

Análisis numérico de estructuras de hormigón reforzadas con FRP por medio de la teoría de mezclas serie/paralelo

Maritzabel Molina · Sergio Oller · Alex H. Barbat · Xavier Martínez

Recibido: Agosto 2009, Aceptado: Mayo 2010

©Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España 2010

Resumen La simulación numérica del comportamiento de los materiales compuestos es un campo en desarrollo cuya aplicación a estructuras ha experimentado avances importantes que han conducido a mejoras en el refuerzo de las mismas. En relación con este tema, el artículo parte de la teoría de mezclas serie/paralelo que permite deducir el comportamiento de los compuestos a partir de las ecuaciones constitutivas de los materiales componentes. Con el fin de destacar las ventajas que tiene esta herramienta en el análisis y el diseño de estructuras reparadas o rehabilitadas con polímeros reforzados con fibras largas (FRP), en el artículo se realizan análisis numéricos mediante modelos de elementos finitos de un conjunto de pórticos con distintas configuraciones de refuerzo. Los resultados obtenidos muestran que el uso de esta teoría contribuye a mejorar el análisis y el diseño de las estructuras reforzadas con FRP.

NUMERICAL ANALYSIS OF CONCRETE STRUCTURES STRENGTHENED WITH FRP USING THE SERIAL/PARALLEL MIXING THEORY

Summary The numerical simulation of composite materials is a field under continuous development. Its application to structural design has shown important improvements, leading to a better simulation of strengthened structures. This paper uses the serial/parallel mixing theory to predict the mechanical behavior of composites. This theory uses the constitutive equations of the component materials to obtain the composite performance. The advantages provided by this formulation to simulate concrete structures reinforced or retrofitted with Fiber Reinforced Polymers (FRP) will be shown from the analysis of several finite element models, consisting of a set of concrete frames with different strengthening configurations. The results obtained will show that the use of this theory to simulate FRP reinforced structures improves their analysis and design.

Maritzabel Molina, Sergio Oller, Alex H. Barbat,
Xavier Martínez
Departament de Resistència de Materials i Estructures
a l'Enginyeria (RMEE)
Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)
Jordi Girona 1-3, Mòdul C1, Campus Nord
08034 Barcelona, España
e-mail: mmolinah@unal.edu.co; sergio.oller@upc.edu;
alex.barbat@upc.edu
Tel.: 93-401 64 97; Fax: 93-401 10 48

Maritzabel Molina
Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Colombia
Ciudad Universitaria, Bogotá, Colombia
e-mail: mmolinah@unal.edu.co

1. Introducción

El uso de los materiales compuestos como materiales de refuerzo para estructuras existentes es una de las tecnologías que están teniendo mayor aplicación en la industria de la construcción debido a ventajas como las altas relaciones resistencia-peso y rigidez-peso, las cuales mejoran el comportamiento de la estructura sin que se altere su configuración geométrica. Asimismo, los materiales compuestos son livianos y no demandan cambios en la distribución del sistema estructural o en la cimentación. Además, en el caso de construcciones

sometidas a ambientes especiales, presentan alta resistencia a la corrosión.

No obstante, para optimizar el diseño estructural de los materiales compuestos como refuerzo, en el análisis del comportamiento de estos materiales, es necesario identificar la forma de participación de los diferentes componentes del compuesto y su interacción con los otros materiales de la estructura como el hormigón armado. De igual forma, se requiere el análisis del comportamiento global de la estructura, en el que se establezca la incidencia de los materiales compuestos como parte integral de los elementos reforzados. Un procedimiento eficiente para realizar estos análisis es a través de la simulación numérica con elementos finitos.

Teniendo en cuenta que la simulación numérica en el análisis de estructuras reforzadas con materiales compuestos es un campo que está en desarrollo, y que el uso de estos materiales en obras civiles es relativamente nuevo, en este artículo se presenta la teoría de mezclas serie/paralelo[1] como una potente herramienta para el análisis numérico. Con el fin de destacar las ventajas que tiene esta teoría en el análisis y diseño estructural de estructuras reforzadas con polímeros reforzados con fibras largas (FRP), se simula como ejemplo un conjunto de pórticos con diferentes configuraciones del refuerzo.

2. Pórticos de hormigón armado reforzados con FRP. Un estado del conocimiento

El refuerzo en las estructuras con FRP como técnica de reparación mejora las deficiencias estructurales que han conducido al deterioro y a la reducción de su funcionalidad. Asimismo, el refuerzo como técnica de rehabilitación es eficiente, en las estructuras que no cumplen con los requisitos necesarios para garantizar un buen comportamiento durante eventos extremos, bien sea por inadecuados diseños o por baja calidad en la construcción, por cambio de las condiciones de uso o por la necesidad de adaptar la estructura a los requisitos de diseño actuales [2].

La rehabilitación y/o la reparación de las estructuras en hormigón armado se han realizado tradicionalmente con láminas de acero. No obstante, debido a la evidencia de la vulnerabilidad de las estructuras mostrada durante los sismos de Loma Prieta (1989), de Northridge (1994) y de Kobe (1995), se realizaron un gran número de investigaciones para mejorar las técnicas existentes y estudiar otros materiales como refuerzo con el fin de garantizar un adecuado funcionamiento de las estructuras existentes sin causar sobrecostos. [3,4]

En el área de las estructuras reforzadas enfocada al estudio de los materiales compuestos, se han realizado

ensayos a diferentes escalas de vigas, pilares, uniones viga-pilar, muros y losas de entrepiso. Las investigaciones enfatizan que el uso de los materiales compuestos como refuerzo de estructuras es una buena técnica; sin embargo, advierten que se requieren adecuados conocimientos de diseño y de construcción para estandarizar metodologías que garanticen el apropiado uso de este tipo de materiales [5,6].

Los materiales compuestos más utilizados como refuerzo son los polímeros reforzados con fibras largas (FRP), predominando el uso de la fibra de vidrio (GFRP) y la fibra de carbono (CFRP); en menor proporción han sido utilizados los materiales compuestos con fibra de aramida (AFRP). En los FRP, las fibras largas soportan las acciones mecánicas en una dirección predeterminada y la resina o matriz actúa como medio para transferir las tensiones entre las fibras cercanas garantizando de paso la uniformidad de las deformaciones de las mismas [7].

Debido al creciente uso del FRP en la rehabilitación y reparación de estructuras de hormigón, en algunos países se han desarrollado guías de diseño y construcción del FRP como refuerzo para edificios y puentes (ACI440.2R-08 [8] en Estados Unidos; JSCE-1997 [9] en Japón; Standard S806-02 [10] y CAN/CSA-S6-00 [11] en Canadá; FPI-CEB-2001 [12] en la Unión Europea; CNR DT 200/2004 [13] en Italia). No obstante, frente a la mayor incertidumbre del comportamiento de los sistemas reforzados mediante FRP con respecto a la de los sistemas reforzados con láminas de acero, las guías de diseño, además de los factores de reducción de resistencia, aplican factores de reducción a la contribución del FRP dependiendo de la sollicitación [14].

A pesar de que los compuestos tienen una resistencia más alta que la del acero, y que están conformados por fibras que, como las de carbono, tienen un módulo de elasticidad similar o superior al del acero, su uso está limitado por las deformaciones admisibles de los materiales. Por ello, generalmente el FRP tiene en las estructuras de hormigón un comportamiento elástico [15]. Esta limitación ha conducido a que en las diferentes guías de diseño de estructuras con refuerzo de FRP se deba partir de diferentes hipótesis; por ejemplo, no se considera la contribución del FRP en el diseño a compresión para evitar problemas de pandeo en las fibras mientras que a flexión se limitan las deformaciones del FRP para prevenir su delaminación [16].

Como en el ejemplo de este artículo se estudia el comportamiento de pórticos reforzados con FRP bajo cargas laterales, a continuación se hace una breve reseña del estado de conocimiento en lo que respecta a pilares y uniones de hormigón reforzados con FRP.

2.1. Refuerzo en pilares de hormigón armado

El FRP se aplica como refuerzo a pilares con deficiencias en la ductilidad a flexión y/o con insuficiente capacidad a cortante. En estos casos el FRP induce tensiones de confinamiento que restringen la dilatación del hormigón para aumentar la capacidad de carga y de deformación del elemento, además de generar un mecanismo que incremente la resistencia a cortante [17]. El incremento del uso del encamisado de los pilares con FRP en lugar del encamisado con acero se debe a que su colocación es más rápida, es liviano y es adaptable a cualquier geometría que tenga el pilar; además, su alta resistencia a la corrosión reduce el mantenimiento e incrementa la durabilidad del hormigón.

El comportamiento de los pilares reforzados con FRP, depende de múltiples factores entre ellos pueden enumerarse: la configuración del pilar (geometría y armado), la configuración del encamisado (espesor, ángulo de la fibra, número de capas y tipo de encamisado), las propiedades mecánicas de los materiales (acero, hormigón y FRP) y el estado de daño del hormigón y del acero.

Es importante considerar los siguientes aspectos del confinamiento lateral dado por el FRP [18]: (i) El encamisado por su esbeltez, no aumenta la rigidez lateral del pilar; el confinamiento del hormigón sólo mitiga los fallos locales prematuros. (ii) El FRP es susceptible a la rotura en los puntos localizados donde hay demanda de deformación; por ello, el encamisado con FRP no evita el pandeo de la armadura longitudinal, pero disminuye la probabilidad de que suceda. (iii) El encamisado reduce la fisuración del hormigón por corte en la zona donde se forman las rótulas plásticas, conduciendo a que las fisuras ocurran por flexión cerca a la base; no obstante, al incrementarse la demanda, el pilar puede colapsar si su armadura no cuenta con la suficiente longitud de anclaje.

Los ensayos sobre pilares reforzados con diferentes tipos de FRP han mostrado que la forma de la sección transversal de los pilares incide en el grado de confinamiento producido por el refuerzo, y que la forma óptima es la sección circular, mientras que con una sección rectangular, el confinamiento tiende a ser bajo [19,20]. Recientemente se ha estudiado el comportamiento de pilares huecos reparados [21] y rehabilitados [22] con FRP, en las cuales también ha sido observado un incremento de ductilidad y resistencia; sin embargo, aún no se ha evaluado la eficiencia del confinamiento para este tipo de secciones.

Se han hecho varios ensayos experimentales, en los que se han estudiado diferentes parámetros que influyen en el comportamiento de pilares reforzados con FRP, tales como la resistencia y el módulo de elasticidad del

hormigón confinado [23], la rigidez del FRP [24] y el número de capas de FRP [25]. Todos los casos indican que el FRP incrementa la resistencia y la ductilidad de los pilares. Algunos de los ensayos de laboratorio se han correlacionado con simulaciones numéricas. Por ejemplo: Parvin y Wang [26], o Parvin y Jamwal [27], estudiaron respectivamente, pilares circulares y rectangulares reforzados con FRP, considerando en el análisis la no linealidad del material y geométrica para simular degradación de la rigidez de la estructura. Sus resultados indican que con el refuerzo en la base de los pilares mejora la rigidez y la ductilidad, y que asimismo, se retrasa la degradación de la rigidez de los pilares.

Una de las dificultades en la simulación numérica para el análisis de los pilares reforzados está en simular el confinamiento dado por el acero transversal y por el FRP. Por ello, en algunas investigaciones se han propuesto modelos constitutivos o elementos no lineales para simular el hormigón confinado mediante los elementos finitos; entre ellos, Mirmiran *et al.* [28] utilizaron un modelo con plasticidad no asociada para restringir la presión en el hormigón; sin embargo, con este modelo no se puede representar la degradación de rigidez y la pérdida de resistencia del sistema reforzado. Pese a que con este tipo de estudios se han realizado importantes avances, en la simulación numérica aún se deben desarrollar nuevas herramientas para simular de una forma más precisa el comportamiento de los pilares reforzados con FRP.

