasivo.Figura 6.60 Variación del parámetro γ , caso híbrido.

Figura 6.61 Variación del parámetro μ , caso pasivo.Figura 6.62 Variación del parámetro μ , caso híbrido.

Figura 6.63 Variación del parámetro γ , caso pasivo.Figura 6.64 Variación del parámetro γ , caso híbrido.

Figura 6.65 Variación del parámetro μ , caso pasivo.Figura 6.66 Variación del parámetro μ , caso híbrido.

una comparación similar a la anterior entre los aislamientos histeréticos y friccionales utilizando como parámetro la aceleración absoluta máxima, se corrobora lo deducido de las figuras 6.59-6.62 respecto a que los sistemas friccionales experimentan mayores valores de aceleración que los histeréticos. De todas formas, se puede ver que la diferencia entre el comportamiento de los sistemas con apoyos histeréticos y friccionales, tanto en el caso del desplazamiento relativo como en el de la aceleración absoluta, es importante en el caso pasivo; dicha diferencia se disminuye sustancialmente en el caso híbrido.

6.7 INFLUENCIA DEL PARÁMETRO λ DE LA LEY DE CONTROL EN LA RESPUESTA

Para evaluar la ley de control propuesta, se analiza el efecto del parámetro λ que define la bola centrada en cero, hacia la cual tiende asintóticamente la respuesta controlada de la base del sistema híbrido. Con este fin, se utiliza el modelo de un solo grado de libertad con sistema de aislamiento y se varía λ desde 0.1 hasta 1.5. El análisis se lleva a cabo para cinco acelerogramas con diferente contenido frecuencial, concretamente sinusoides con una amplitud de 3.5 m/s^2 y duración 10 s, con frecuencias de 3 rad/s, 4 rad/s, 5 rad/s, 8 rad/s y 15 rad/s.

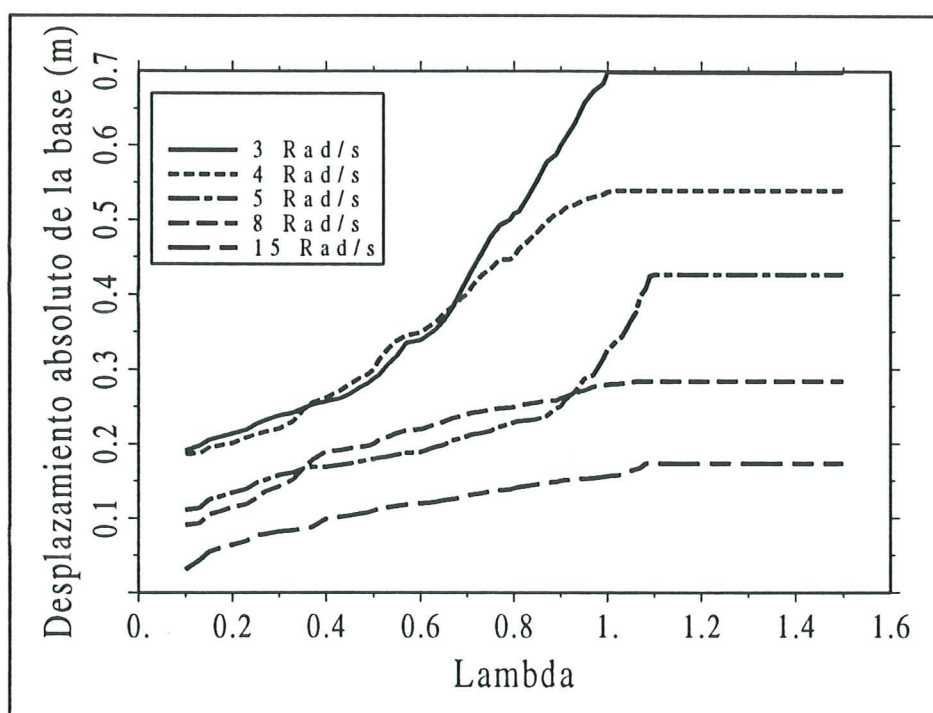
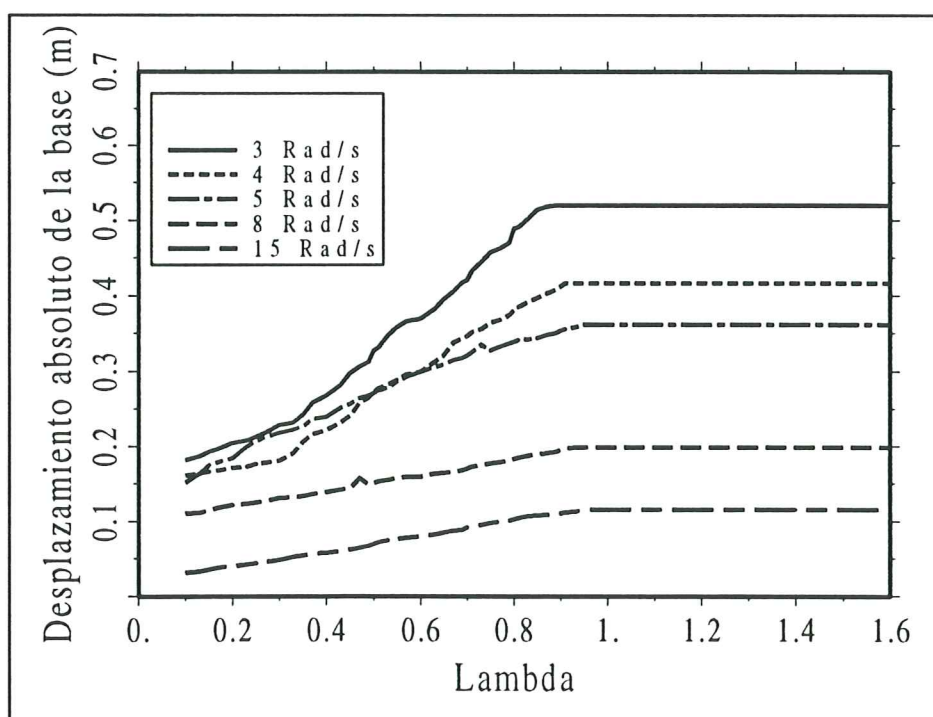
En la figura 6.67 se muestra el desplazamiento absoluto de la base correspondiente al caso histerético y en la figura 6.68 el correspondiente al caso friccional. Se puede observar que hay un cierto valor límite de λ a partir del cual el sistema híbrido se comporta igual que el pasivo.

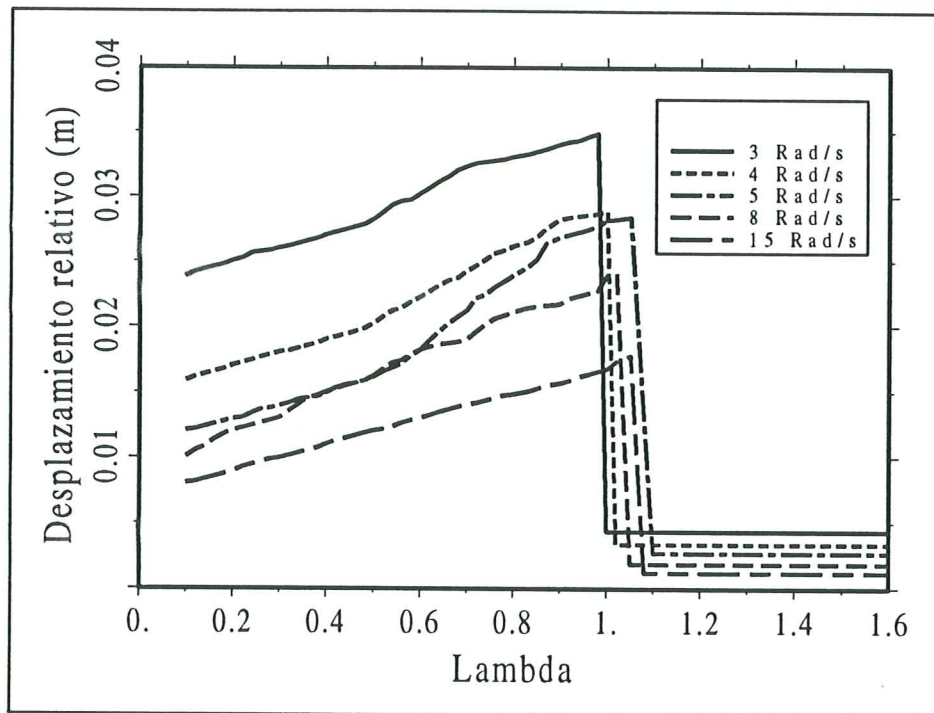
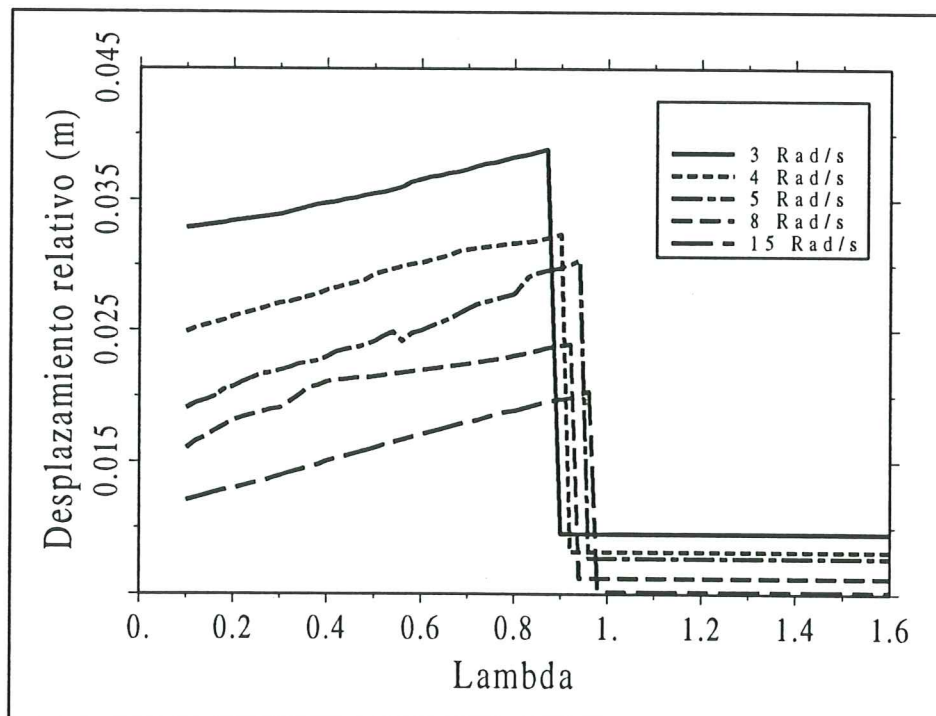
En las figuras 6.69 y 6.70 se muestra la variación del desplazamiento relativo en función de λ para el aislamiento histerético y friccional, respectivamente. Se comprueba que a partir de cierto valor de λ la bola centrada en cero es tan grande que la respuesta siempre se encuentra dentro de ella, por lo que el caso híbrido se comporta igual que el pasivo.

