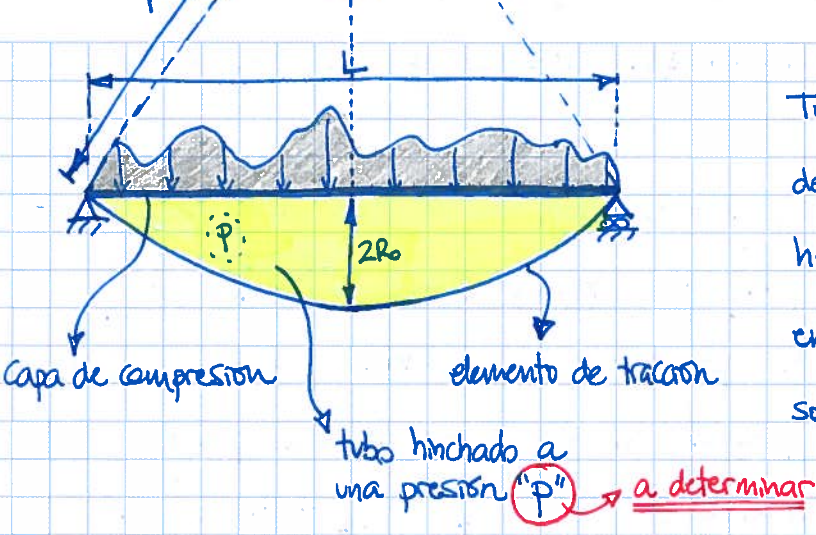
29/3/2012

CIMNE tecnología s.a.

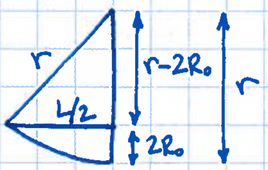
CÁLCULO DE UNA VIGA TENSAIRITY - Carles Estruch



Tenemos una viga Tensairity de longitud L con forma de huso textil (spindle-shaped) que en el centro tiene un diámetro $2R_0$ sometida a unas determinadas cargas.

El tubo lo suponemos con forma circular de radio "r" para facilitar los cálculos. Otra opción sería suponerlo parabólico, pero en nuestro caso ambas opciones son muy parecidas (para $L = 14\,m$, $R_0 = 0{,}7\,m$; la máxima diferencia entre ambas es de $14\,mm$).

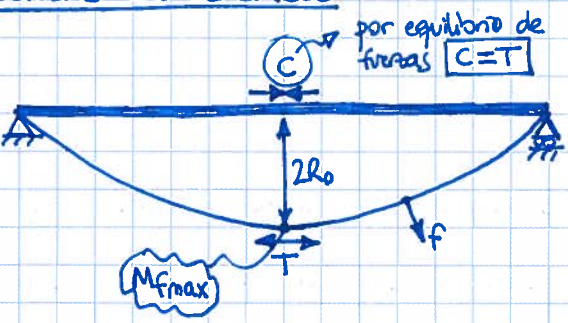
El radio "r" se relaciona de forma sencilla con L y R_0:



$$r^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + (r-2R_0)^2$$

$$\boxed{r = \frac{L^2}{16R_0} + R_0}$$

- FUERZAS EN EL CABLE



Por una parte el cable tiene que absorber el momento flector máximo que tendremos en el centro de la viga. La tensión será:

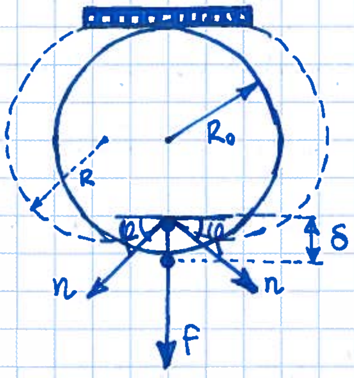
$$M_{f\,max} = T \cdot 2R_0 \Rightarrow \boxed{T = \frac{M_{f\,max}}{2R_0}} \quad (1)$$

Por otra parte el cable interacciona con la membrana, soportando una fuerza normal "f", que según la teoría de cables se obtiene para un cable:

$\boxed{T = f\rho}$, (2)

donde ρ es el radio de curvatura, que en este caso es "r".

Suponiendo un esquema similar al que propone Pedretti et. al en "The new structural concept Tensairity: Basic principles", tenemos que el cable deforma el tubo hinchable:



La tensión circunferencial en la tela viene dada por:

$$\boxed{n = pR} \longrightarrow \underset{\text{la tensión máxima}}{} \longrightarrow \boxed{n_{max} = pR_0}$$

Asumiendo que el esquema obtenido es similar al que se propone en el paper tenemos que:

$$f = 2n \sin\varphi \xrightarrow[\left(\text{si } \frac{\delta}{R_0} \leq 0{,}2\right)]{} \boxed{f_{max} = \frac{1}{2} p R_0} \quad (3)$$

suponemos que el cable no penetra en el tubo más de un 20% del radio inicial de diseño

Conociendo ρ, junto con (2) y (3):

$$T = f\rho = \frac{1}{2} p R_0 r = \boxed{\frac{1}{2} p R_0 \left(\frac{L^2}{16R_0} + R_0\right)} \quad (4)$$

tensión en el cable debido al contacto con la tela hinchada a presión "p"

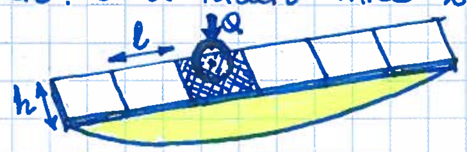
Igualando las ecuaciones (1) y (4) obtendremos la presión necesaria a la que hay que hinchar el tubo para sostener las cargas que producen un momento flector máximo Mf_{max}:

$$T = \frac{Mf_{max}}{2R_0} = \frac{1}{2} p R_0 \left(\frac{L^2}{16R_0} + R_0\right) \Rightarrow \boxed{p = \frac{Mf_{max}}{R_0^2\left(\frac{L^2}{16R_0} + R_0\right)}}$$

- EFECTOS LOCALES

Si consideramos una viga Tensairity donde la capa de compresión está compuesta por varios tableros unidos entre sí para formar un conjunto rígido, la carga de una rueda de un vehículo se repartirá sobre el tubo hinchable en una superficie igual a la del tablero. Si el tablero mide "l"x"h", y la rueda transmite una carga Q:

$$\boxed{P_{local} = \frac{Q}{l \cdot h}}$$



- De esta forma la tensión máxima en el cable será:

$$\boxed{T_{max} = \frac{1}{2} P_{max} R_0 \left(\frac{L^2}{16R_0} + R_0\right)} \quad \text{donde} \quad \boxed{P_{max} = \max\{P, P_{local}\}}$$

- FUERZAS EN EL TABLERO

Según hemos visto, la compresión en el tablero es igual a la tracción en el cable:

$$\boxed{C_{max} = T_{max}}$$