2.2. Refuerzo en uniones viga-pilar de hormigón armado

El comportamiento de las uniones viga-pilar en una estructura tipo pórtico es un factor importante que influye en la capacidad de resistir cargas sísmicas y otras cargas laterales. En los diferentes sismos se ha identificado que el colapso de estructuras de hormigón armado y de acero se ha debido a los fallos en las uniones, principalmente en estructuras construidas antes de que se incluyeran los requisitos de diseño sísmico en las normas de diseño. Estas estructuras tienen una baja capacidad de resistencia lateral ya que carecen de detalles que desarrollen ductilidad; por ejemplo, tienen uniones sin o con escasa armadura transversal, insuficiente longitud de anclaje de la armadura de las vigas y sistemas de viga fuerte-pilar débil, donde se generan en las uniones o cerca de ellas, inapropiados mecanismos de articulación plástica [3].

En las uniones viga-pilar deterioradas o con deficiencias de diseño han sido aplicadas varias técnicas de refuerzo utilizando láminas de acero y FRP; sin embargo, la dificultad del refuerzo está en proveer un confina-

miento efectivo teniendo en cuenta la complejidad del comportamiento de las uniones [2].

La selección de una alternativa de refuerzo se debe hacer acorde con el aumento de capacidad que se requiera en la unión, donde es imprescindible revisar la resistencia de las vigas y pilares adyacentes frente a este incremento; asimismo, es necesario tomar las medidas de refuerzo necesarias para evitar tanto el fallo frágil como la formación de articulaciones plásticas prematuras. Todo ello, permite garantizar la efectividad del refuerzo y mejorar comportamiento global de la estructura.

Dependiendo del comportamiento esperado de las estructuras existentes y del objetivo del refuerzo en las uniones, pueden utilizarse diferentes configuraciones de refuerzo de FRP en las uniones viga pilar. Entre ellas pueden citarse: el refuerzo a cortante en la unión [29, 30]; el refuerzo en las esquinas de la unión colocando el laminado en la cara superior y/o inferior de las vigas y en el lado adyacente de la pilar [31, 32]; el encamisado con FRP en la unión y en el pilar [29, 30]; asimismo, cuando es necesario, en la zona adyacente a las uniones, las vigas se refuerzan a flexión [32, 33] y a cortante [34–36], e incluso en algunos casos, se encamisán [37–39] para mejorar su comportamiento ante cargas cíclicas. Según la configuración del refuerzo es posible incrementar la capacidad a cortante y/o a flexión de la unión, aumentar su resistencia al giro con el fin de reducir la probabilidad de deslizamiento de la armadura de las vigas y confinar el hormigón tanto de la unión como del pilar.

Las uniones reforzadas con FRP han sido estudiadas en menor medida que las vigas y los pilares reforzados con FRP. La mayoría de los estudios han sido enfocados en las uniones externas, tal vez por ser éste el tipo de unión en el que han ocurrido más fallos. Además la rehabilitación y la reparación en las uniones se han investigado más a nivel experimental, mientras que en el campo de la simulación numérica sólo ha sido considerado la rehabilitación.

El comportamiento a cortante de las uniones viga-pilar reforzadas con FRP se ha estudiado con mayor interés debido a que el fallo por cortante en dichas uniones durante los sismos ha sido una de las principales causas del colapso de las estructuras porticadas. Los estudios existentes que examinan el efecto del cortante en las uniones exteriores señalan que el FRP mejora su capacidad a cortante y concluyen que la adherencia entre el laminado y el hormigón es un factor importante para garantizar la efectividad del refuerzo [29, 30, 34, 37]. Aunque en menor proporción, también se ha estudiado el comportamiento a cortante de las uniones internas reforzadas con FRP [35, 39], donde el refuerzo aumenta la capacidad y la ductilidad de la unión. También en

este caso, la eficiencia depende de la adherencia entre el FRP y el hormigón.

Otras investigaciones han estudiado la flexión en las uniones reforzadas con FRP. Entre ellas puede destacarse: la de Granata y Parvin [31, 40] que muestra que el FRP mejora la capacidad a flexión y disminuye la rotación en las uniones; y el estudio de Ghorabah y El-Amoury [32] que recomienda que al reforzar las uniones con FRP se debe garantizar la integridad del hormigón en las vigas para evitar un fallo prematuro.

Hay pocos estudios en los que se han realizado simulaciones numéricas de uniones reforzadas con FRP; uno de ellos es el de Parvin y Wu [37], en el cual se estableció que el incremento de la resistencia lateral en las uniones depende de la dirección en la que se coloque cada una de las capas y de su adherencia, lo que concuerda con los estudios experimentales [34, 39].

3. Simulación numérica del comportamiento de los materiales compuestos

El comportamiento de las estructuras en hormigón armado reforzadas con FRP, depende de múltiples parámetros y el grado de influencia de muchos de ellos no ha sido aún determinado, lo que dificulta que experimentalmente se puedan estudiar todas las variables. Por otra parte, la heterogeneidad y la anisotropía propias de los compuestos han hecho a que no haya métodos de análisis sencillos y efectivos que permitan determinar su influencia sobre el comportamiento de las estructuras [6].

Como consecuencia, la optimización del uso del FRP en las estructuras se debe realizar de forma conjunta entre el campo experimental y el de la simulación numérica. Obviamente, es necesario el desarrollo de nuevas herramientas y mejorar las existentes, en busca de que la simulación numérica tanto a nivel global como local represente de una forma más precisa el comportamiento real de las estructuras reforzadas con FRP, con la finalidad obtener información que no se puede medir en los ensayos.

3.1. Teorías de simulación del comportamiento de los materiales compuestos

Los materiales compuestos están conformados por diferentes tipos de sustancias inorgánicas u orgánicas, cada uno de los componentes teniendo su ley constitutiva que condiciona el comportamiento del conjunto en función de la proporción volumétrica y de la distribución morfológica que tenga dentro del compuesto

[41]. Gran parte de las investigaciones acerca del comportamiento de los materiales compuestos corresponden al campo experimental. Su estudio por medio de modelaciones numéricas esta en desarrollo pero presenta algunas restricciones; incluso en las simulaciones más recientes de elementos reforzados con FRP, se describe el comportamiento constitutivo del material compuesto como el de un material homogéneo, sin tener en cuenta el aporte de sus componentes. Con el objetivo de solucionar esta limitación, se han propuesto diferentes teorías de simulación como gestores del uso de los modelos constitutivos que representan el comportamiento de los materiales simples que componen los materiales compuestos. Estas teorías son herramientas que pueden ser utilizadas dentro de una técnica de elementos finitos para simular apropiadamente el comportamiento de los materiales compuestos. Entre ellas, las más relevantes son:

- **Teoría de la homogenización.** Dentro de la mecánica de medios continuos realiza el análisis a dos escalas diferentes: una macroscópica en la que se determina el comportamiento de la estructura; y una microscópica en la que se obtiene el comportamiento del compuesto partiendo de la respuesta de sus componentes [42].
- **Teoría de las mezclas.** Considera que el comportamiento de cada componente define el comportamiento global del compuesto. Parte de la mecánica del continuo bajo el principio de interacción de las sustancias que componen el material, suponiendo que en el volumen infinitesimal del compuesto participan en conjunto todos sus componentes. Asimismo, considera que cada uno de ellos contribuye al comportamiento del compuesto en la misma proporción que su participación volumétrica [43].

Este artículo esta orientado bajo la Teoría de Mezclas, tomando como base la teoría de mezclas serie/paralelo propuesta por Rastellini [1], y que ha sido validada a través de la comparación de los resultados con diferentes pruebas experimentales [1, 44]. Esta teoría se fundamenta en la teoría de mezclas clásica inicialmente estudiada por Trusdell y Topin (1960).

3.2. Anisotropía en los materiales compuestos

Debido a las diferencias en el comportamiento entre los componentes y a la forma en la que están distribuidas las fibras y la matriz, los materiales compuestos tienen una elevada anisotropía, además de un comportamiento no lineal [41]. La elevada anisotropía también conduce a que su simulación por el método de los ele-

mentos finitos sea compleja, siendo esta una de las limitaciones de la simulación numérica. No obstante, Car *et al.* [7], con base en la teoría del mapeo de espacios y la teorías de mezclas de los materiales compuestos, logran involucrar cada uno de los componentes del compuesto en el análisis de una estructura, donde la anisotropía del compuesto es el resultado de la participación de cada uno de los materiales que lo componen con su respectivo comportamiento (isótropo, ortótropo o anisótropo).

Oller *et al.* [45] proponen la teoría del mapeo de espacios para modelizar el complejo mecanismo de fallo de los materiales anisótropos, el cual con base en el concepto de mapeo de los tensores de tensiones y de deformaciones desde un espacio anisótropo real a un espacio ficticio isótropo, establecen una relación biunívoca entre el comportamiento anisótropo del material real y el comportamiento de un material isótropo ficticio cualquiera. Con la generalización de esta teoría para el campo de grandes deformaciones propuesta por Car *et al.* [7], se pueden formular los modelos constitutivos isótropos en la configuración referencial o espacial utilizando la cinemática lagrangeana total o actualizada respectivamente. Esta formulación parte del concepto de mapeo de tensiones propuesto por Betten, el cual permite el transporte en forma lineal del tensor de tensiones de un espacio real a un espacio ficticio. Cabe anotar, que al hacer la transformación lineal, se garantiza la convexidad de la función de fluencia y del potencial plástico, cumpliéndose con ello la segunda ley de la termodinámica. Sin embargo, la propuesta de hacer solo el mapeo de tensiones parte de la hipótesis que las deformaciones elásticas son idénticas en ambos espacios, lo cual es una limitación por excluir el análisis del comportamiento de los materiales no proporcionales como los materiales compuestos [41]. Para evitar esta limitación, la teoría del mapeo de espacios, aparte del transporte en el espacio de tensiones, propone el transporte en el espacio de deformaciones.

En la Figura 1 se observan los espacios de tensiones y de deformaciones anisótropo real e isótropo ficticio; además se indica la relación entre ellos a través de dos tensores simétricos de cuarto orden ($\mathbb{A}^\sigma, \mathbb{A}^\epsilon$), los cuales contienen la información sobre las propiedades del material anisótropo obtenidas mediante ensayos experimentales [46].

La teoría de mapeo de espacios para materiales anisótropos permite generalizar la formulación clásica isótropa en el análisis del comportamiento de materiales anisótropos. Básicamente, el análisis sobre cada punto de Gauss consiste en transportar el tensor predictor de tensión y el tensor de deformación de un material anisótropo de un espacio real anisótropo a un espacio ficticio isótropo; luego, en el espacio ficticio isótropo se

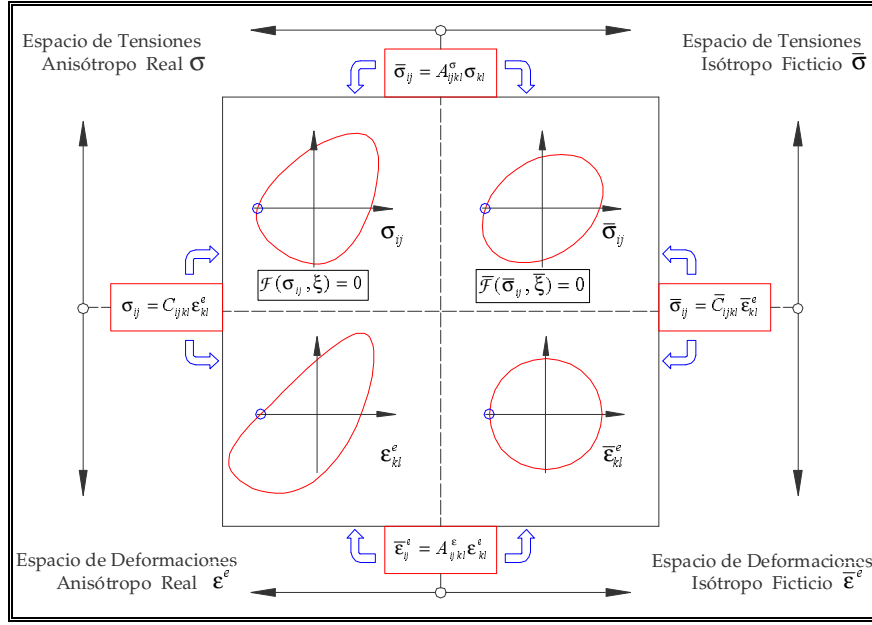


Figura 1. Relación entre el espacio isotrópico ficticio y el espacio anisótropo real para pequeñas deformaciones [46]

realiza la integración de la ecuación constitutiva isotrópica para obtener el nuevo estado tensional y el tensor constitutivo tangente correspondiente; una vez calculados los tensores resultantes, los tensores de tensión, de deformación y constitutivo tangente, se transportan al espacio real anisótropo [47].