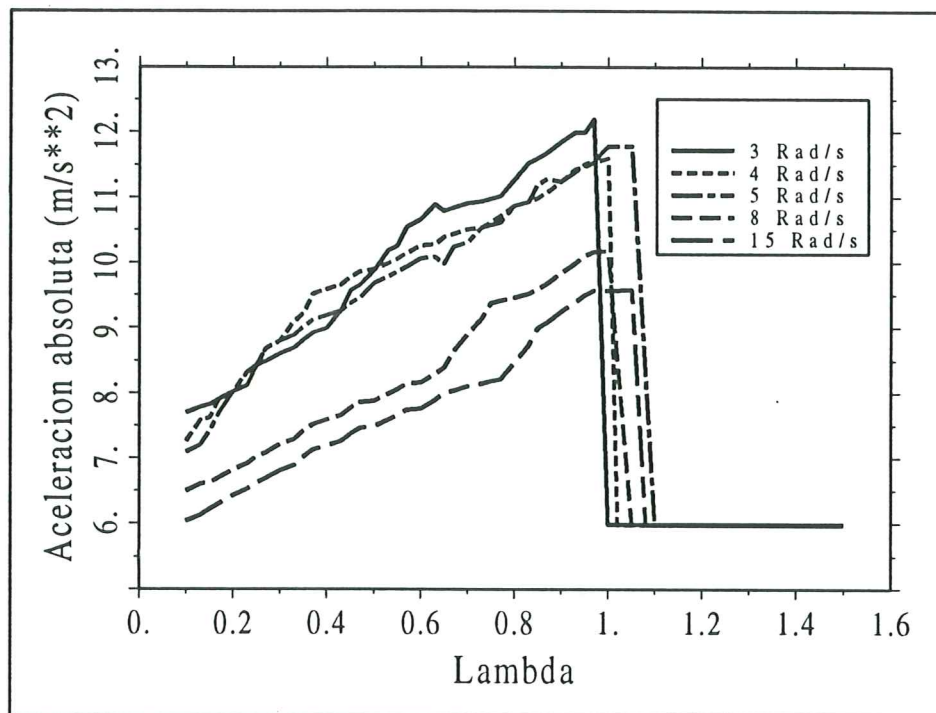
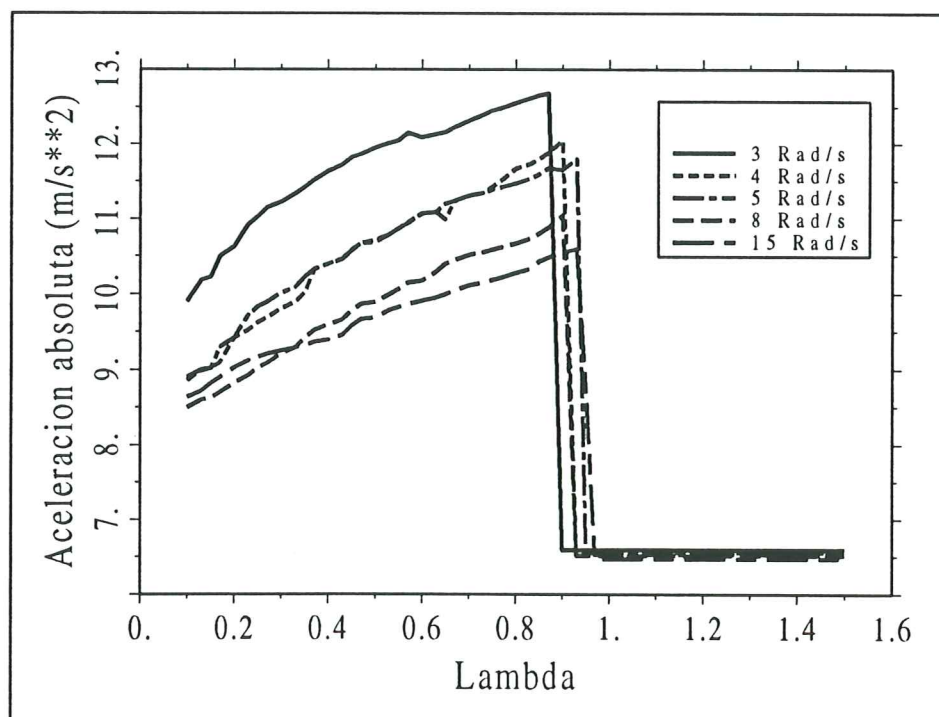
El valor máximo de la aceleración absoluta, que se muestra en las figuras 6.71 y 6.72 para los casos histerético y friccional, respectivamente, aumenta hasta cierto valor de λ y a partir de ahí se comporta como el caso pasivo.

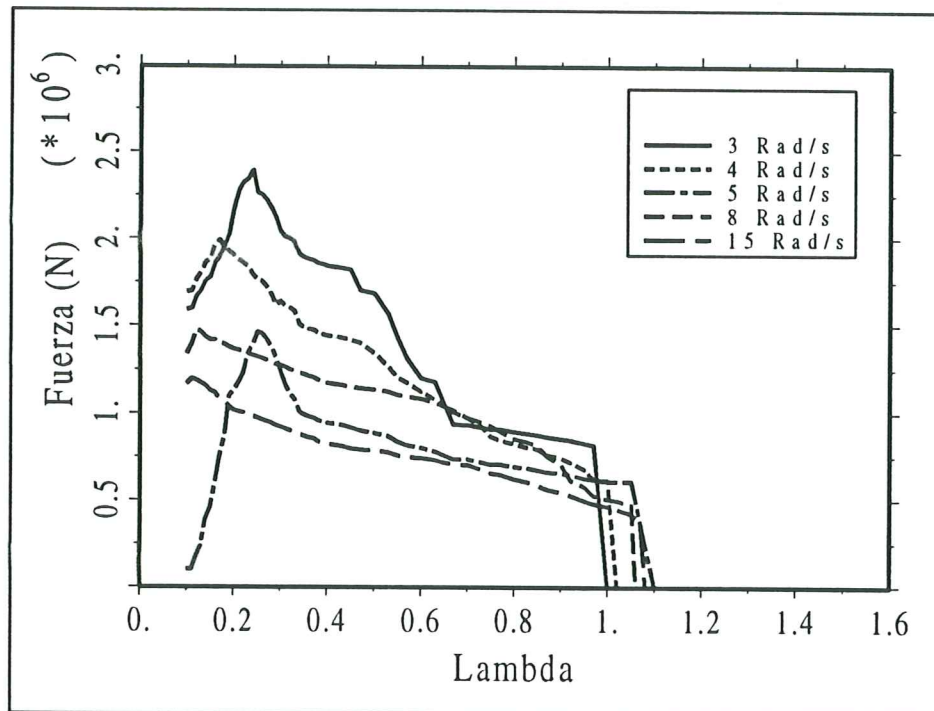
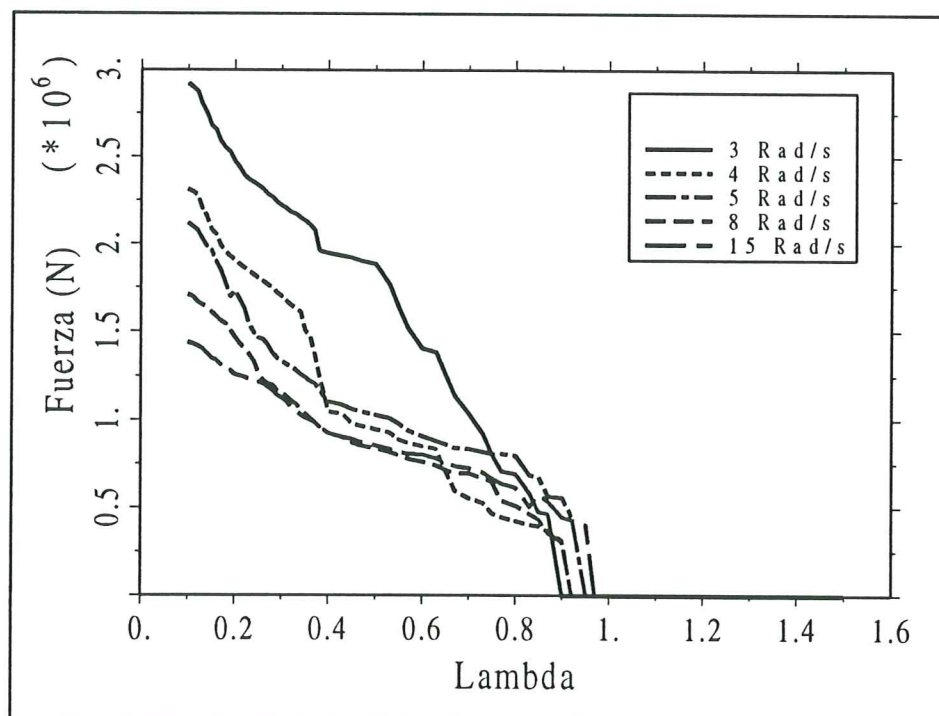
En los gráficos de las figuras 6.73 y 6.74 se ilustra la variación de la fuerza máxima de control que se aplica sobre la base, correspondiendo 6.73 al caso histerético y 6.74 al friccional. Puede verse claramente el efecto de la condición impuesta a la ley de control: a partir de cierto valor de λ no es necesario aplicar ninguna fuerza de control sobre la base.

Las figuras 6.67-6.74 demuestran que, dependiendo del valor que se prefije para el parámetro λ , se obtiene un control tan exigente o suave como se pretenda, ya que dicho valor define el entorno dentro del cual se pretende llevar la respuesta. Obviamente para un valor grande de λ no es necesario aplicar ninguna fuerza sobre la base ya que la respuesta siempre estará dentro del entorno definido por λ , por lo que en este caso el sistema se comporta como uno pasivo.

Figura 6.67 Variación del parámetro λ .Figura 6.68 Variación del parámetro λ .

Figura 6.69 Variación del parámetro λ .Figura 6.70 Variación del parámetro λ .

Figura 6.71 Variación del parámetro λ .Figura 6.72 Variación del parámetro λ .

Figura 6.73 Variación del parámetro λ .Figura 6.74 Variación del parámetro λ .

6.8 ANÁLISIS DE LA RESPUESTA EN EL TIEMPO

6.8.1 Comparación entre los sistemas pasivo e híbrido

Para el modelo de diez grados de libertad con sistema de aislamiento pasivo e híbrido, se estudia la variación de la historia de la respuesta en el tiempo. Se utiliza como excitación una senoide de amplitud 3.5 m/s^2 , frecuencia 10 rad/s y duración 5 s . Los parámetros analizados son el desplazamiento absoluto de la base, el desplazamiento del punto más alto de la estructura con respecto a la base, la aceleración absoluta en dicho punto y la fuerza de control.

En la figura 6.75 se muestra la respuesta temporal del desplazamiento absoluto de la base para el edificio con aislamiento histerético, tanto para el caso pasivo como para el híbrido. Puede observarse la fuerte reducción del desplazamiento de la base correspondiente al caso híbrido.

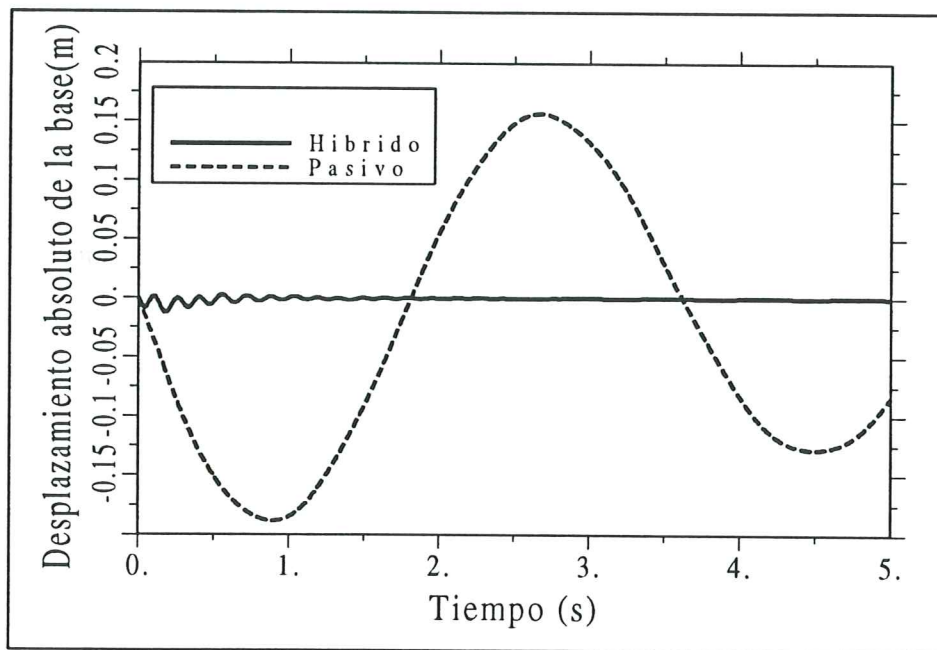


Figura 6.75 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal.

La variación en el tiempo del desplazamiento relativo se muestra en la figura 6.76, en donde para los primeros instantes del sismo aparecen valores más altos en el caso híbrido que después tienden al entorno cercano a cero definido por la ley de control.

Otra comparación del caso híbrido con el pasivo, pero utilizando esta vez como parámetro la aceleración absoluta del punto más alto de la estructura, puede verse en la figura 6.77. Al igual que ocurre con el desplazamiento relativo,

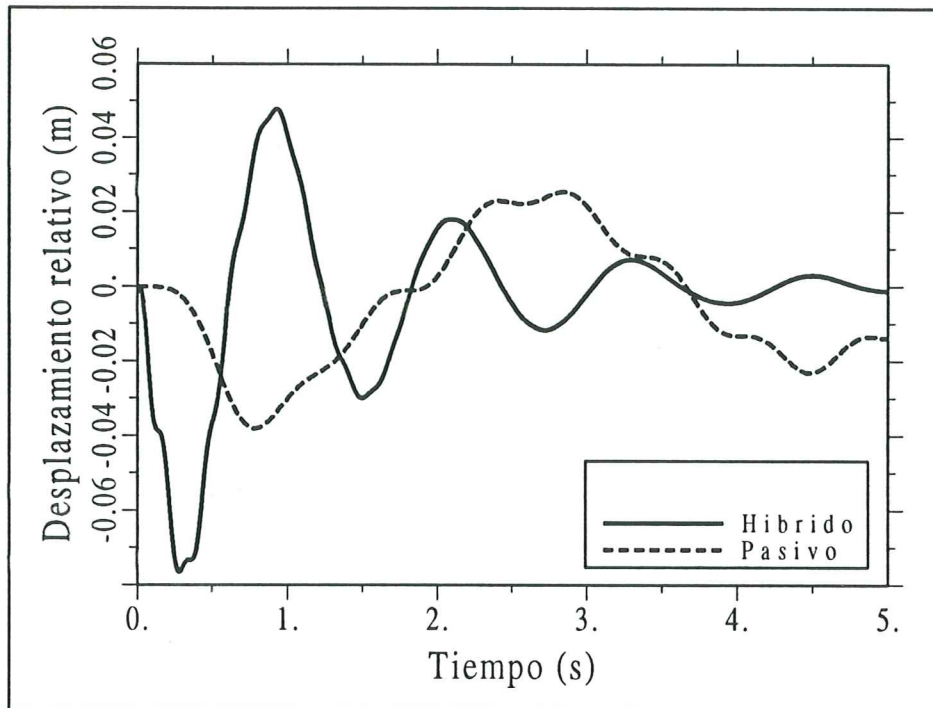


Figura 6.76 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal.