La implementación del mapeo de espacios de tensiones y de deformaciones es una herramienta numérica útil para trabajar con materiales anisótropos, ya que permite el uso de las funciones de fluencia, potenciales plásticos y algoritmos de integración de las ecuaciones constitutivas para materiales isotrópicos en el análisis de comportamiento de materiales anisótropos [41]. Además, al integrarlo con la teoría de mezclas, permite que el estudio de la anisotropía de los compuestos no sea una restricción.

3.3. Teoría de mezclas serie/paralelo

La teoría serie/paralelo considera que en una dirección particular los componentes se comportan en paralelo (iso-deformación) y en las otras direcciones en serie (iso-tensión) [1]. En el caso de los polímeros reforzados externamente con fibras de carbono (CFRP), la dirección en paralelo corresponde a la dirección de la fibra y, en el caso del hormigón armado, a la dirección de la armadura. La teoría parte de las siguientes hipótesis:

- En cada volumen infinitesimal del compuesto participan en conjunto todos sus componentes, es decir que la distribución de los componentes es homogénea.

- Los componentes tienen una misma deformación en la dirección en paralelo (condición de isodeformación). Los componentes tienen una misma tensión en la dirección en serie (condición de isotensión).
- La adherencia entre los componentes es perfecta.
- La contribución de los componentes en la respuesta del compuesto es proporcional a su participación volumétrica de cada material componente.

Esta formulación plantea combinar el comportamiento de los materiales componentes con el fin de obtener la respuesta del material compuesto. Por ello, la anisotropía global de los materiales compuestos se considera como el resultado de la interacción de los componentes. Adicionalmente, la teoría serie/paralelo permite que se analicen los materiales componentes que presenten cualquier tipo de no linealidad como el daño y la plasticidad.

3.3.1. Definición de los componentes en serie y en paralelo de los tensores deformación y de tensión [48]

El tensor deformación ϵ se descompone una parte en serie ϵ_S y otra en paralelo ϵ_P por medio de los tensores de proyección de cuarto orden ($\mathbb{P}_P, \mathbb{P}_S$) en paralelo y en serie, respectivamente

$$\epsilon = \epsilon_P + \epsilon_S \quad (1)$$

$$\epsilon_P = \mathbb{P}_P : \epsilon \quad \epsilon_S = \mathbb{P}_S : \epsilon \quad (2)$$

El tensor de tensiones σ también se separa en sus componentes en serie σ_S y en paralelo σ_P

$$\sigma = \sigma_P + \sigma_S \quad (3)$$

$$\sigma_P = \mathbb{P}_P : \sigma \quad \sigma_S = \mathbb{P}_S : \sigma \quad (4)$$

donde los tensores de proyección de cuarto orden se hallan a través del tensor de proyección paralelo de segundo orden $\mathbf{N}_P$ y del tensor identidad de cuarto orden $\mathbf{I}$

$$\mathbb{P}_P = \mathbf{N}_P \otimes \mathbf{N}_P \quad \mathbb{P}_S = \mathbf{I} - \mathbb{P}_P \quad (5)$$

$\mathbf{N}_P$ es función del vector unidad $\mathbf{e}_1$ que indica la dirección del comportamiento en paralelo, es decir, la dirección de la fibra

$$\mathbf{N}_P = \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 \quad (6)$$

3.3.2. Ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad en las capas del compuesto [49]

Con el fin de minimizar el coste computacional, la implementación numérica de la teoría fue desarrollada para descomponer el compuesto c en un determinado número de capas $ncap$, tal que cada capa j esté conformada por una matriz m y una fibra f . Consecuentemente, de acuerdo con las hipótesis enunciadas, en cada capa del compuesto j se plantean las siguientes ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad de deformaciones:

- Comportamiento en paralelo

$${}^c_j \epsilon_P = {}^m_j \epsilon_P = {}^f_j \epsilon_P \quad (7)$$

$${}^c_j \sigma_P = {}^m_j k \cdot {}^m_j \sigma_P + {}^f_j k \cdot {}^f_j \sigma_P \quad (8)$$

- Comportamiento en serie

$${}^c_j \sigma_S = {}^m_j \sigma_S = {}^f_j \sigma_S \quad (9)$$

$${}^c_j \epsilon_S = {}^m_j k \cdot {}^m_j \epsilon_S + {}^f_j k \cdot {}^f_j \epsilon_S \quad (10)$$

Para garantizar el principio de conservación de masa en cada capa, los porcentajes de participación volumétrica de la matriz y de la fibra de la capa j (${}^m_j k$, ${}^f_j k$) deben cumplir que

$${}^n_j k = \frac{d_j^n V}{dV_j} \quad n = \{m, f\} \Rightarrow {}^m_j k + {}^f_j k = 1 \quad (11)$$

donde ${}^n_j V$ representa el volumen de la matriz m o de la fibra f de la capa j y V_j el volumen de la capa j del compuesto c .

3.3.3. Ecuación constitutiva de los materiales de las capas del compuesto

Como la implementación de la teoría serie/paralelo se realiza a nivel constitutivo a partir del estado de deformación en un punto de Gauss, una vez obtenida la deformación del compuesto ${}^c \epsilon$, se calcula el estado tenso-deformacional de cada componente cumpliendo con las ecuaciones de equilibrio y de compatibilidad, para luego hallar el estado de tensiones y de deformaciones del compuesto. El estado de tensiones y de deformaciones de los componentes se determina a través de la ecuación constitutiva que rige el comportamiento de cada uno. En el caso de usar una teoría de plasticidad, la ecuación constitutiva tiene la siguiente forma:

$${}^n_j \sigma = {}^n_j \mathbb{C} : {}^n_j \epsilon^e = {}^n_j \mathbb{C} : {}^n_j (\epsilon - \epsilon^p) \quad n = \{m, f\} \quad (12)$$

donde ${}^n_j \mathbb{C}$ es el tensor constitutivo de cada componente de la capa j del compuesto.

La descomposición del operador tangente inducida por la separación del comportamiento en serie y paralelo de cada componente [1], queda establecida como

$${}^n_j \mathbb{C} = \begin{bmatrix} {}^n_j \mathbb{C}_{PP} & {}^n_j \mathbb{C}_{PS} \\ {}^n_j \mathbb{C}_{SP} & {}^n_j \mathbb{C}_{SS} \end{bmatrix} \quad n = \{m, f\}$$

$${}^n_j \mathbb{C}_{PP} = \frac{\partial_j^n \sigma_P}{\partial_j^n \epsilon_P} = \mathbb{P}_P : {}^n_j \mathbb{C} : \mathbb{P}_P$$

$${}^n_j \mathbb{C}_{PS} = \frac{\partial_j^n \sigma_P}{\partial_j^n \epsilon_S} = \mathbb{P}_P : {}^n_j \mathbb{C} : \mathbb{P}_S$$

$${}^n_j \mathbb{C}_{SP} = \frac{\partial_j^n \sigma_S}{\partial_j^n \epsilon_P} = \mathbb{P}_S : {}^n_j \mathbb{C} : \mathbb{P}_P$$

$${}^n_j \mathbb{C}_{SS} = \frac{\partial_j^n \sigma_S}{\partial_j^n \epsilon_S} = \mathbb{P}_S : {}^n_j \mathbb{C} : \mathbb{P}_S \quad (13)$$

3.3.4. Algoritmo de la teoría serie/paralelo

En la Figura 2 se observa el algoritmo de desarrollo de la teoría serie/paralelo. Se observa que, una vez que se determina el tensor deformación del compuesto, en cada capa j se descompone el tensor de deformación en sus partes en serie y en paralelo, con el fin de calcular las correspondientes deformaciones en la matriz y en la fibra.

Según la teoría serie/paralelo, la deformación en paralelo de los componentes es la misma, mientras que la deformación en serie es diferente para cada componente; por ello, en el análisis de la parte en serie se requiere una primera aproximación de la deformación en serie de alguno de los componentes. En este caso, en

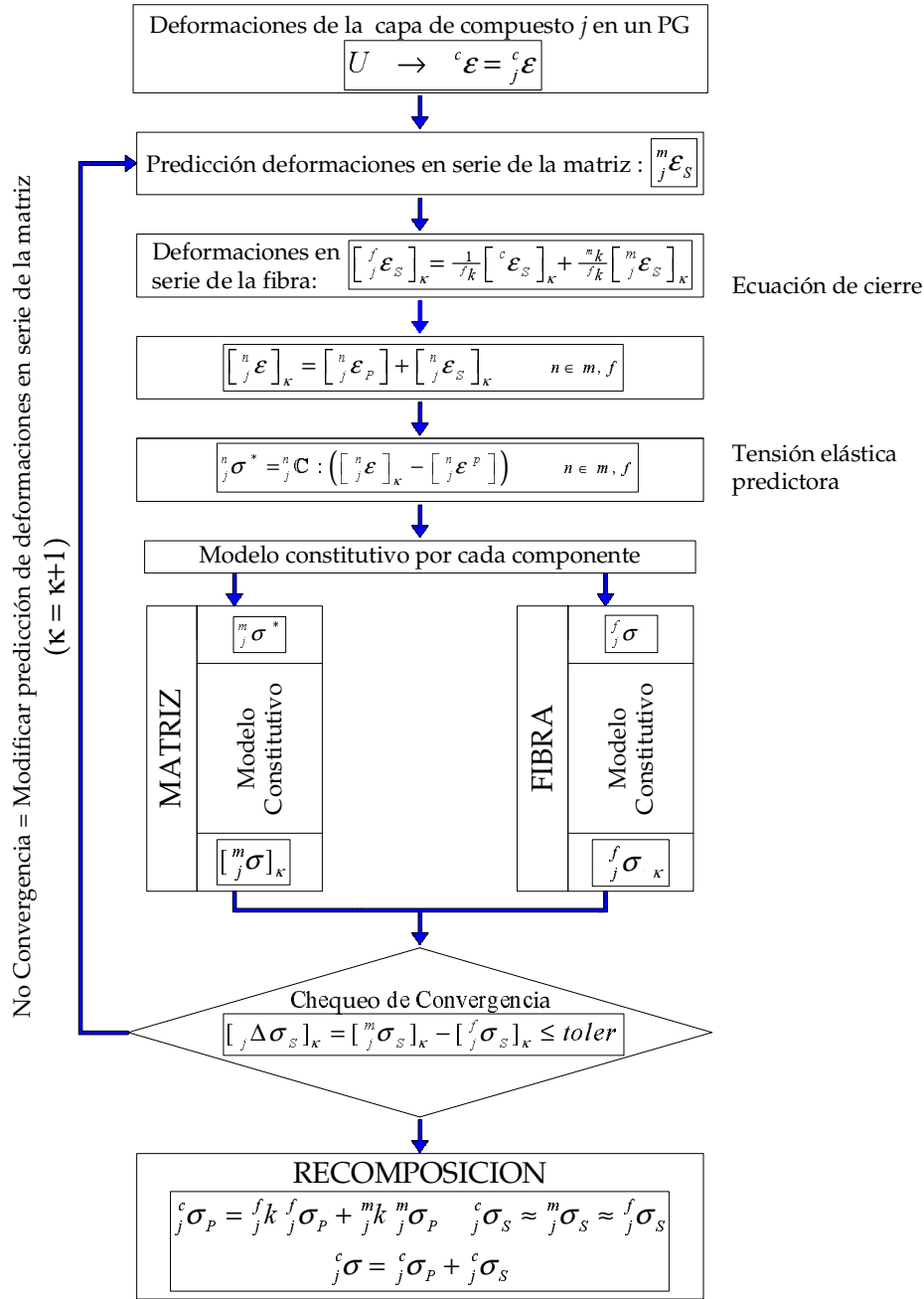


Figura 2. Esquema de solución de la teoría de mezclas serie/paralelo en pequeñas deformaciones para una capa de un compuesto en un punto de Gauss para un paso $i+1$ [58]

la implementación se tomó como predictor el tensor de deformación en serie de la matriz del compuesto para determinar el tensor de deformación en serie de la fibra con base en la ecuación (10) [44].