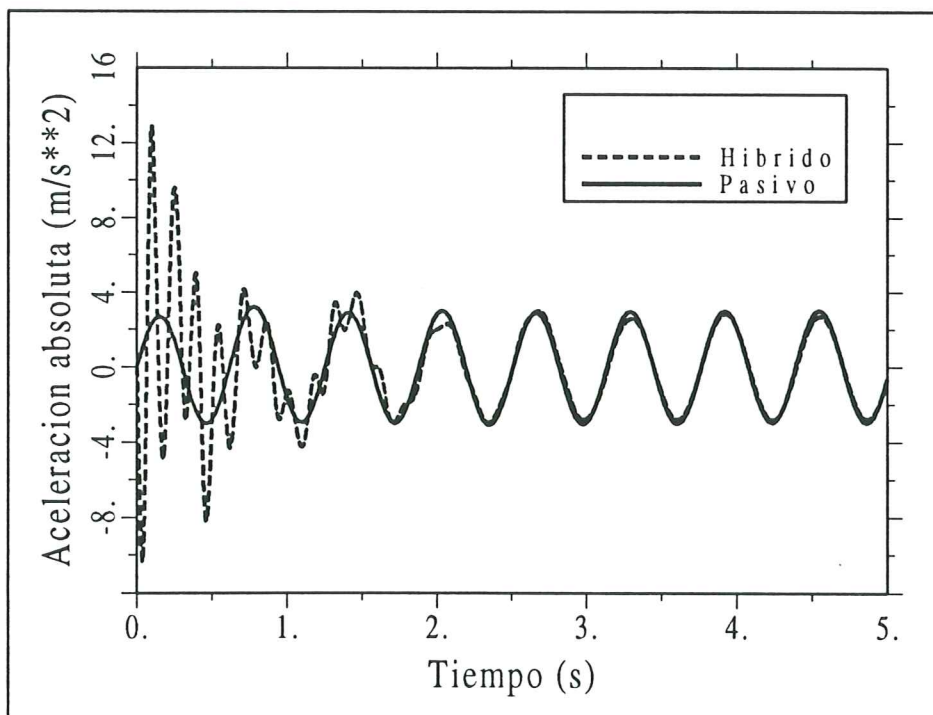


Figura 6.77 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal.

en el caso híbrido el sistema presenta mayores valores de dicha aceleración que en el pasivo en los primeros instantes de la excitación, pero a partir de cierto instante el híbrido mejora el comportamiento del pasivo.

En la figura 6.78 se muestra la variación de la fuerza de control aplicada sobre la base. Se observa que ésta presenta los mayores valores en los primeros instantes del sismo y luego se va reduciendo a medida que la respuesta disminuye debido al control. La historia temporal de esta fuerza se ha calculado basada en la ley de control que no permite que la respuesta del sistema se salga de la bola de radio λ una vez que se encuentra dentro de ella, por lo que en todos los instantes del proceso se calcula una fuerza de control.

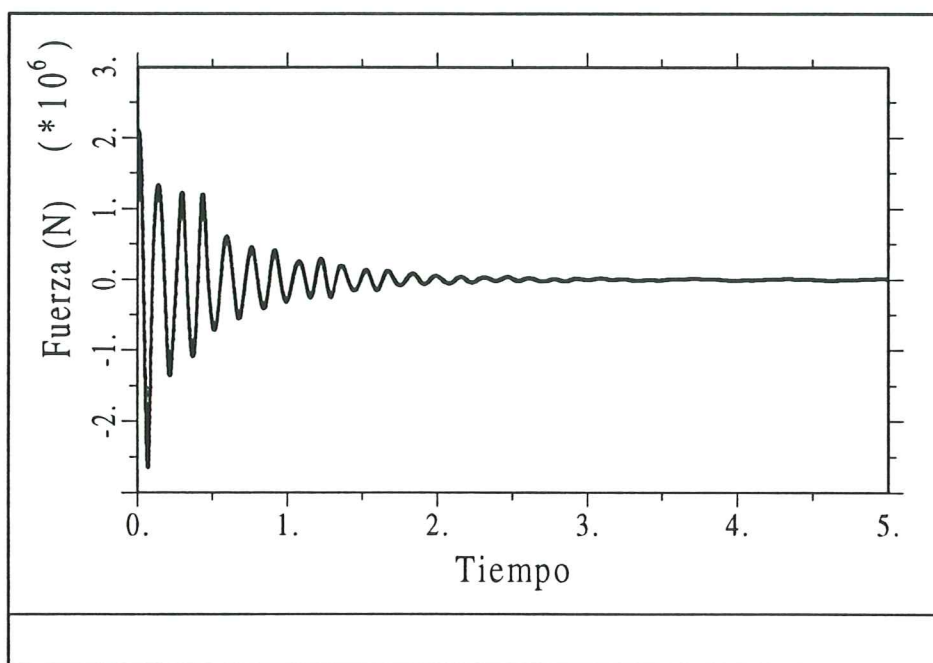


Figura 6.78 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal.

6.8.2 Estrategia de control modificada

A continuación se realizaron comparaciones similares a las anteriores pero, utilizando la estrategia de control modificada que se ha descrito en el apartado 5.7, la cual consiste en que solamente en el caso de que la respuesta se salga de la bola se aplica la ley de control, mediante la cual se calcula la fuerza necesaria para llevarla de nuevo dentro de la misma.

La variación en el tiempo del desplazamiento absoluto de la base se muestra en la figura 6.79, comprobándose que la reducción en el caso híbrido es menos fuerte que en el caso de la figura 6.75, pero que también en este caso el objetivo de la teoría de control se sigue cumpliendo.

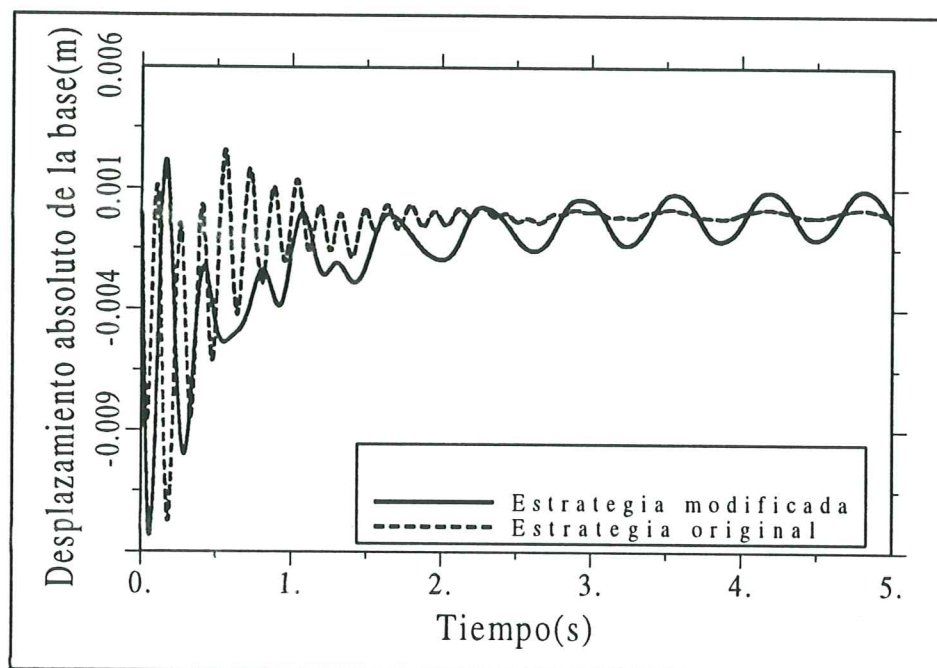


Figura 6.79 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal.

En la figura 6.80 se muestra la variación temporal del desplazamiento relativo, correspondiente a las dos estrategias, presentándose prácticamente el mismo comportamiento que en el caso de la figura 6.76, es decir, valores mayores al comienzo del terremoto y reducción gradual a partir de cierto instante.

Las aceleraciones absolutas se ilustran en la figura 6.81, en donde se observa que el edificio tiende a comportarse como en el caso pasivo, lo cual es acorde con la estrategia de control modificada.

Donde mejor se observa la modificación de la ley de control es en la figura 6.82. En ésta se muestra la variación de la fuerza de control, pudiéndose ver que existen muchos intervalos de tiempo en los cuales la fuerza es nula, debido a que la respuesta del sistema se encuentra dentro del entorno predefinido. Se vé claramente que cuando la respuesta se sale del entorno especificado se calculan fuerzas de control en los instantes en que esto ocurre, hasta volver a llevar la respuesta al entorno deseado.

Al comparar las figuras 6.78 y 6.82 se observa la diferencia entre la estrategia de control propuesta inicialmente y la modificada y cabe anotar que los máximos valores de la fuerza de control en estos casos son del mismo orden. Sin embargo, en la figura 6.82 se observa claramente que la modificación hecha a la ley de control permite un ahorro de energía, ya que al existir intervalos en los cuales la fuerza es cero, el actuador no genera permanentemente fuerzas. El impulso total de la fuerza $\int u \, dt$ en el caso en que se utiliza la estrategia modificada es menor que cuando no se emplea dicha modificación, con lo cual se comprueba que la estrategia modificada necesita menos energía para controlar el sistema.

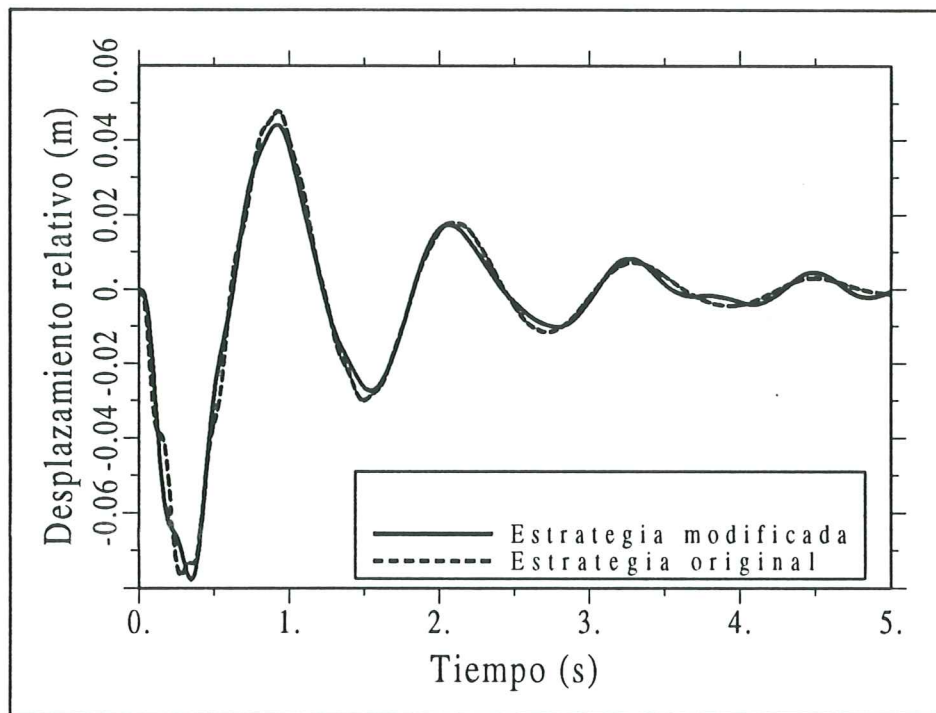


Figura 6.80 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal.

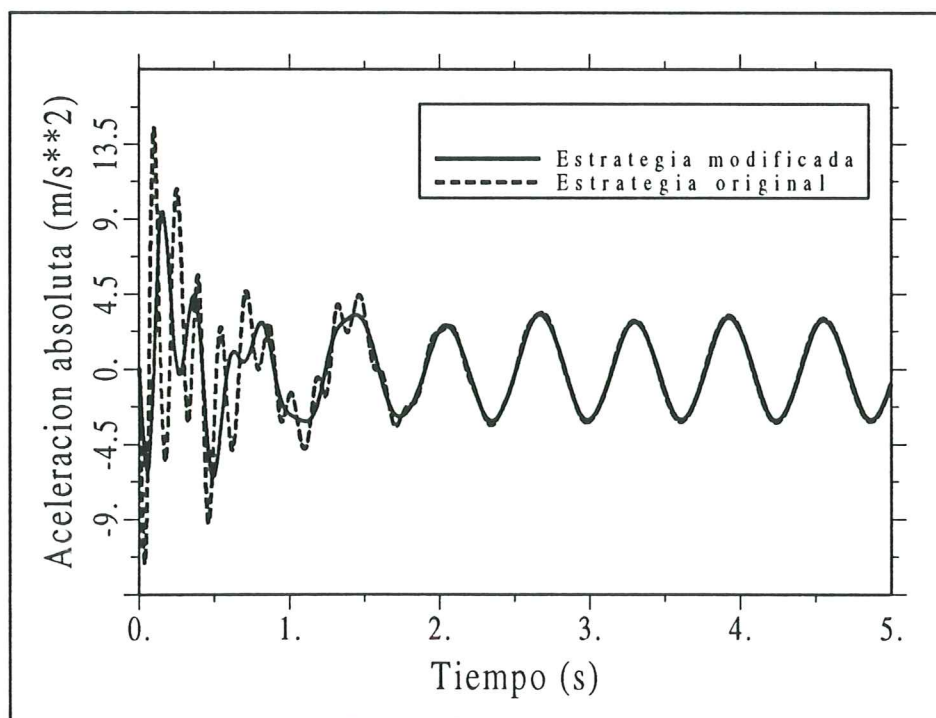


Figura 6.81 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal.

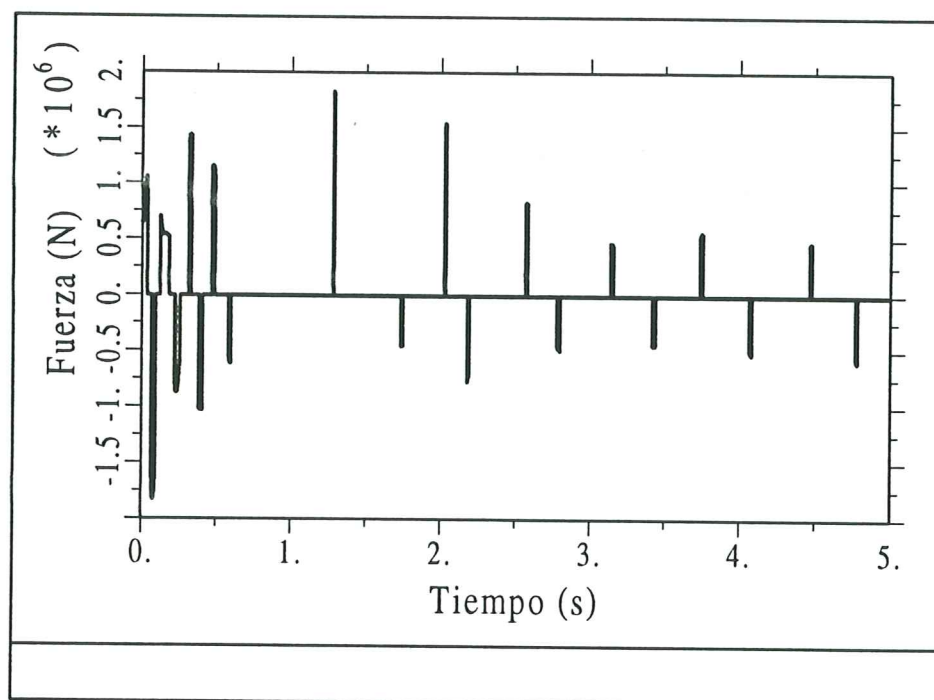


Figura 6.82 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal.

6.8.3 Influencia del parámetro γ en la respuesta temporal

Para el modelo de diez grados de libertad con sistema de aislamiento histerético sometido a la excitación sinusoidal, se calculó la historia temporal del desplazamiento absoluto de la base, el desplazamiento relativo, la aceleración absoluta y la fuerza de control. Este cálculo se realizó para dos valores diferentes de γ . En las figuras 6.83 y 6.84 se muestra la variación temporal del desplazamiento absoluto de la base para $\gamma = 0.2$ y $\gamma = 0.8$, respectivamente. Como era de esperar, en el caso pasivo es notoria la diferencia entre estos dos casos, presentando la respuesta mayores valores cuando se utilizó el valor $\gamma = 0.2$. En el caso híbrido, las respuestas permanecieron prácticamente iguales.

La variación temporal del desplazamiento relativo y de la aceleración absoluta que se muestra en las figuras 6.85–6.86 y 6.87–6.88, respectivamente, ratifican que para el caso pasivo con $\gamma = 0.2$ se obtienen mayores valores de la respuesta que para $\gamma = 0.8$, mientras que en el caso híbrido la diferencia es menos significativa.

En las figuras 6.89 y 6.90 se muestra la variación de la fuerza de control aplicada en la base, pudiéndose ver que para $\gamma = 0.8$ las fuerzas de control son menores que para $\gamma = 0.2$. Esto es debido a que el sistema pasivo con $\gamma = 0.8$ se comporta mejor, por lo que en este caso las fuerzas de control necesarias son menores.

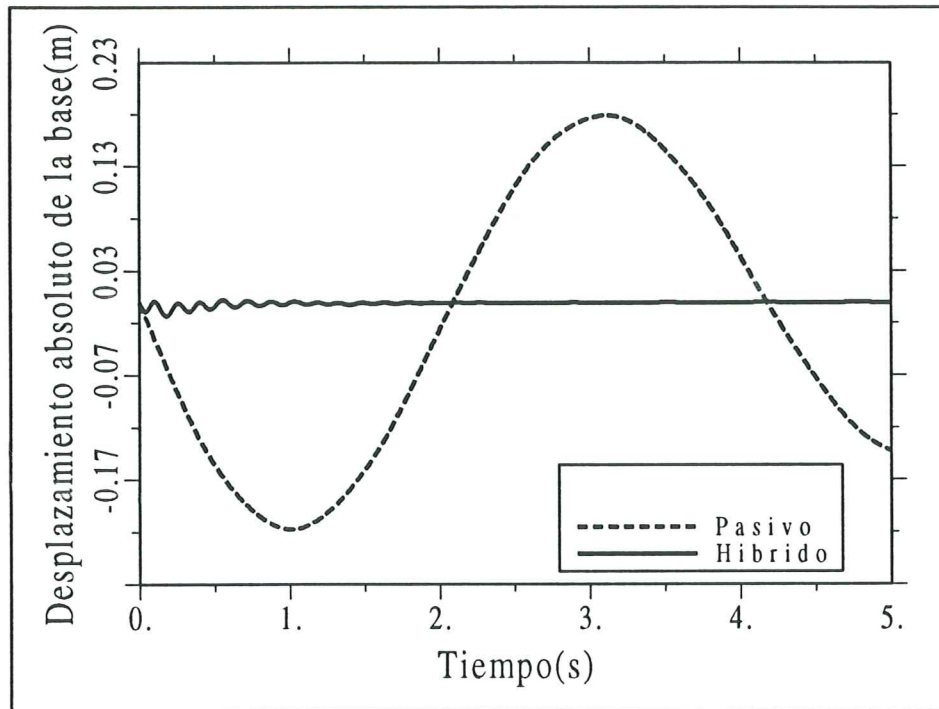


Figura 6.83 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\gamma = 0.2$.

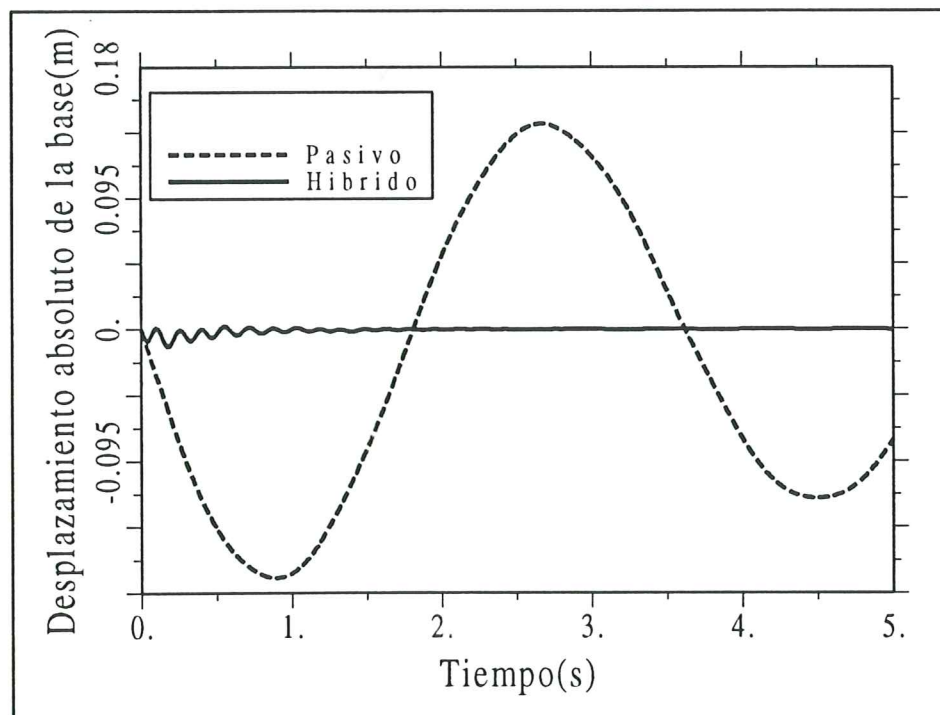


Figura 6.84 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\gamma = 0.8$.

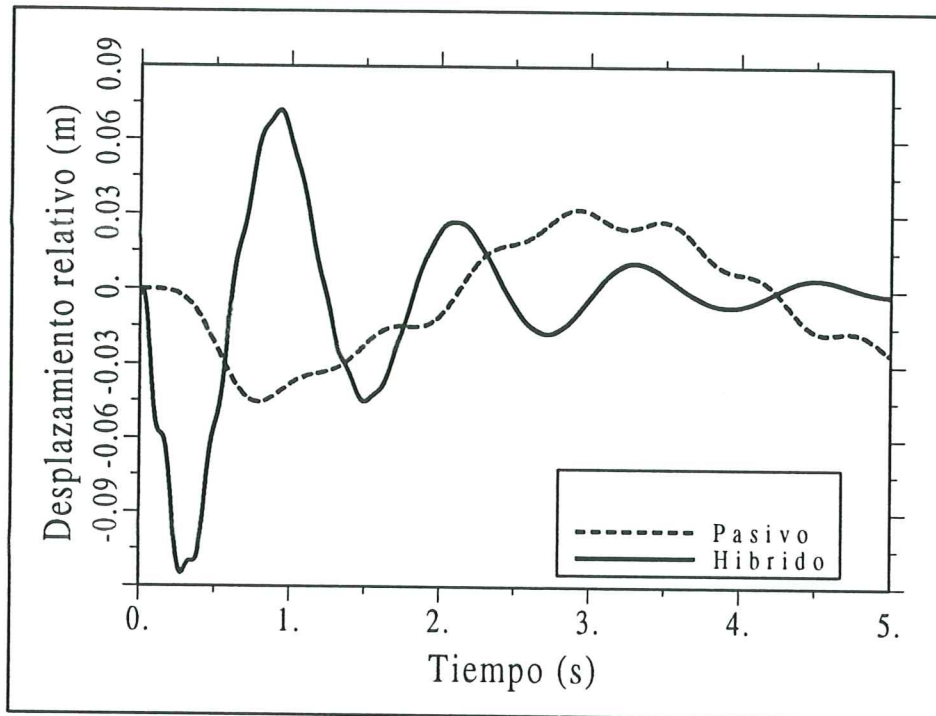


Figura 6.85 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\gamma = 0.2$.

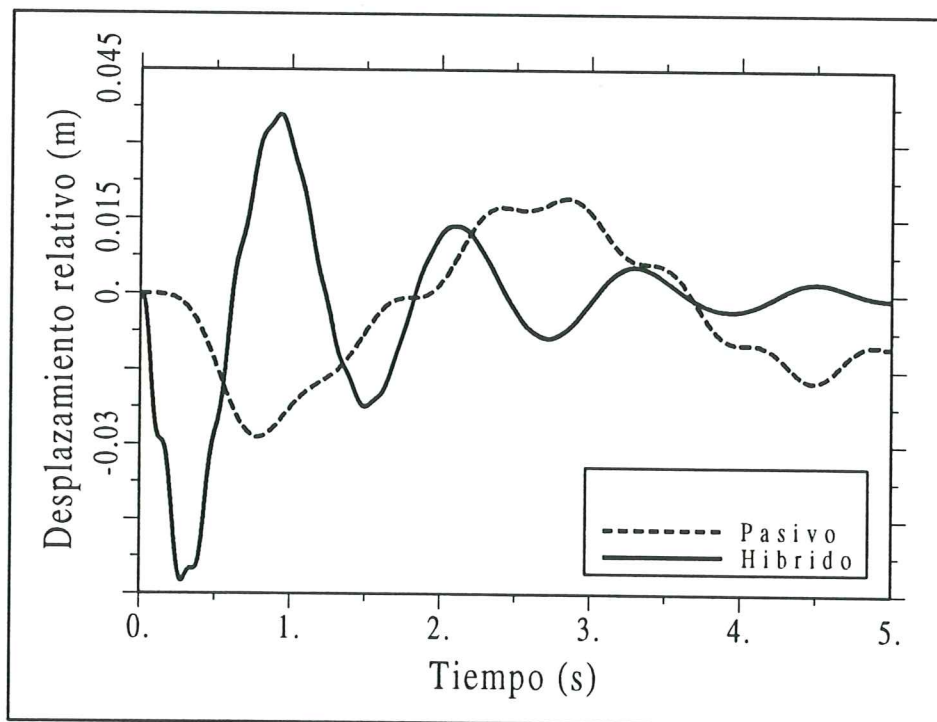


Figura 6.86 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\gamma = 0.8$.