El predictor del tensor de deformación para el paso de carga $i+1$ en la iteración k parte de los valores convergidos del paso anterior i y la predicción del incremento del tensor de deformación en la iteración k

$${}^{i+1} [{}^m \epsilon_S]_k = {}^i [{}^m \epsilon_S] + [{}^m \Delta \epsilon_S]_k \quad (14)$$

Para la primera predicción se propone la ecuación

$$[{}^m \Delta \epsilon_S]_0 = {}^j \mathbb{A} : [{}^f C_{SS} : {}^c \Delta \epsilon_S + {}^f k ({}^f C_{SP} - {}^m C_{SP}) : {}^c \Delta \epsilon_P] \quad (15)$$

${}^j \mathbb{A} = \left({}^f k {}^f C_{SS} + {}^m k {}^m C_{SS} \right)^{-1} {}^c \Delta \epsilon_S = {}^{i+1} [{}^c \epsilon_S] - {}^i [{}^c \epsilon_S]$ donde se considera que las componentes en serie y paralelo son distribuidas de acuerdo con el tensor constitutivo de los componentes determinado en el paso anterior convergido i [1].

La ecuación (9) de equilibrio de tensiones se verifica calculando la tensión residual de la capa $j \Delta \sigma_S$, y comprobando que sea menor que una tolerancia *Toler*

$$j \Delta \sigma_S = {}^m \sigma_S - {}^f \sigma_S \leq Toler \quad (16)$$

Cuando la tensión residual es mayor, la predicción de la deformación de la matriz se corrige en forma iterativa. Una vez obtenida una tensión residual menor que la tolerancia, se hace la recomposición de los tensores de tensión y de deformación de la capa j .

3.3.5. Ecuación de equilibrio en el compuesto

El análisis de cada capa proporciona el tensor de tensión del compuesto ${}^c \sigma$ como a la suma de los tensores de tensión de las capas del compuesto *ncap* ponderados por el porcentaje de participación volumétrica de cada capa j

$${}^c \sigma = \sum_{j=1}^{ncap} j k {}^c_j \sigma = \sum_{j=1}^{ncap} j k ({}_j^c \sigma_P + {}_j^c \sigma_S) \quad (17)$$

Para garantizar el principio de conservación de masa en el compuesto, los porcentajes de participación volumétrica de las capas del compuesto deben cumplir la condición

$$j k = \frac{dV_j}{dV_c} \Rightarrow \sum_{j=1}^{ncap} j k = 1 \quad (18)$$

donde V_j es el volumen de la capa j y V_c corresponde el volumen total del compuesto c .

3.4. Código de elementos finitos PLCDYN

Los algoritmos de la teoría de mezclas serie/paralelo y la teoría del mapeo de espacios han sido implementados en el programa de elementos finitos PLCDYN [50]. Este es un código termomecánico no lineal de elementos finitos usado para geometrías de sólidos en dos y tres dimensiones [49], con el cual, se puede analizar la cinemática y la no linealidad geométrica y/o material en el análisis del comportamiento de estructuras. Este código permite el uso de varios modelos constitutivos para predecir el comportamiento del material: elastico, visco-elástico, plástico, daño, daño-plástico etc. [51], los cuales pueden utilizar diferentes superficies de plastificación para controlar su evolución: Von-Mises, Mohr-Coulomb, Mohr-Coulomb mejorado, Drucker Prager, etc. [52]. Asimismo, permite el análisis dinámico de diferentes estructuras a través del método de Newmark [53–55]. Las principales características del código para simular el comportamiento de los materiales compuestos son:

- Relaciona el comportamiento de los materiales componentes del compuesto a través de la teoría de mezclas clásica [56] y la teoría de mezclas serie/paralelo [49].
- Involucra la anisotropía de los materiales por medio de la teoría de mapeo de espacios [46,57].
- Considera el deslizamiento de la fibra-matriz [56] y el pandeo de la fibra [44], efectos que reducen la resistencia de los materiales compuestos debido al fallo de la interfaz fibra-matriz.

4. Ejemplo de aplicación de la teoría serie/paralelo a la simulación numérica en 2 dimensiones

El estudio de los efectos que han producido los grandes sismos en estructuras tipo pórtico pone en evidencia que las zonas más susceptibles a daño son las uniones viga-pilar y los extremos de los pilares [3]. Por ello, con el propósito de garantizar la estabilidad de las estructuras durante un evento extremo, en muchos estudios se hace énfasis en la necesidad de la rehabilitación y reparación de las estructuras antiguas o de las estructuras construidas antes de las actuales normas de diseño, siendo una de las alternativas de refuerzo el uso los polímeros reforzados con fibras largas (FRP) [5,6,14–17]. Utilizando la teoría de de mezclas serie/paralelo en el programa de elementos finitos PLCDYN [59–62], en este apartado se muestra un estudio de estructuras porticadas reforzadas con FRP. Se realizó un análisis no lineal estático incremental (pushover analysis) de diez estructuras planas con una misma geometría. Cinco de ellas son de hormigón simple y las otras son de hormigón armado. Las estructuras han sido reforzadas con diferentes configuraciones de polímeros reforzados con fibras de carbono CFRP [58].

Aunque los FRP se utilizan como refuerzo en estructuras de hormigón armado o de acero, se estudió también el comportamiento de las estructuras de hormigón simple reforzadas, con el propósito de analizar únicamente la influencia del refuerzo de FRP sobre las estructuras.

4.1. Descripción de los modelos estudiados

4.1.1. Geometría y configuraciones de refuerzo

En la Figura 3 se indica la geometría de los diez modelos junto con las armaduras de la viga y de los pilares para los pórticos en hormigón armado. En la Figura 4 se presentan las configuraciones del refuerzo con CFRP, y en la Tabla 1 se indica la nomenclatura utilizada para

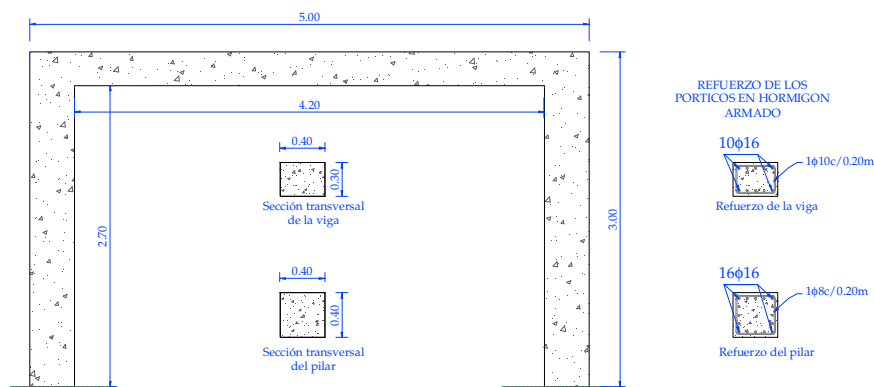


Figura 3. Geometría tipo de las estructuras porticadas [44]

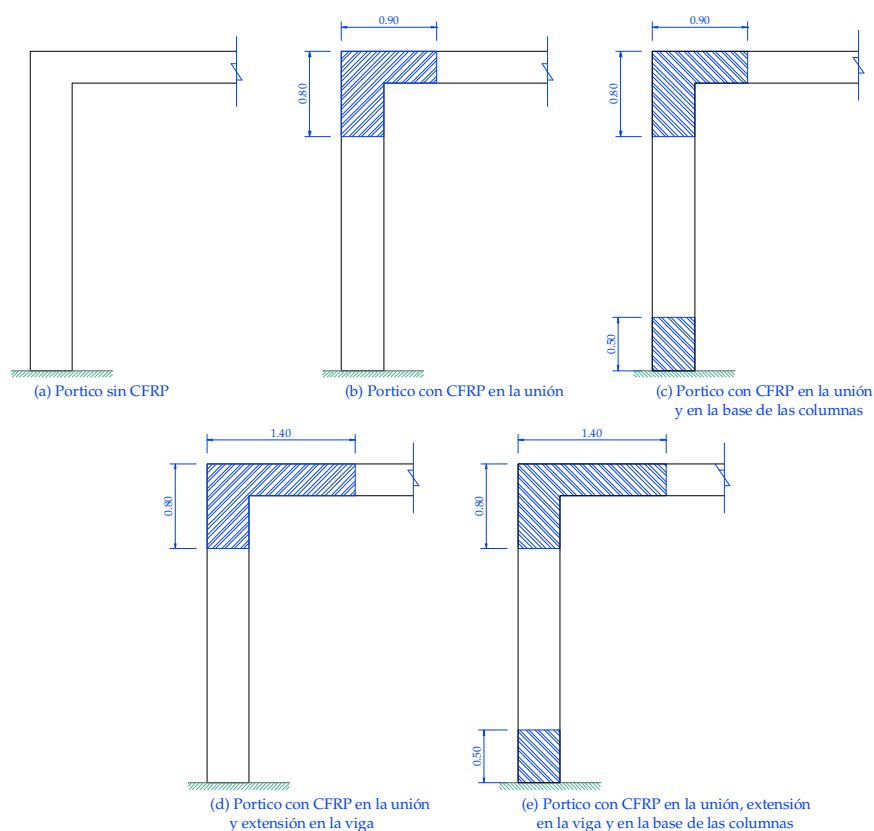


Figura 4. Modelos de los pórticos con las diferentes configuraciones de refuerzo [58]

identificar los modelos. Cabe anotar que algunos detalles de la geometría propuesta se han fijado con base en las observaciones realizadas en algunas investigaciones experimentales.

El refuerzo en los pilares de estos modelos corresponde a dos capas orientadas a 0 y a 90 grados para tener en cuenta que la eficiencia del encamisado del pilar depende de las direcciones en que se coloque la fibra [27]. Asimismo, cuatro de los diez pórticos analizados tienen CFRP en la base de los pilares dado que según los resultados experimentales [25,26] su nivel de influencia

es notorio en la capacidad y en la ductilidad en los pilares. Con el fin de tener un mejor comportamiento de la viga ante un desplazamiento lateral, en los modelos con refuerzo se encamisó la viga en las zonas cercanas a las uniones viga-pilar de acuerdo con los estudios experimentales [37,38]. Se seleccionaron dos longitudes de refuerzo en la viga para hacer una comparación del comportamiento cuando el refuerzo se extiende desde el borde de la unión dos y cuatro veces la altura efectiva de la viga.