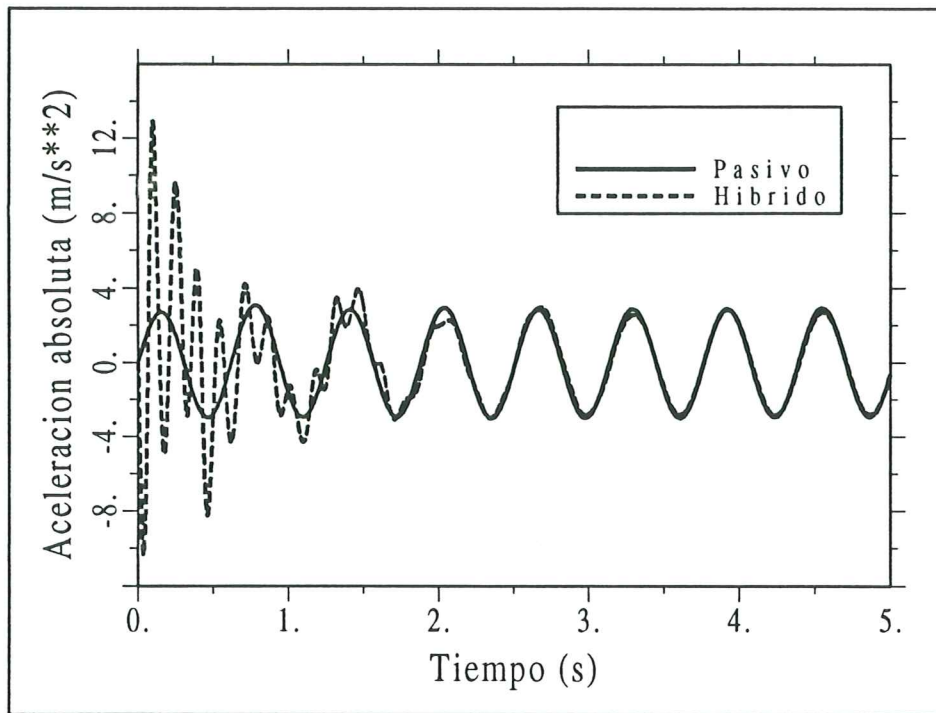


Figura 6.87 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\gamma = 0.2$.

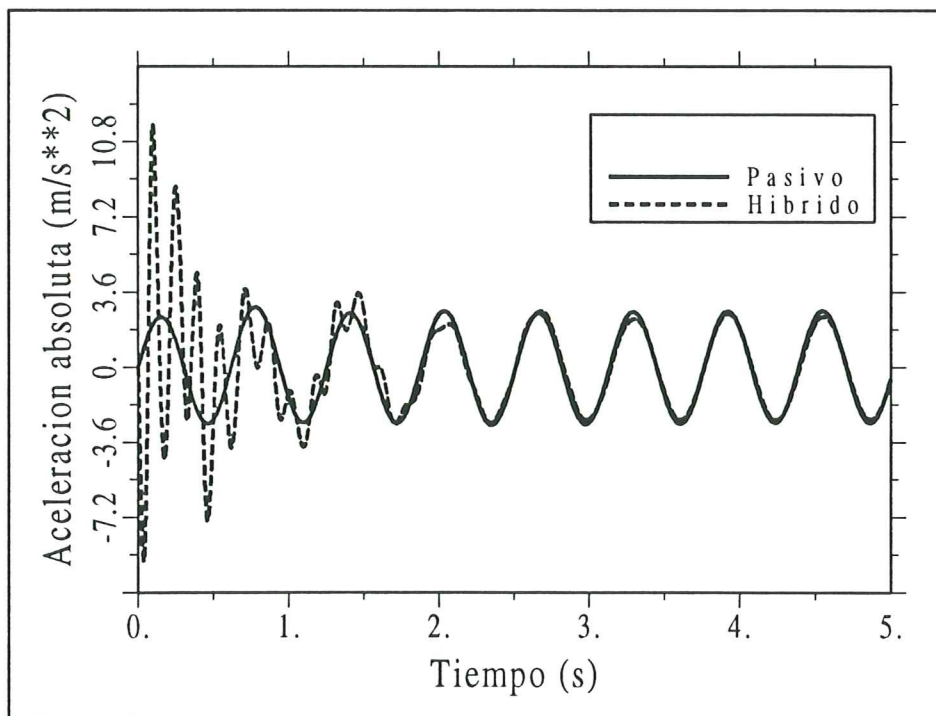


Figura 6.88 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\gamma = 0.8$.

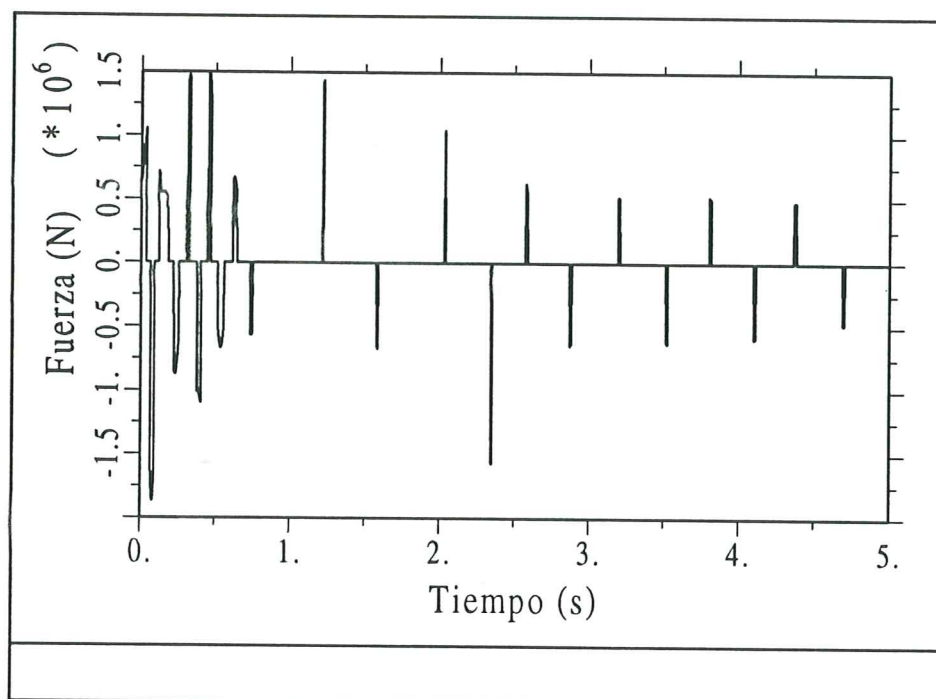


Figura 6.89 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\gamma = 0.2$.

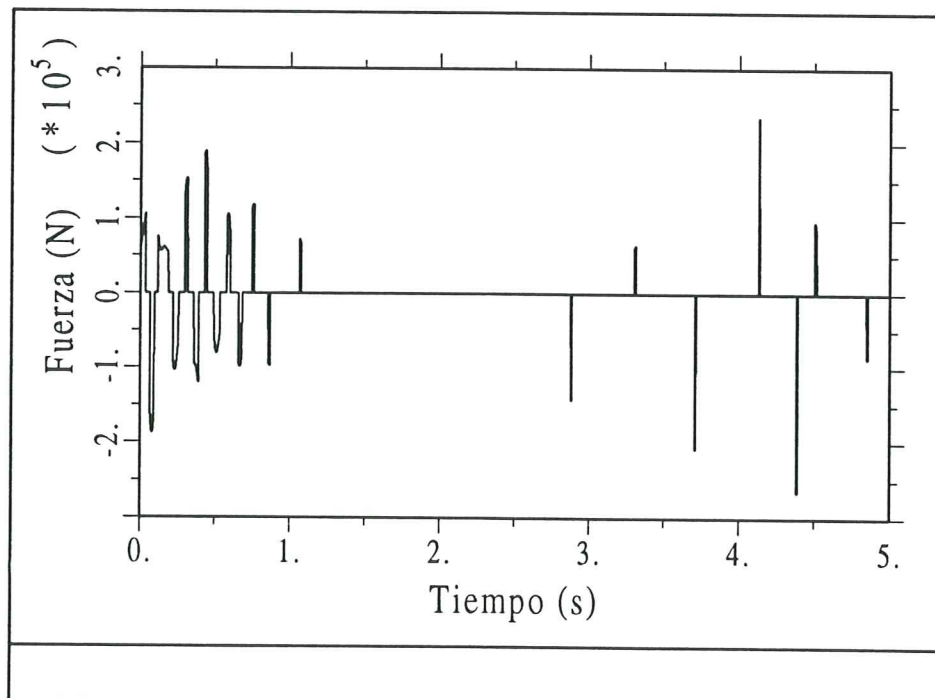


Figura 6.90 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\gamma = 0.8$.

6.8.4 Influencia del parámetro μ en la respuesta temporal

Para el modelo de diez grados de libertad con sistema de aislamiento friccional sometido a la misma excitación sinusoidal se calculó la variación temporal del desplazamiento absoluto de la base, del desplazamiento del punto más alto de la estructura con respecto a la base, de la aceleración absoluta en dicho punto y de la fuerza de control. Dichas respuestas se obtienen para dos diferentes valores del coeficiente de fricción μ . En la figura 6.91 se muestra la variación del desplazamiento absoluto de la base para $\mu = 0.18$ y en la figura 6.92 para $\mu = 0.25$. Es de anotar que en el caso pasivo de las figura 6.92 dicho desplazamiento es menor que en el caso de la figura 6.91. Los correspondientes casos híbridos no presentan grandes diferencias.

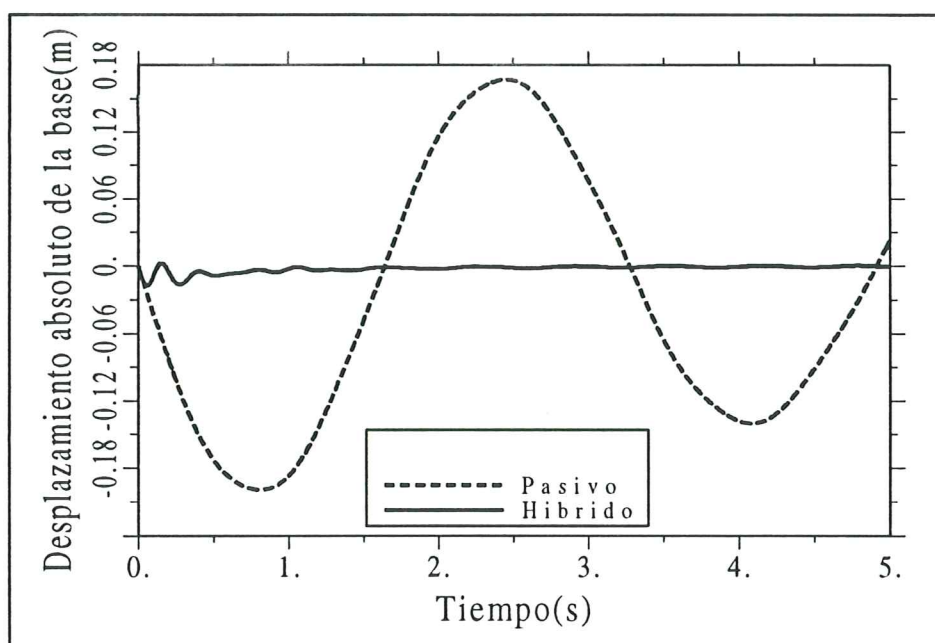


Figura 6.91 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\mu = 0.18$.

Las variaciones temporales correspondientes al desplazamiento relativo y a la aceleración absoluta pueden verse en las figuras 6.93–6.94 y 6.95–6.96, respectivamente. En ellas se observa que, al contrario de lo que ocurre con el desplazamiento de la base, el desplazamiento relativo y la aceleración absoluta son mayores en el caso en que $\mu = 0.25$, siendo esta diferencia más significativa en el caso pasivo.

En las figuras 6.97 y 6.98 se muestra la historia temporal de la fuerza de control aplicada en la base para $\mu = 0.18$ y $\mu = 0.25$, respectivamente. En éstas se aprecia que los valores de respuesta representados en la figura 6.98 son menores que los de la figura 6.97, ya que el desplazamiento absoluto de la base en el caso pasivo se comporta mejor para $\mu = 0.25$.