Tabla 1. Nomenclatura de los modelos de los pórticos

Tipo de pórtico \ Tipo de hormigón	Tipo de hormigón	
	Sin armadura de acero	Con armadura de acero
Pórtico sin CFRP [Figura 4 a)]	SASF	ASF
Pórtico con CFRP en la unión [Figura 4 b)]	SAF	AF
Pórtico con CFRP en la unión y en la base del pilar [Figura 4 c)]	SAFC	AFC
Pórtico con CFRP en la unión y extensión en la viga [Figura 4 d)]	SAFV	AFV
Pórtico con CFRP en la unión, extensión en la viga y en la base del pilar [Figura 4e)]	SAFCV	AFCV

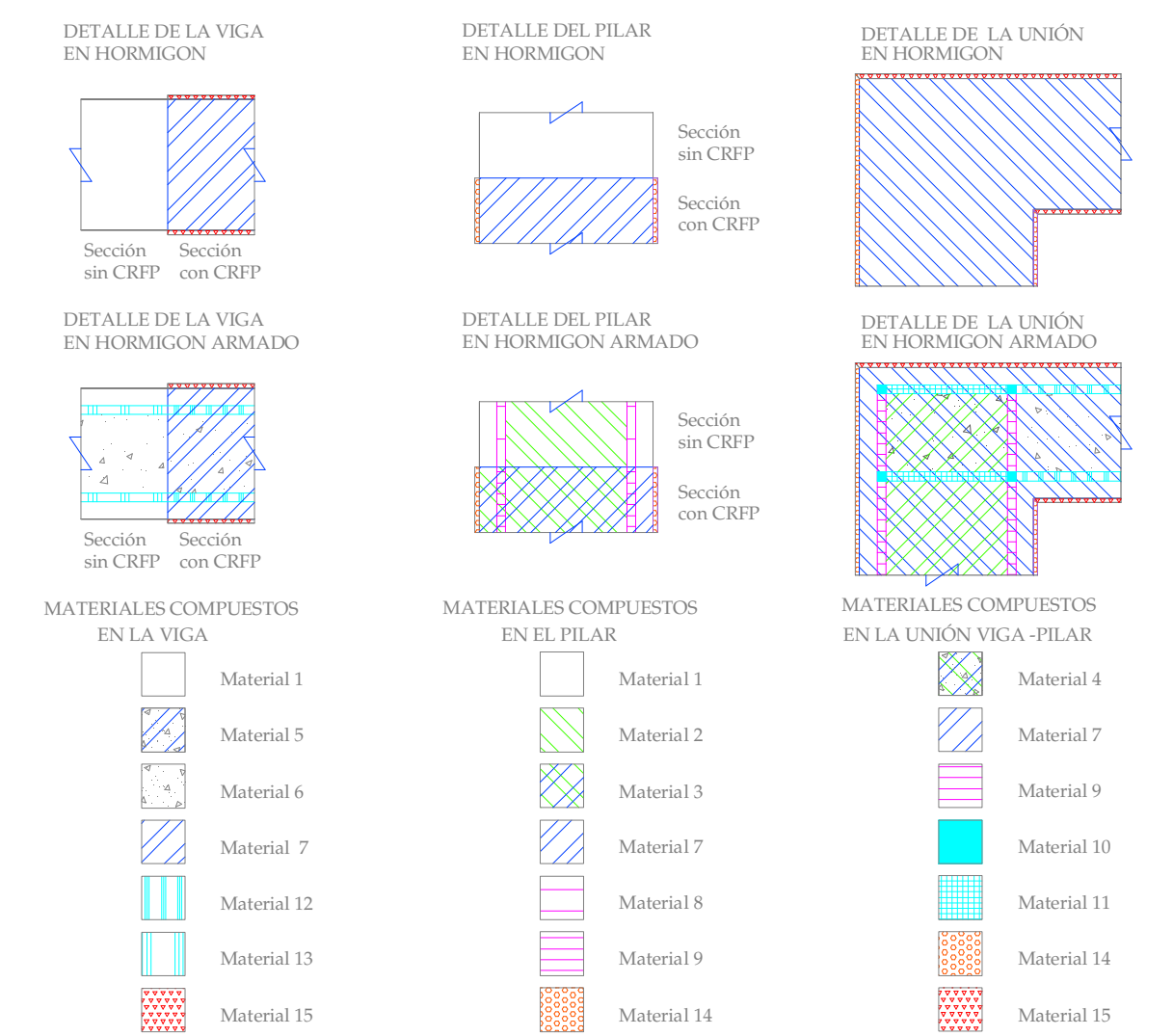


Figura 5. Configuración de los materiales compuestos en los pórticos [58]

En estos ejemplos, para la teoría serie/paralelo, las matrices de los compuestos son el hormigón y la resina polimérica, mientras que el acero y la fibra de carbono constituyen el refuerzo. En la Figura 5 se indican los materiales compuestos asignados a los elementos estructurales de los modelos, dependiendo de si tienen o no armadura. Los porcentajes volumétricos en los que

participan los componentes en cada material compuesto se señalan en la Tabla 2, donde se especifica la dirección de las fibras del compuesto considerada como parte de la anisotropía del compuesto. Las propiedades de los materiales simples se muestran en la Tabla 3.

Tabla 2. Porcentajes de los componentes en los materiales compuestos de los pórticos [58]

Material compuesto	Matriz de Hormigón	Acero longitudinal	Acero Vertical	Cercos Horizontales	Cercos Verticales	Matriz Polimérica	CFRP 0° Horizontal	CFRP 90° vertical
1	100							
2	98.70		1.10	0.20				
3	97.53		1.10	0.17		0.40	0.40	0.40
4	97.71		1.09			0.40	0.40	0.40
5	98.70				0.10	0.40	0.40	0.40
6	99.90				0.10			
7	98.80					0.40	0.40	0.40
8	87.13		12.67	0.20				
9	86.04		12.59	0.17		0.40	0.40	0.40
10	81.51	4.84	12.45			0.40	0.40	0.40
11	92.87	4.84	1.09			0.40	0.40	0.40
12	93.86	4.87			0.07	0.40	0.40	0.40
13	95.00	4.90			0.10			
14						34.00	66.00	
15						34.00		66.00

Tabla 3. Propiedades mecánicas de los materiales componentes de los compuestos en los pórticos

Material	Criterio de fluencia	Ex=Ey=Ez MPa	ν	σ_c MPa	σ_t MPa	Gc kPa·m	Gt kPa·m
Hormigón	Mohr-Coulomb	$2.5 \cdot 10^4$	0.20	30.0	3.0	50.0	5.0
Acero	Von Mises	$2.1 \cdot 10^5$	0.00	270.0	270.0	2000.0	2000.0
Matriz polimérica	Mohr-Coulomb	$1.2 \cdot 10^4$	0.20	87.5	29.2	36.0	3.0
Fibra de carbono	Von Mises	$1.5 \cdot 10^5$	0.00	2300.0	2300.0	2000.0	2000.0

4.1.2. Descripción de los modelos constitutivos considerados para los materiales

Los modelos analizados por control de desplazamientos tienen una malla de elementos finitos rectangulares de 4 nodos. En lo que respecta al análisis del comportamiento de los materiales simples, para determinar el daño en el hormigón y la matriz polimérica del compuesto, se aplicó el modelo de daño de Kachanov; para el acero se utilizó el modelo elasto-plástico, mientras que la fibra de carbono se analizó como un material elástico y lineal. En todos los casos se ha partido de la hipótesis que no hay daño inicial en el pórtico, por lo que los ejemplos corresponden al caso de rehabilitación con FRP. Además, se supuso que la adherencia inicial entre el refuerzo y el hormigón es perfecta. Por otra parte, al ser modelos bidimensionales no se pueden tener en cuenta efectos tridimensionales como el confinamiento en el hormigón producido por los cercos.

4.2. Análisis del comportamiento de los modelos de hormigón simple y de hormigón armado

4.2.1. Resistencia y rigidez

En la Figura 6 se muestra el cortante en la base del pórtico respecto al desplazamiento horizontal aplicado en la mitad de la luz de la viga. En esta figura se observa que los diferentes modelos tienen una rigidez inicial similar y que su comportamiento se conserva lineal aproximadamente hasta los 0.0015m; luego, según la configuración del refuerzo del sistema, la pérdida rigidez varía de acuerdo con el desarrollo del daño y de plasticidad. La resistencia máxima de los casos se indica en la Tabla 4. Dado que no existen ensayos experimentales con las configuraciones analizadas, los resultados obtenidos de las simulaciones se han contrastado con las conclusiones de otras investigaciones.

En lo que respecta al comportamiento de las estructuras de hormigón simple, la resistencia del sistema aumenta en casi un 40 % cuando se coloca CFRP en la

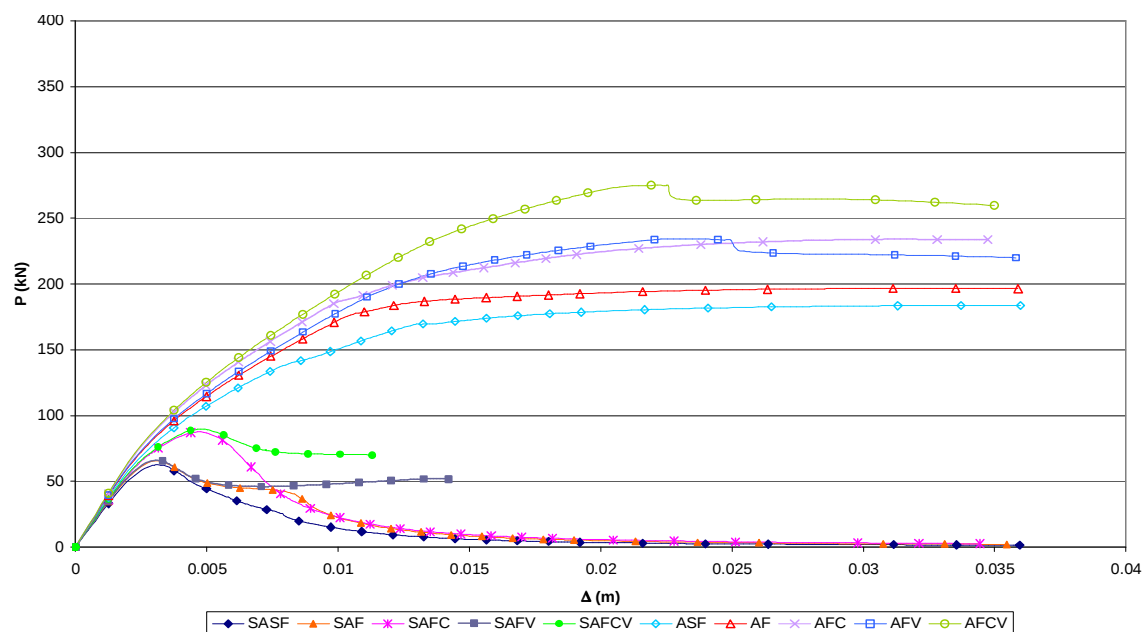


Figura 6. Cortante en la base (P)- Desplazamiento horizontal (Δ) para los pórticos de hormigón simple y de hormigón armado [58]

Tabla 4. Cortante máximo en la base y desplazamientos horizontales en la mitad de la luz de la viga

Hormigón sin armadura	SASF	SAF	SAFC	SAFV*	SAFCV*
Cortante máximo en la base P_{max} (kN)	62.36	65.48	87.65	66.06	89.73
Desplazamiento por cortante máximo en la base $\Delta_{P_{max}}$ (m)	0.0030	0.0030	0.0048	0.0031	0.0048
Hormigón con armadura	ASF	AF	AFC	AFV	AFCV
Cortante máximo en la base P_{max} (kN)	183.62	196.54	233.98	234.49	274.96
Desplazamiento por cortante máximo en la base $\Delta_{P_{max}}$ (m)	0.0354	0.0318	0.0312	0.0233	0.0222

* Modelo con pérdida convergencia

base de los pilares. Por el contrario, en los casos con CFRP en la unión y en la viga (SAF y SAFV), el aumento de la resistencia del sistema es pequeño, un 5 % y un 6 %, respectivamente. Asimismo, se observa que los modelos con refuerzo adicional en la viga (SAFV y SAFVC) muestran un comportamiento dúctil después de alcanzar su capacidad máxima y, en los dos casos conservan una pérdida de resistencia menor que el 24 %. Se aprecia como el modelo SAFC tiene una tendencia de pérdida de resistencia similar al modelo SAF, donde el refuerzo en los pilares incrementa la resistencia del sistema pero no incide en su ductilidad.

En los pórticos de hormigón armado, al reforzarse solo la unión (AF) hay un pequeño incremento en la resistencia del orden de 7 %. Cuando el refuerzo se coloca en la base de los pilares (AFC) o más allá de la zona de confinamiento en las vigas (AFV), el aumento

de la resistencia llega a un 27 %. Al reforzarse tanto la base de los pilares como la viga (AFCV), la resistencia se incrementa un 50 %. A diferencia de los modelos de hormigón simple, en todos los casos con armadura hay ductilidad independientemente del refuerzo. En los pórticos de hormigón armado, el FRP como refuerzo aumenta la capacidad de la estructura, dado que al disminuir el nivel de daño en el hormigón, se posterga la plastificación del acero.

Es relevante notar que el refuerzo no aumenta la rigidez lateral de los pórticos, lo que coincide con la observación de Tastani y Pantazopoulou [18]. Cuando la estructura se refuerza se produce un incremento de la resistencia a cortante y a flexión [24,25,29–31]; no obstante, el nivel del incremento de resistencia depende de la configuración del refuerzo que se seleccione y de la armadura de los pórticos. En lo que respecta

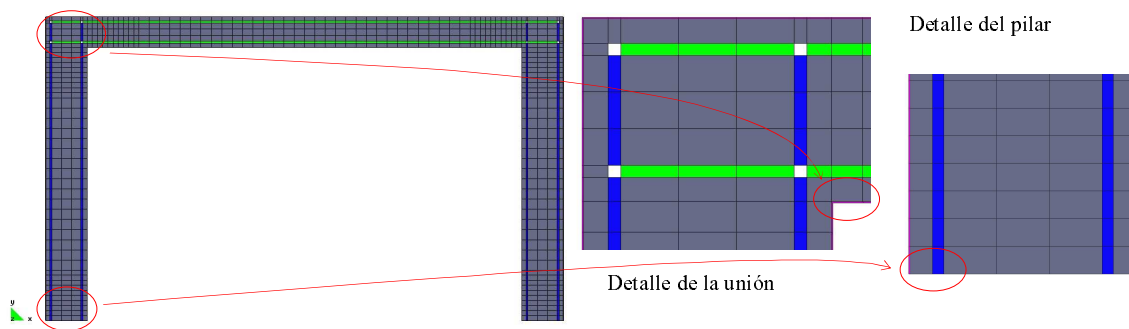


Figura 7. Elementos en los que se miden las deformaciones y las tensiones [58]

a la ductilidad, cabe anotar que su aumento depende de la distribución de la armadura; si la armadura es insuficiente, el refuerzo con FRP incrementa considerablemente la ductilidad del sistema; pero si la armadura aporta por sí misma ductilidad al sistema, al reforzarlo el incremento de su ductilidad es imperceptible.

4.2.2. Tensiones y deformaciones en los componentes de los materiales compuestos

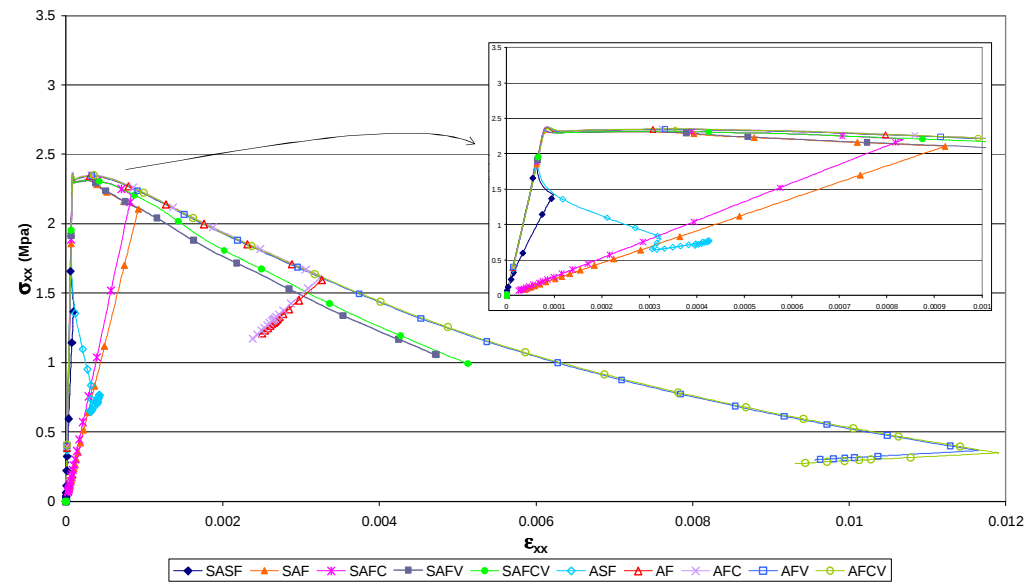
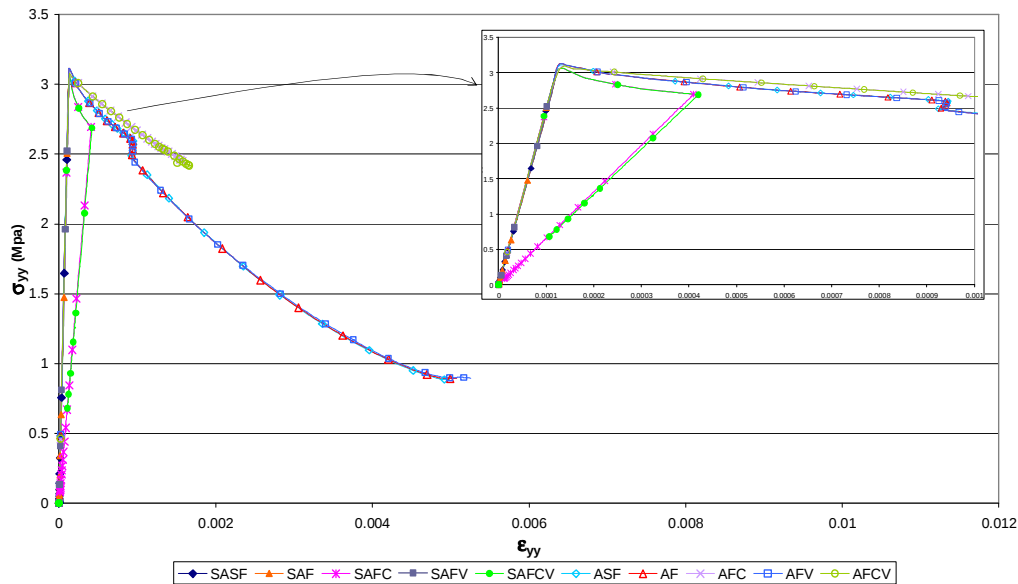
Una de las ventajas de la teoría serie/paralelo es que permite identificar durante el proceso de carga, el estado de tensiones y de deformaciones tanto del compuesto como de sus componentes. Para observar la evolución de las tensiones en los diferentes materiales, se tomaron dos puntos de referencia que se indican en la Figura 7: uno de ellos, en la esquina izquierda interna, donde se analiza las deformaciones y tensiones en x ; y el otro, en la base del pilar izquierdo, para el análisis de las deformaciones y tensiones en y .

En la Figura 8a se muestran las tensiones en la dirección x del hormigón. Se aprecia que en los modelos SASF y ASF se tiene una pérdida de resistencia inicial similar, con la diferencia que en el caso SASF, debido a la mayor degradación del hormigón, hay una descarga total, mientras que en el modelo ASF, el elemento pierde resistencia sin presentar descarga. Los modelos de hormigón sin armadura (SAF, SAFV, SAFC y SAFCV) tienen una pérdida de resistencia inicial semejante; los modelos SAF y SAFC presentan descarga total, posiblemente por la pérdida de resistencia del sistema; entretanto, los casos SAFV y SAFCV no evidencian descarga, aunque cabe anotar que estos modelos perdieron convergencia antes de aplicar el 40 % del desplazamiento total. En lo que respecta a los pórticos de hormigón armado con refuerzo, los modelos tienen una curva de pérdida de resistencia similar. La diferencia consiste en que los casos AF y AFC muestran una descarga parcial equivalente a un 28 % de la deformación máxima cuando se refuerza la viga (AFV y AFCV).

Referente a las tensiones en la dirección y en el hormigón indicadas en la Figura 8b, los modelos de hormigón simple muestran un comportamiento lineal, excepto los reforzados en la base del pilar (SAFC y SAFCV), los cuales presentan pérdida de resistencia; en todos los casos hay una descarga total. Los modelos de hormigón con armadura pero sin refuerzo en la base del pilar (AF y AFV) muestran una pérdida de resistencia similar, alcanzando un 75 %; asimismo, el comportamiento de los casos AFC y AFCV es semejante, con un 15 % de pérdida de resistencia.

En la Figura 9 se observa el comportamiento de la matriz del CFRP. En la dirección x , en la esquina de la unión, pese a que la fibra de carbono se mantiene en el rango lineal elástico y que sólo se ha alcanzado un 30 % de la resistencia a tracción de la matriz (Figura 9a), su comportamiento se ve afectado por el daño y la pérdida de resistencia del hormigón. El comportamiento no lineal de la matriz se debe a que, con el daño del hormigón, en esta zona hay grandes desplazamientos a nivel local. En los pórticos de hormigón simple, conforme a lo que sucede en el hormigón, la matriz del CFRP se descarga totalmente en los casos SAF y SAFC, mientras que sólo presenta pérdida de resistencia en los modelos SAFV y SAFCV. La pérdida de resistencia inicial en los casos SAFC y SAFCV es similar a la que se produce en los modelos de hormigón armado hasta alcanzar un 50 % de la deformación máxima correspondiente a los modelos AFV y AFCV. En los pórticos con hormigón armado, los modelos AF y AFC se descargaron parcialmente con un 80 % de la deformación máxima de los casos AFV y AFCV.

Por el contrario, en la dirección y de la base del pilar, como se ve en la Figura 9b, aunque hay daño y pérdida de resistencia en el hormigón, el comportamiento de la matriz polimérica es lineal y elástico en todos los casos. Esto es debido a que, en esta zona, no hay desplazamientos locales que afecten el comportamiento lineal de la matriz. Los pórticos de hormigón simple,

(a) Tensión -deformación en x (b) Tensión deformación en y **Figura 8.** Tensión deformación a tracción en el hormigón [58].