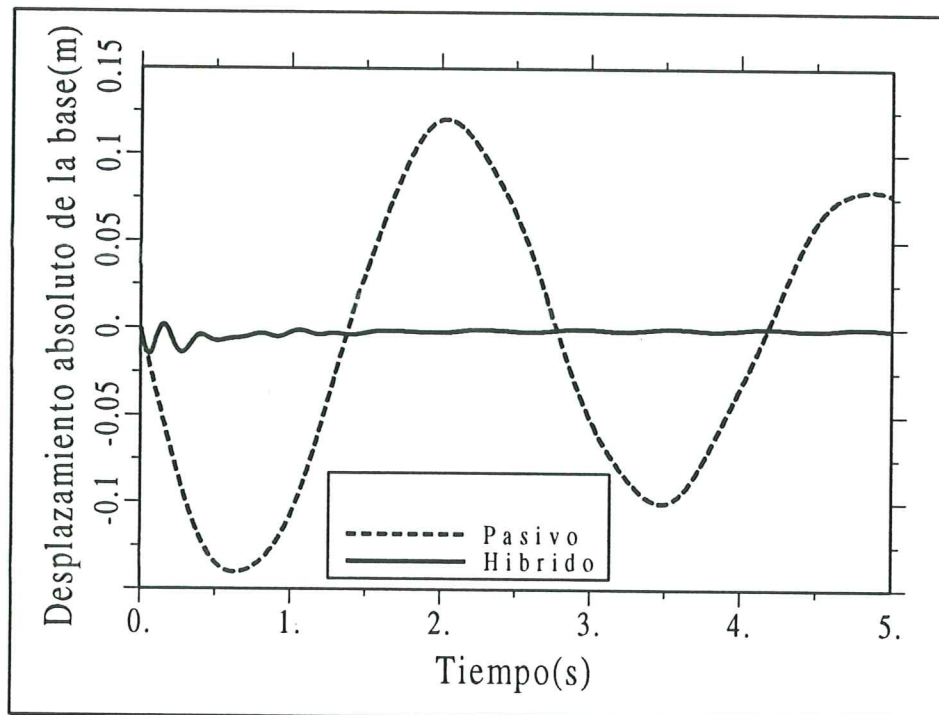


Figura 6.92 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\mu = 0.25$.

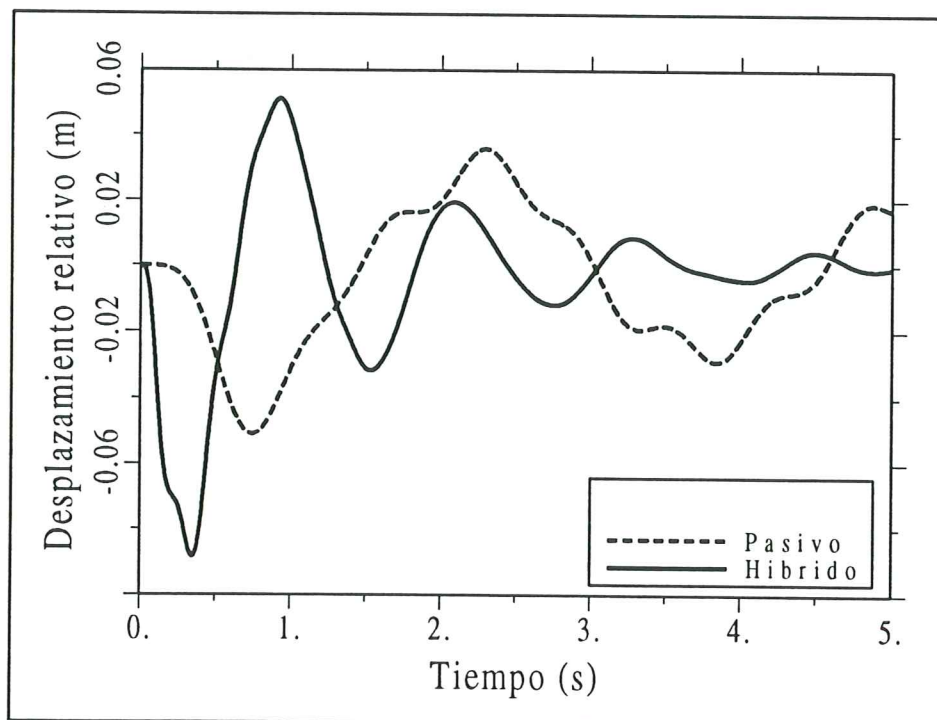


Figura 6.93 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\mu = 0.18$.

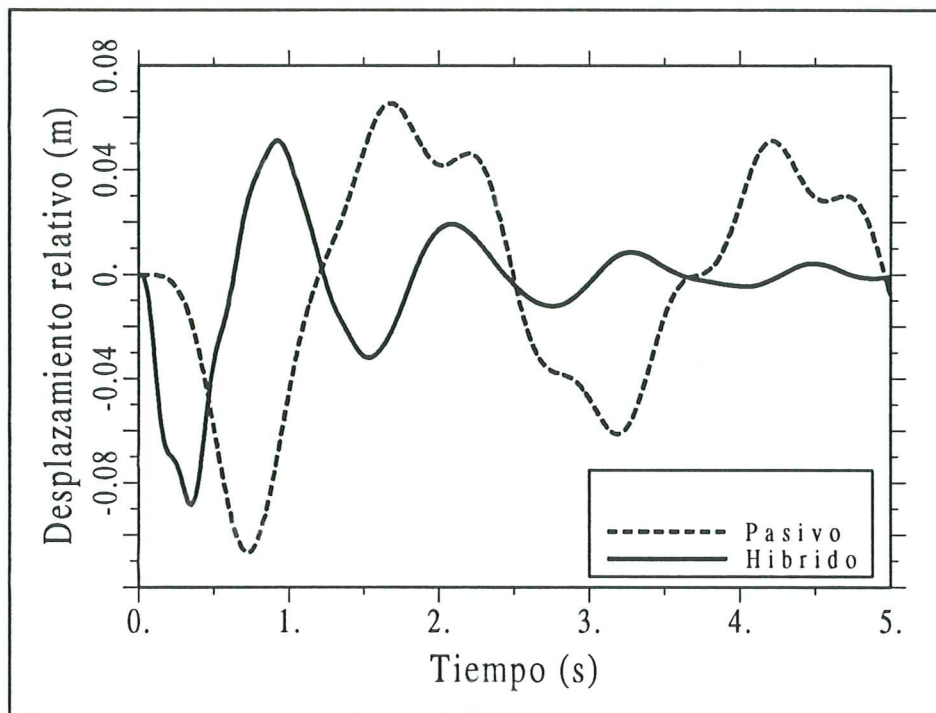


Figura 6.94 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\mu = 0.25$.

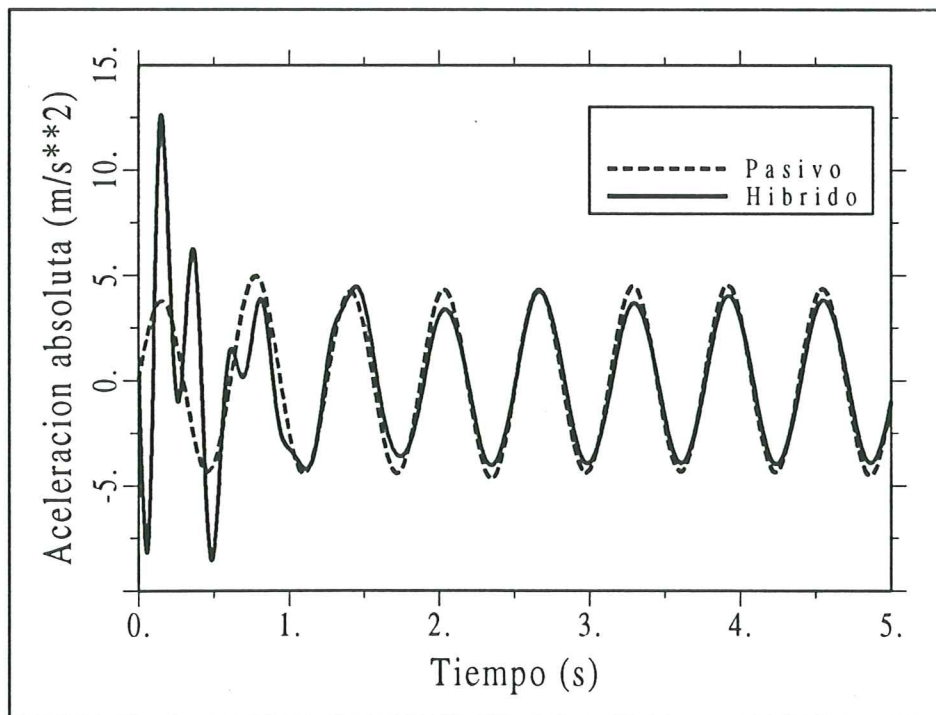


Figura 6.95 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\mu = 0.18$.

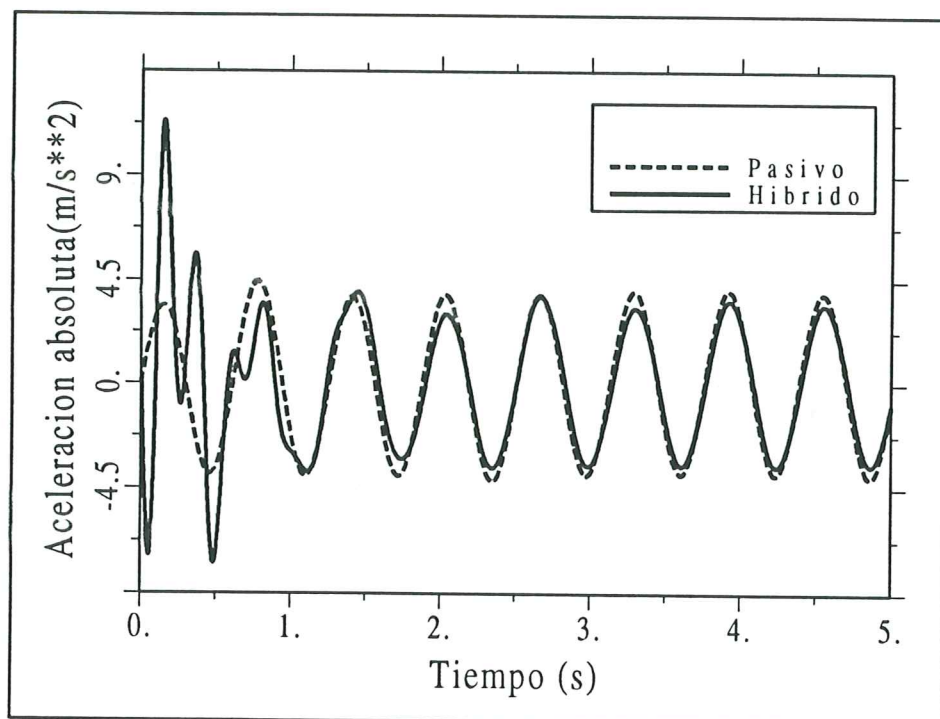


Figura 6.96 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\mu = 0.25$.

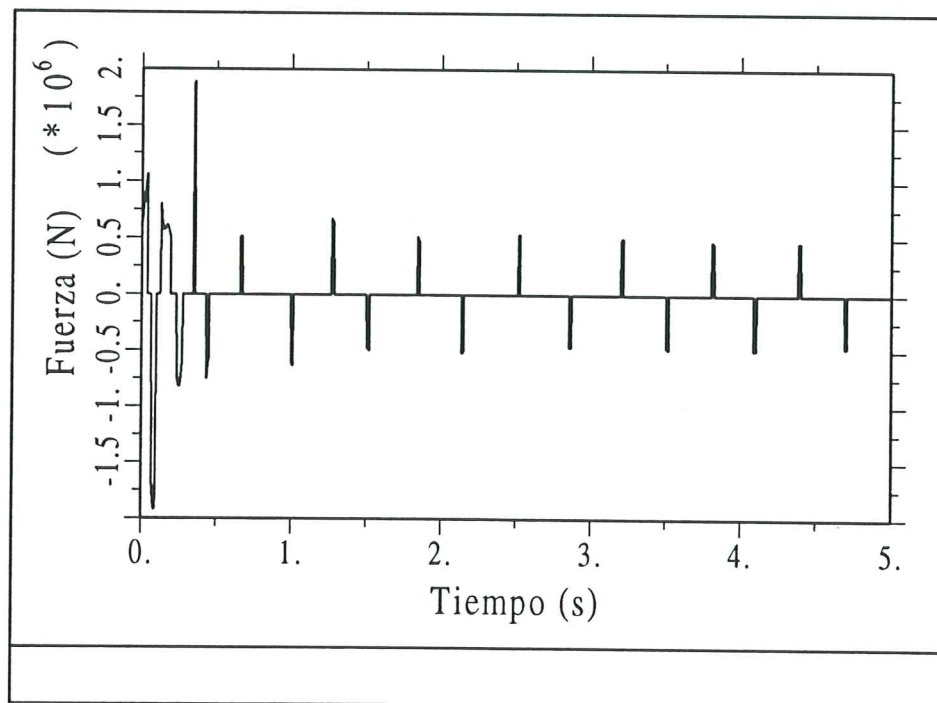


Figura 6.97 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\mu = 0.18$.

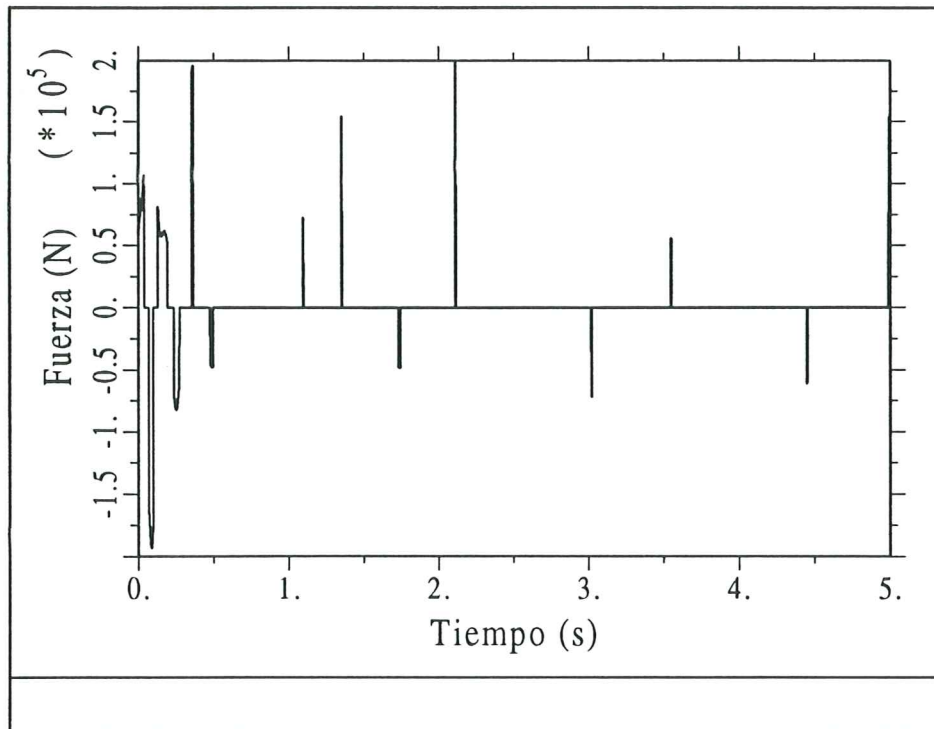


Figura 6.98 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, $\mu = 0.25$.

De esta manera las respuestas obtenidas en las figuras 6.83–6.98 concuerdan con lo observado en las figuras 6.43–6.66 del apartado 6.6, proporcionando, de esta forma, una comprobación de lo deducido anteriormente.

6.8.5 Influencia del parámetro λ de la estrategia de control en la respuesta temporal del sistema

Para el edificio de diez grados de libertad con sistema híbrido utilizando aislamiento histerético se calcula la historia temporal de los siguientes parámetros dinámicos, el desplazamiento absoluto de la base, el desplazamiento del punto más alto de la estructura relativo a la base, la aceleración absoluta en dicho punto y la fuerza de control aplicada sobre la base. Estas respuestas se han obtenido para dos diferentes valores de λ , sometiendo el modelo a una excitación sinusoidal. Los valores utilizados para dicho parámetro son $\lambda = 0.4$ y $\lambda = 0.8$.

Las figuras 6.99 y 6.100 muestran la variación en el tiempo del desplazamiento absoluto de la base. Se observa que en el gráfico de la figura 6.99, que corresponde a $\lambda = 0.4$, el desplazamiento de la base se reduce a valores menores que los alcanzados en el caso de la figura 6.100, en el cual $\lambda = 0.8$.

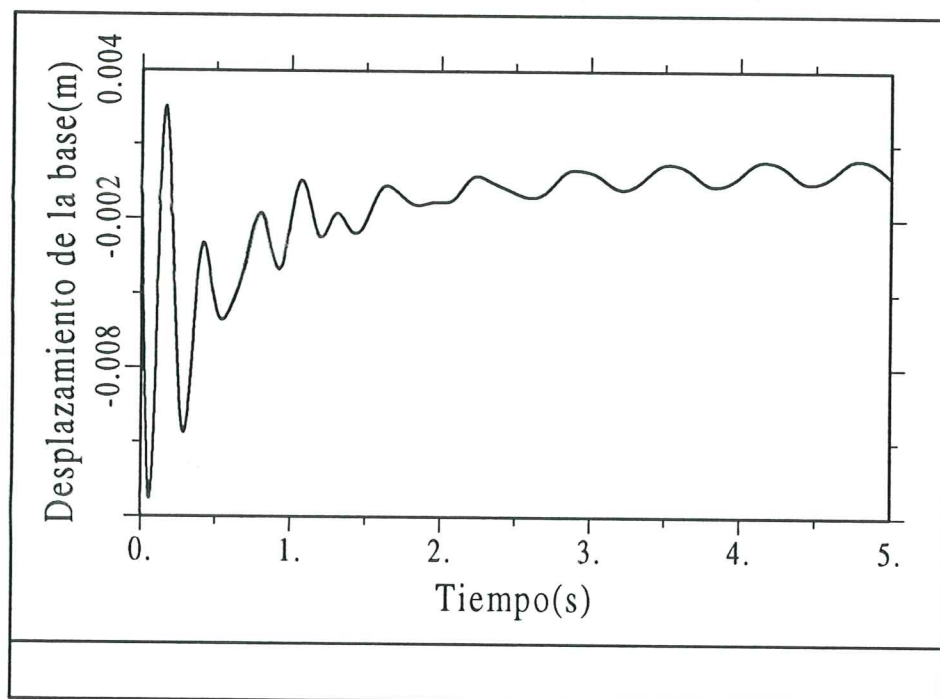


Figura 6.99 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, caso híbrido, $\lambda = 0.4$.

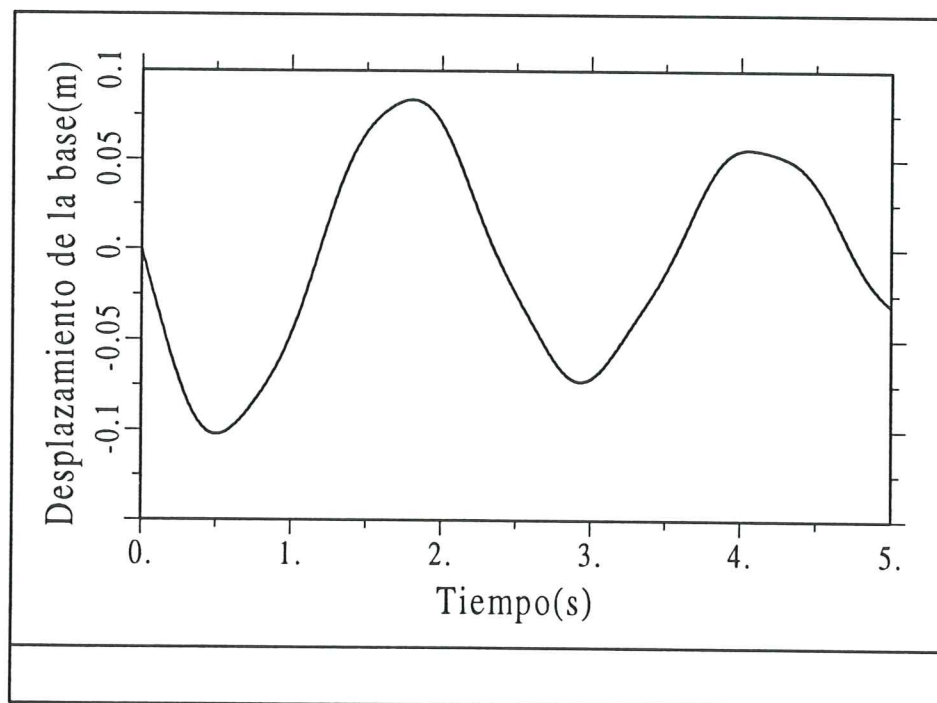


Figura 6.100 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, caso híbrido, $\lambda = 0.8$.

Las figuras 6.101–6.102 y 6.103–6.104 muestran la variación temporal del desplazamiento relativo del punto más alto de la estructura con respecto a la base y de la aceleración absoluta de dicho punto, respectivamente. En estas figuras se observa la misma tendencia que las figuras 6.99–6.100, es decir que en el caso en que $\lambda = 0.4$ los valores de la respuestas son menores que cuando $\lambda = 0.8$.

La fuerza de control aplicada en la base se ilustra en los gráficos de las figuras 6.105 y 6.106, para $\lambda = 0.4$ y $\lambda = 0.8$, respectivamente. Con la fuerza de control ocurre lo contrario que con los anteriores parámetros dinámicos analizados, ya que dicha fuerza presenta menores valores para $\lambda = 0.4$.

Lo observado en las figuras 6.99–6.106 está en concordancia con los resultados que se muestran en las figuras 6.67–6.74 del apartado 6.7. En dicho apartado se observa que, al disminuir el valor del parámetro λ , se reduce el entorno al cual tiende la respuesta, por lo que el control será tan severo como pequeño sea el valor de λ .

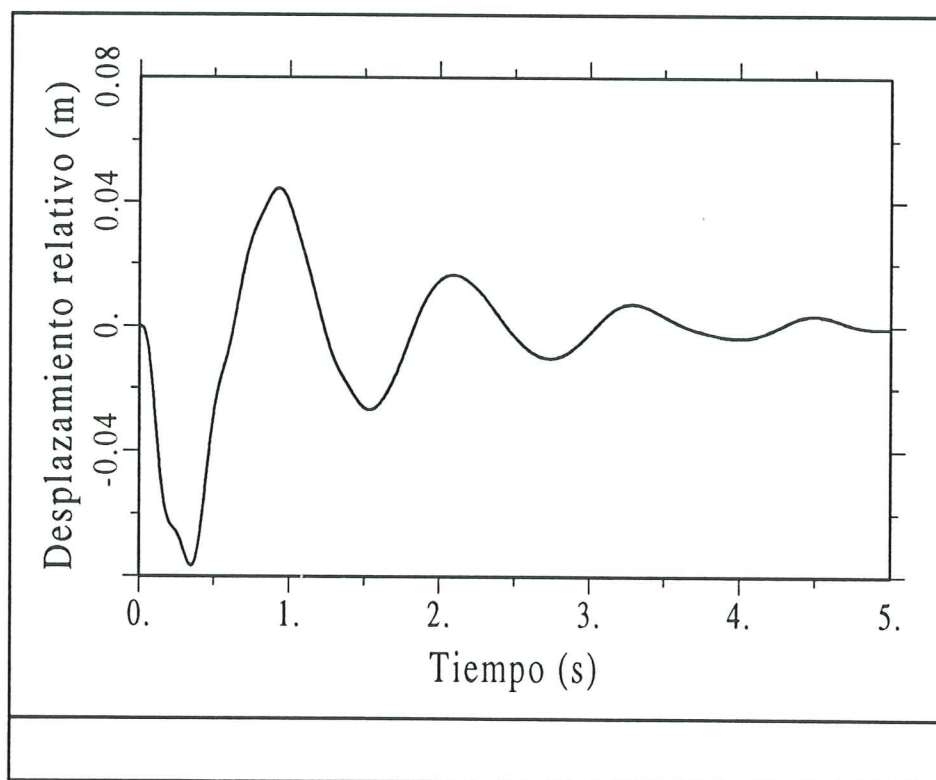


Figura 6.101 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, caso híbrido, $\lambda = 0.4$.

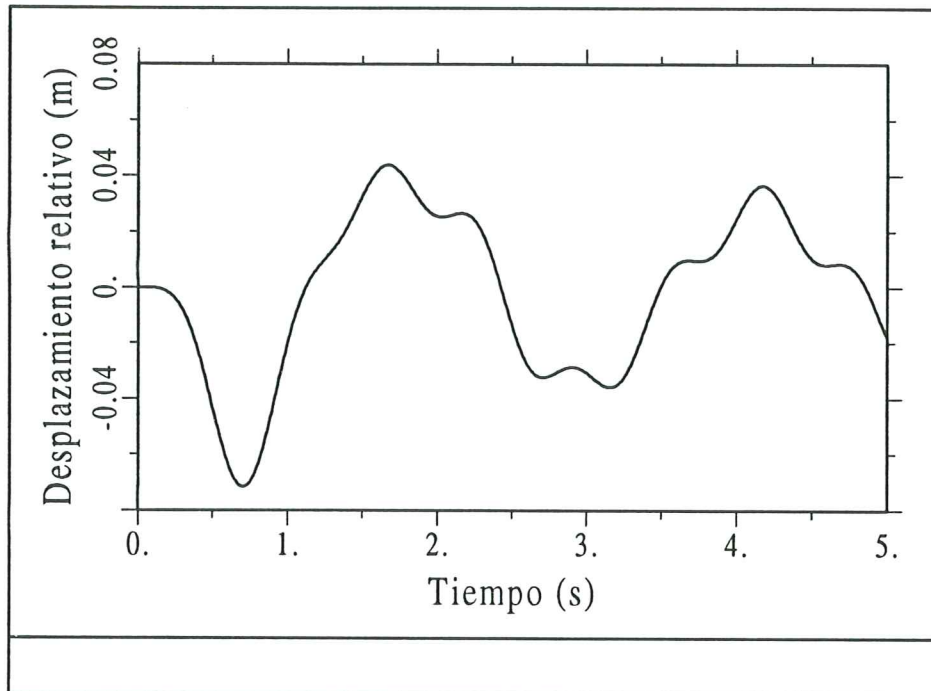


Figura 6.102 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, caso híbrido, $\lambda = 0.8$.