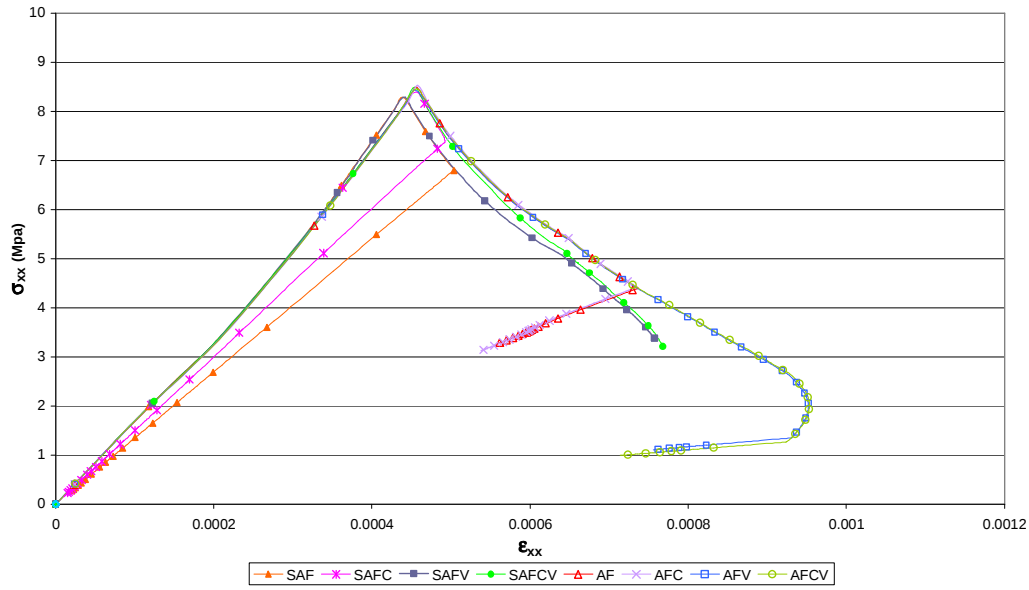
por su baja capacidad carga lateral, tienen una tensión máxima alrededor del 10 % de la resistencia a tracción, mientras que los pórticos de hormigón armado alcanzan un 80 %.

4.2.3. Daño

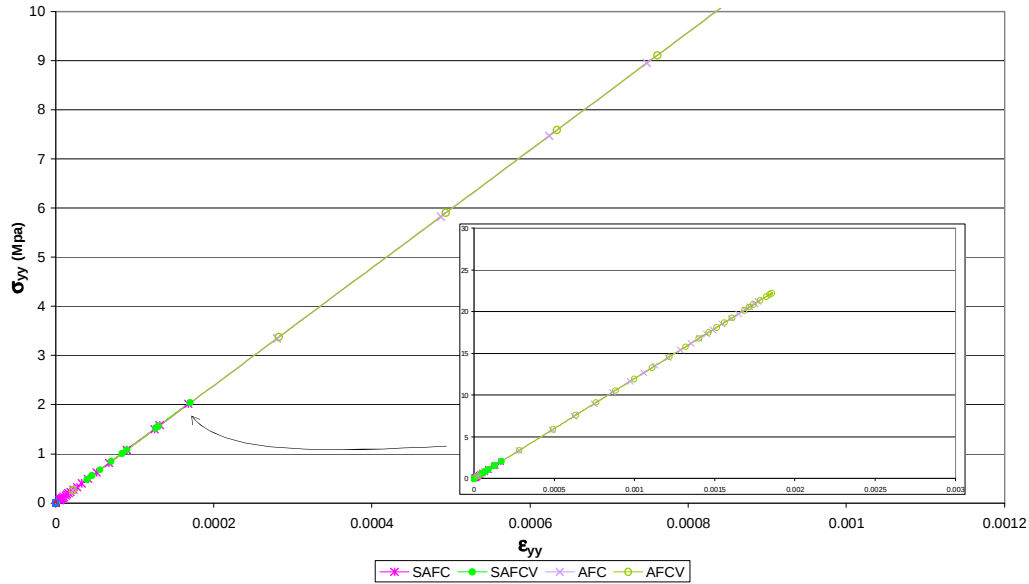
Otra de las ventajas que tiene el uso de la teoría serie/paralelo es que, al asignar un modelo constitutivo a cada componente de los compuestos, permite observar la evolución de las variables internas tales como el

daño o el endurecimiento plástico en el compuesto y en los componentes para los pórticos sometidos a una acción estática incremental. En la Figura 10 se muestra la distribución de daño en los pórticos para el estado de carga última (P_{ult}) y el correspondiente desplazamiento último (Δ_{ult}).

En las estructuras de hormigón simple, el daño es localizado y la pérdida de capacidad es considerable, mientras que en las estructuras de hormigón armado el daño se distribuye a lo largo de los elementos y la pérdida de capacidad del sistema es pequeña.



(a) Tensión deformación en x



(b) Tensión deformación en y

Figura 9. Tensión deformación a tracción en la matriz del CFRP [58].

Dependiendo del daño que se produce en los diferentes casos, se aprecia que en los pilares y en las vigas es necesario que la longitud del refuerzo externo sea suficiente, para evitar el daño localizado en el hormigón y retrasar, de esta manera, la plastificación del acero, previniéndose el fallo prematuro del sistema. Como un ejemplo, en las estructuras de hormigón reforzado, al comparar los modelos AFV con AF y AFCV con AFC, se observa que los pórticos con mayor longitud de refuerzo en las vigas tienen menor pérdida de rigidez, aunque presentan mayor daño en la unión y tienen una

resistencia lateral un 12 % mayor. Asimismo, al contrastar los casos AF con AFC o SAF con SAFC, se observa que, al colocar el refuerzo en la base de los pilares, la zona con daño en toda la sección transversal se traslada del apoyo del pilar al borde en el que termina el FRP, con lo cual, el refuerzo aumenta la resistencia del sistema.

Se corrobora que al reforzar las estructuras con CFRP, se aumenta la ductilidad y se reduce la pérdida de resistencia del sistema estructural. Sin embargo, el nivel de eficiencia del refuerzo depende tanto de la configu-



Figura 10. Daño en los modelos. Aplicación del desplazamiento en el extremo izquierdo

ración del refuerzo que se seleccione, como del estado y de la configuración de la estructura original.

4.3. Efecto del comportamiento del acero

Aprovechando que la teoría serie/paralelo permite asignar un modelo constitutivo a cada componente del compuesto, se hace una comparación del compor-

tamiento de los pórticos de hormigón armado, cuando el acero se analiza como un material elástico (EL) y cuando se considera elasto-plástico (PL). En la Figura 11 se muestra la relación carga-desplazamiento de los pórticos de hormigón armado, con los dos tipos de comportamiento del acero. Se observa el aumento de resistencia del sistema de acuerdo con la configuración del refuerzo. En los modelos con elasticidad y con plas-

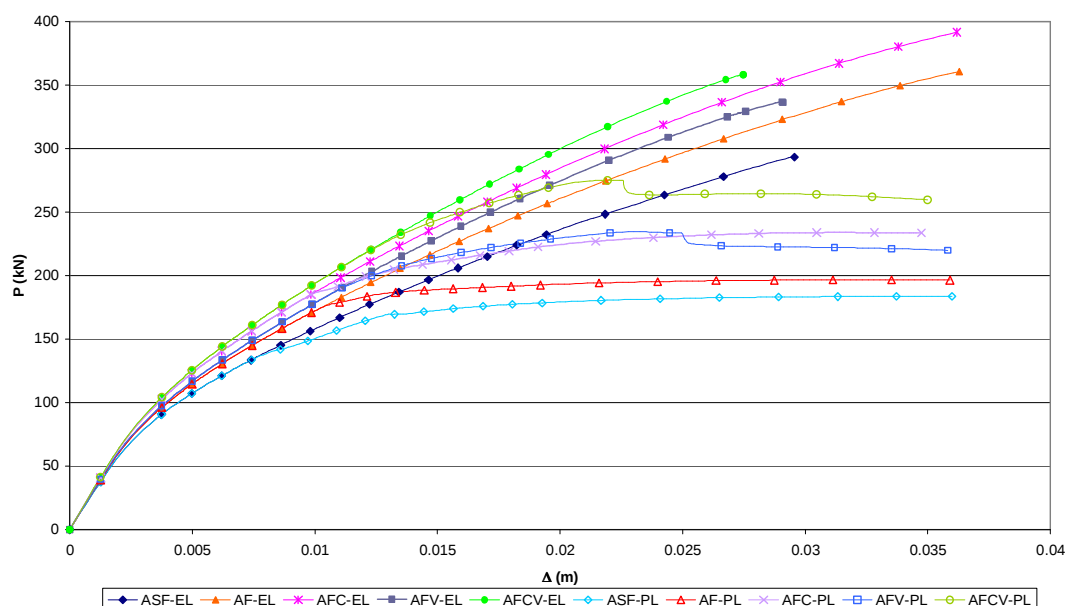


Figura 11. Comparación de algoritmos. Cortante en la base (P) - Desplazamiento horizontal (Δ) en el extremo izquierdo. EL: Modelo elástico PL: Modelo elasto-plástico

Tabla 5. Relación del cortante en la base entre los algoritmos para un desplazamiento de 0.0274m

Pórtico	ASF	AF	AFC	AFV	AFCV
P_{PL} / P_{EL} (%)	64.7	62.7	68.0	67.8	73.9

tividad del acero, se observa la similitud de la rigidez inicial y su pérdida inicial cuando solo influye el daño en el hormigón. Asimismo, se evidencia la influencia de la plastificación del acero.

En la Tabla 5 se muestra la relación del cortante en la base entre los modelos con plasticidad P_{PL} y con elasticidad P_{EL} , para un desplazamiento horizontal de 0.0274m en la viga. En esta comparación se observa que, al considerar la plasticidad, los cortantes en la base representan entre un 62.7% y un 73.9% de las fuerzas de los modelos elásticos. Esto implica que, en los modelos con elasticidad en el acero, aunque se considere el daño en el hormigón, la capacidad de la estructura se sobreestima entre un 30% y un 40% debido a que, en los casos elásticos no se tiene en cuenta el efecto de plasticidad del refuerzo.

De acuerdo con lo observado, en los modelos con elasticidad en el acero, la no linealidad del comportamiento se debe únicamente al daño en el hormigón. Por el contrario, en los modelos con plasticidad, la no linealidad esta gobernada por el daño en el hormigón y su interacción con la plastificación del acero.

5. CONCLUSIONES

- La teoría de mezclas serie/paralelo es una herramienta versátil para analizar el comportamiento de las estructuras de materiales compuestos y de sus componentes. Por una parte permite que cada componente del compuesto se analice utilizando la ecuación constitutiva más conveniente para predecir su comportamiento (elasticidad, plasticidad, daño, etc.) y, por otra, al obtener el comportamiento del material compuesto en cada punto de Gauss, lo acopla al resto de la estructura definiendo el comportamiento global de la misma. Por tanto, esta herramienta numérica conlleva a un mejor análisis de las estructuras de materiales compuestos ya que permite considerar en la simulación diferentes tipos de no linealidades. Al mismo tiempo, los costos computacionales son reducidos al utilizar un solo mallado continuo para el análisis de la estructura, de los materiales compuestos y de sus componentes.
- El refuerzo con FRP en los pórticos de hormigón armado y simple es una técnica viable para incrementar la capacidad de la estructura. Además, siempre que se configure adecuadamente el refuerzo en los elementos, se mejora el control de daño y se logra

aumentar la ductilidad global del sistema. Según los resultados obtenidos en los análisis realizados, tanto para los modelos de hormigón simple, como para los de hormigón armado, el aumento de la resistencia global del sistema estructural depende de la configuración de refuerzo de FRP que se coloque. Por ello, es necesario que, a través de la simulación numérica utilizando la teoría de mezclas serie/paralelo, se optimicen los análisis de las estructuras con materiales compuestos para mejorar el diseño del refuerzo de los edificios y de los puentes que necesitan rehabilitación o reparación.

- Al no tenerse en cuenta la plasticidad del acero en una estructura de hormigón armado, no se está considerando su influencia en la resistencia y en la pérdida de rigidez del sistema. En estos casos se sobreestima la capacidad estructural, con lo que es posible que se diseñe un refuerzo exterior para unas sollicitaciones que no se desarrollarán en la estructura por superar su capacidad real.