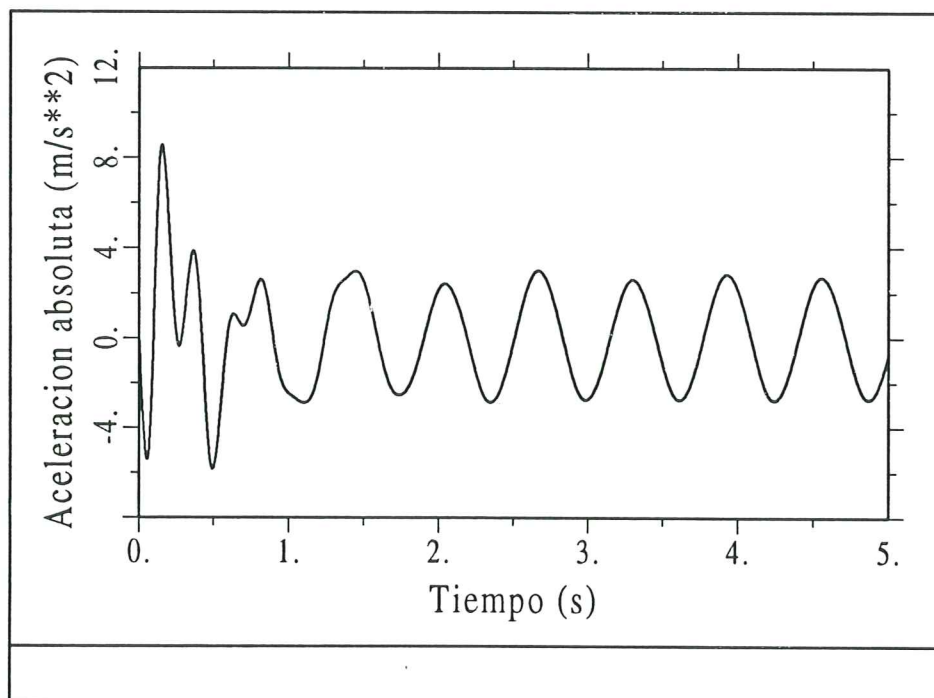


Figura 6.103 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, caso híbrido, $\lambda = 0.4$.

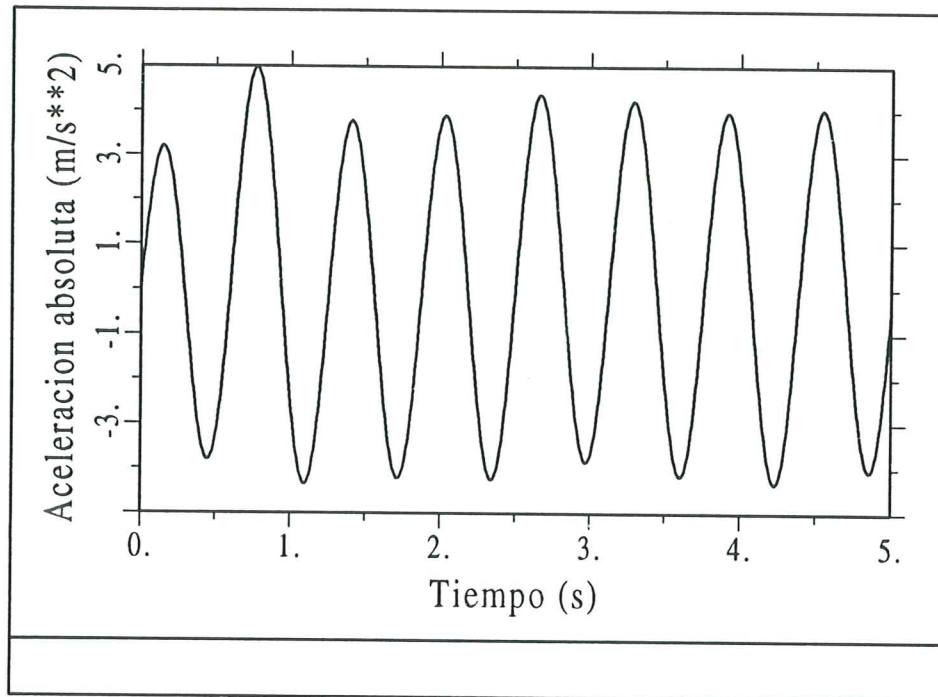


Figura 6.104 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, caso híbrido, $\lambda = 0.8$.

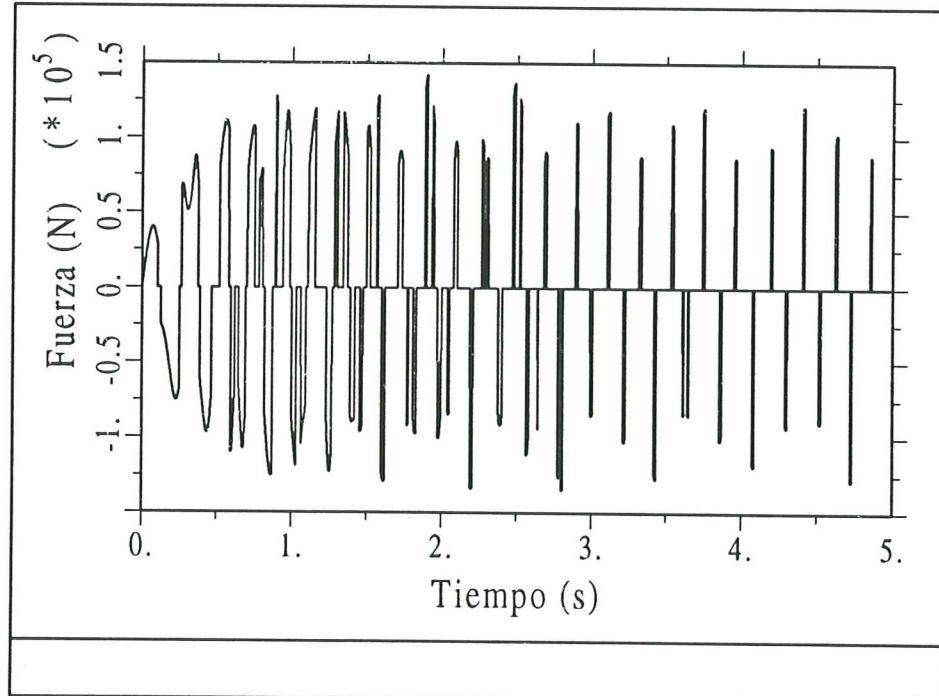


Figura 6.105 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, caso híbrido, $\lambda = 0.4$.

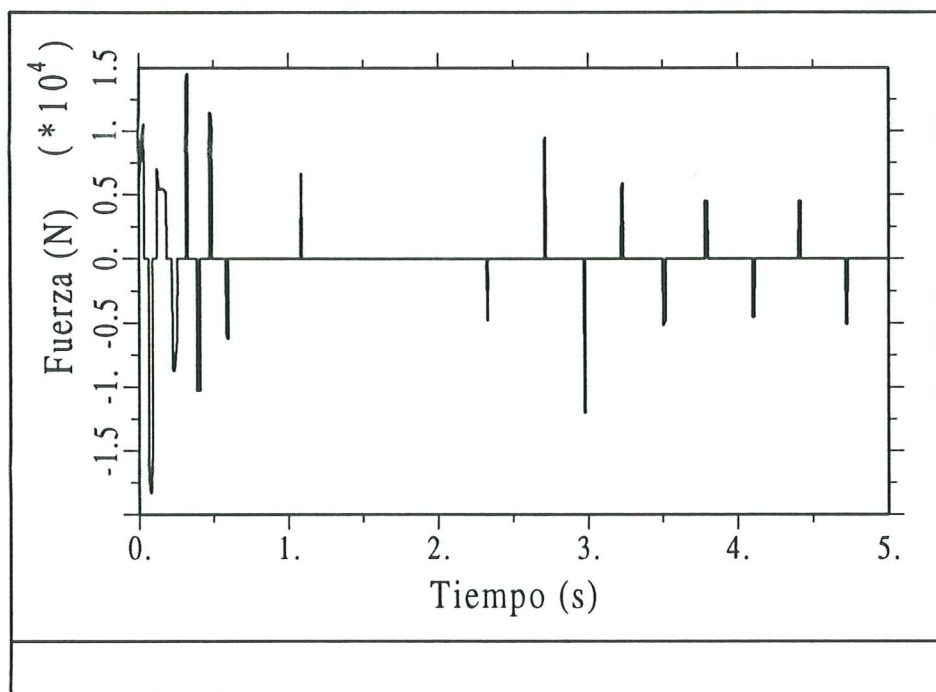


Figura 6.106 Respuesta temporal frente a una excitación sinusoidal, caso híbrido, $\lambda = 0.8$.

REFERENCIAS

1. MOLINARES, N. y BARBAT A. H., *Edificios con aislamiento de base no lineal*, Monografía CIMNE IS-5, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, Barcelona, 1994.
2. BARBAT A. H., MOLINARES N. y CANAS J. A., "Simulación de Sistemas de Apoyo Antisísmico con Comportamiento No Lineal", *Segundo Congreso Métodos Numéricos en Ingeniería*, 1, 359-368, La Coruña, 1993.
3. WEN Y.-K., "Method for random vibration of hysteretic systems", *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 102, 249-263, 1976.
4. BARBAT A. H., RODELLAR, J., RYAN, E. P. y MOLINARES N., "Un nuevo sistema híbrido no lineal para el control de respuesta sísmica de edificios", *Segundo Congreso Métodos Numéricos en Ingeniería*, 1, 116-125, La Coruña, 1993.
5. BARBAT, A. H., RODELLAR, J., RYAN, E. P. y MOLINARES, N., "Comportamiento sísmico de edificios con un sistema no lineal de control híbrido", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, 9(2), 201-220, 1993.
6. BARBAT, A. H., RODELLAR, J., RYAN, E. P. y MOLINARES, N., "Hybrid control of buildings with nonlinear base isolation", *Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería*, CIMNE, Publicación 46, Barcelona, 1994.
7. RODELLAR, J., RYAN, E., P., y BARBAT, A., H., "Adaptative control of uncertain coupled mechanical systems: Application to base-isolated buildings", *Centro Internacional de Métodos en Ingeniería*, CIMNE, Publicación 45, Barcelona, 1994.

CENTRO INTERNACIONAL DE METODOS NUMERICOS EN INGENIERIA

Lista de monografías publicadas en la Serie de Ingeniería Sísmica

Las monografías pueden adquirirse dirigiéndose al Departamento de Publicaciones del Centro Internacional de Métodos Numericos en Ingeniería, Edificio C1, Campus Norte UPC, c/ Gran Capitán s/n, 08034 Barcelona, teléfono: 93-401.60.37, Fax: 93-401-65-17.

- IS-1 *Qualitative Reasoning for Earthquake Resistant Buildings*, Luís M. Bozzo, 149 pp., ISBN 84-87867-36-7, 1993.
- IS-2 *Control predictivo en sistemas de protección sísmica de estructuras*, R. Andrade Cascante, J. Rodellar, F. López Almasa, 143 pp., ISBN 84-87867-37-5, 1993.
- IS-3 *Simulación numérica del comportamiento no lineal de presas de hormigón ante acciones sísmicas*, M. Galindo, J. Oliver, M. Cervera, 255 pp., ISBN 84-87867-38-3, 1994.
- IS-4 *Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*, A. Hanganu, A.H. Barbat, S. Oller, E. Oñate, 96 pp., ISBN 84-87867-40-5, 1994.
- IS-5 *Edificios con aislamiento de base no lineal*, N. Molinares, A.H. Barbat, 96 pp., ISBN 84-87867-41-3, 1994.
- IS-6 *Vulnerabilidad sísmica de edificios*, C. Caicedo, A.H. Barbat, J.A. Canas, 100 pp., ISBN 84-87867-43-X, 1994.
- IS-7 *Análisis de terremotos históricos por sus efectos*, J. R. Arango Gonzalez, 119 pp., ISBN 84-87867-44-8, 1994.

Los autores interesados en publicar monografías en esta serie deben contactar con el editor para concretar las normas de preparación del texto.