Por otra parte, considerar únicamente el fenómeno de daño tiene su aplicación en el análisis de estructuras construidas únicamente con materiales frágiles, como es el caso del hormigón simple, de la mampostería o de la piedra, entre otros. Esto permite estudiar el comportamiento de las estructuras frágiles y su mejora al ser reforzadas con FRP. Esto puede tener una interesante aplicación en la reparación y rehabilitación de algunas estructuras antiguas.

- La simulación numérica es una herramienta útil y de gran aplicación en el diseño de soluciones de refuerzo de estructuras de hormigón armado con materiales compuestos. El uso del método de los elementos finitos junto con la teoría serie paralelo, permite analizar estructuras con diferentes alternativas de refuerzo, considerando los modelos constitutivos de los componentes de los materiales compuestos; asimismo, permite que se seleccionen las configuraciones más eficientes y se determine la capacidad de resistencia del sistema estructural reforzado, identificando el nivel de daño que se puede alcanzar. Esta aplicación es posible a dos escalas: una local, en donde se estudian los elementos estructurales, en la que los materiales compuestos se utilizan como refuerzo a cortante, a flexión o a compresión; y una escala global, en la que se analiza el comportamiento del sistema estructural al reforzar los elementos que lo requieran de acuerdo con las normativas existentes.

6. Agradecimientos

Este trabajo ha sido apoyado por el Ministerio de Ciencia e Innovación de España a través de los proyec-

tos "RECOMP," Ref. BIA2005-06952, "DECOMAR," Ref. MAT2003-08700-C03-02 y "DELCOM," Ref. MAT2008-02232/MAT; por el Ministerio de Fomento de España a través del proyecto "Reparación y Refuerzo de Estructuras de Hormigón Armado con Materiales Compuestos;" por el programa Alβan, Programa de Becas de Alto Nivel de la Unión Europea para América Latina, beca N° E06D101053CO; por "AIRBUS" (España), por el Contrato Nro. PBSO-13-06 "FEMCOM"; por Agencia Española de Cooperación Internacional para el Desarrollo (AECID), Ref. A/012257/07; por el Centro Internacional para los Métodos Numéricos en Ingeniería (CIMNE), España y por el laboratorio CERLITEM del Departamento de Resistencia de Materiales de la Universidad Politécnica de Catalunya, Terrassa, España.

Referencias

1. Rastellini F. (2006) "Modelación numérica de la no-linealidad constitutiva de laminados compuestos". Ph.D. Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona. España.
2. Pendhari S.S., Kant T., Desai M.Y. (2007) "Application of polymer composites in civil construction: A general review". *Composite Structures*. 84(2):114-124.
3. Molina M. (2000) "Ductilidad en uniones de concreto reforzadas externamente con láminas de acero". Master en Estructuras. Universidad Nacional de Colombia. Bogotá. Colombia.
4. Gómez C., Oller S., Barbat A. (2002) "Evaluación del daño sísmico de puentes de hormigón armado". *Rev. Internac. Mét. Num. Cál. Dis. Ing.* 18(2):309-329.
5. Eindex L.V.D., Zhao L., Seible F. (2003) "Use of FRP composites in civil structural applications". *Construction and Building Materials*. 17(6-7):389-403.
6. Karbhari V.M. (2005) "Building materials for the renewal of civil infrastructure". *Reinforced Plastics*. 49(1):14-25.
7. Car E., Oller S., Oñate E. (2000) "Tratamiento Numérico de Materiales Compuestos". Monografía No.57. Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería (CIMNE). Barcelona. España.
8. ACI Committee 440. ACI 440.2R-08. (2008) "Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures". American Concrete Institute. MI. USA.
9. JSCE. (1997) "Recommendation for Design and Construction of Concrete Structures Using Continuous Fiber Reinforcing Materials". Research Committee on Continuous Fiber Reinforcing Materials. Japan Society of Civil Engineers. Tokio. Japan.
10. CSA,. (2002) "Design and Construction of Building Components with Fibre-Reinforced Polymers". Design Code. Standard S806-02. Canadian Standards Association. Ontario. Canada.

11. CSA. (2006) "Canadian Highway Bridge, Design Code". CAN/CSA-S6-00, Canadian Standards Association, Ontario, Canada.
12. FIB. (2001) "Externally Bonded (FRP) Reinforcement for RC Structures". FIB Bulletin No. 14. International Federation for Structural Concrete (FIB - Fédération Internationale du Béton). Lausanne, Swiss.
13. CNR. (2006) "Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Existing Structures". CNR DT200/2004. CNR Committee-Italian National Research Council. Italia.
14. Nanni A., (2003) "North American design guidelines for concrete reinforcement and strengthening using FRP: Principles, applications and unresolved issues". *Construction and Building Materials*. 17(6-7):439-446.
15. Karbhari V.M., Zhao L. (2000) "Use of composites for 21st century civil infrastructure". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 185 (2-4):433-454.
16. Mufti A.A., Bakht B., Banthia N., Benmokrane B., Desgagné G., Eden R., Erko M.-A., Karbhari V., Kroman J., Lai D., Machida A., Neale K., Tadros G., Täljsten B. (2007) "New Canadian Highway Bridge Design Code design provisions for fibre-reinforced structures". *Canadian Journal of Civil Engineering* 34(3):267-283.
17. Hollaway L.C. (2003) "The evolution of and the way forward for advanced polymer composites in the civil infrastructure". *Construction and Building Materials*. 17(6-7):365-378.
18. Tastani S.P., Pantazopoulou S.J., (2008) "Detailing procedures for seismic rehabilitation of reinforced concrete members with fiber reinforced polymers". *Engineering Structures*. 30(2):450-461.
19. Nanni A., Norris M.S. (1995) "FRP jacketed concrete under flexure and combined flexure-compression". *Construction and Building Materials*. 9(5):273-281.
20. Mirmiran A., Shahawy M., Samaan M., Echary H.E., Mastrapa J.C., Pico O. (1998) "Effect of column parameters on FRP confined concrete". *Journal of Composites for Construction ASCE*. 2(4):175-185.
21. Cheng C.-T., Yang J.-C., Yeh Y.-K., Chen S.-E., (2003) "Seismic performance of repaired hollow-bridge piers". *Construction and Building Materials* 17(5):339-351.
22. Lignola G.P., Prota A., Manfredi G., Cosenza E. (2007) "Experimental performance of RC hollow columns confined with CFRP". *Journal of Composites for Construction ASCE*. 11 (1):42-49.
23. Xiao Y., Wu H. (2000) "Compressive behavior of concrete confined by carbon fiber composite jackets". *Journal of Materials in Civil Engineering ASCE*. 12(2):139-146.
24. Parvin A., Wang W. (2001) "Behavior of fiber reinforced plastic jacketed concrete columns under eccentric loading". *Journal of Composites for Construction ASCE*. 5(3):146-152.
25. Ozcan O., Binici B., Ozcebe G. (2008) "Improving seismic performance of deficient reinforced concrete columns using carbon fiber-reinforced polymers". *Engineering Structures*. 30(6):1632-1646.
26. Parvin A., Wang W. (2002) "Concrete columns confined by fiber composite wraps under combined axial and cyclic lateral loads". *Composite Structures*. 58(4):539-549.
27. Parvin A., Jamwal A.S. (2006) "Performance of externally FRP reinforced columns for changes in angle and thickness of the wrap and concrete strength". *Composite Structures*. 73(4):451-457.
28. Mirmiran A., Zagers K., Yuan W. (2000) "Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites". *Finite Elements in Analysis and Design*. 35(1):79-96.
29. Ghobarah A., Said A., (2002) "Shear strengthening of beam-column joints". *Engineering Structures*. 24(7):881-888.
30. Said A.M., Nehdi M.L. (2004) "Use of FRP for RC frames in seismic zones: Part I. Evaluation of FRP beam-column joint rehabilitation techniques". *Applied Composite Materials*. 11(4):205-226.
31. Granata P., Parvin A. (2001) "An experimental study on klevlar strengthening of beam-column connections". *Composite Structures*. 53(2):163-171.
32. Ghobarah A., El-Amoury T. (2005) "Seismic rehabilitation of deficient exterior concrete frame joints". *Journal of Composites for Construction ASCE*. 9(5):408-416.
33. El-Amoury T., Ghobarah A. (2002) "Seismic rehabilitation of beam-column joint using GFRP sheets". *Engineering Structures*. 24(11):1397-1407.
34. Antonopoulos C.P., Triantafillou T.C. (2003) "Experimental investigation of FRP-strengthened RC beam-column joints". *Journal of Composites for Construction ASCE*. 7(1):39-49.
35. Al-Salloum Y.A., Almusallam T.H. (2007) "Experimental investigation of FRP-strengthened RC beam-column joints". *Journal of Composites for Construction ASCE*. 11(6):575-589.
36. Pantelides C.P., Okahashi Y., Reaveley L.D. (2008) "Seismic rehabilitation of reinforced concrete frame interior beam-column joints with FRP composites". *Journal of Composites for Construction ASCE*. 12(4):435-445.
37. Gergely J., Pantelides C.P., Reaveley L.D. (2000) "Shear strengthening of RCT joints using CFRP composites". *Journal of Composites for Construction ASCE*. 4(2):56-64.
38. Parvin A., Wu S. (2008) "Ply angle effect on fiber composite wrapped reinforced concrete beam-column connections under combined axial and cyclic loads". *Composite Structures*. 82(4):532-538.
39. Li J., Bakoss S.L., Samali B., Ye L. (2002) "Behaviour of concrete beam-column connections reinforced with hybrid FRP sheet". *Composite Structures* 57(1-4):357-365.
40. Parvin A., Granata P. (2000) "Investigation on the effects of fiber composites at concrete joints". *Composites Part B: Engineering*. 31(6-7):499-509.
41. Oller S. (2003) "Simulación numérica del comportamiento mecánico de los materiales compuestos". Centro Internacional de Métodos Numéricos en la Ingeniería-CIMNE. Barcelona. España.
42. Oller S., Miquel J., Zalamea F. (2005) "Composite material behaviour using a homogenization double scale

- method". *Journal of Engineering Mechanics*. 131(1):65–79.
43. Car E., Zalamea F., Oller S., Miquel J., Oñate E. (2002) "Numerical simulation of fiber reinforced composites- Two procedures". *International Journal of Solids and Structures*. 39(7):1967–1986.
 44. Martinez X. (2008) "Micro-mechanical simulation of composite materials using the serial/parallel mixing theory". Ph.D. Thesis, Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona. España.
 45. Oller S., Botello S., Miquel J., Oñate E. (1995) "An anisotropic elastoplastic model based on an isotropic formulation". *Engineering Computations*. 12(3):245–262.
 46. Car E., Oller S., Oñate E. (2001) "A large strain plasticity for anisotropic materials-composite material application". *International Journal of Plasticity*. 17(11):1437–1463.
 47. Car E. (2000) "Modelo constitutivo continuo para el estudio del comportamiento mecánico de los materiales compuestos". Ph.D. Thesis. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona. España.
 48. Rastellini F., Oller S., Salomon O., Oñate E. (2008) "Composite materials non-linear modelling for long fibre-reinforced laminates: Continuum basis, computational aspects and validations". *International Journal of Computers & Structures*. 86(9):879–896.
 49. Martínez X., Oller S., Rastellini F., Barbat A.H. (2008) "A numerical procedure simulating RC structures reinforced with FRP using the serial/parallel mixing theory". *Computers and Structures*. 86(15–16):1604–1618.
 50. CIMNE. (1991–2010) "PLCDYN Manual: Código termomecánico no lineal de elementos finitos dirigido a estudiantes de Ph.D.". Universidad Politecnica de Cataluña. Barcelona. España.
 51. Oller S., Oñate E., Oliver J., Lubliner J. (1990) "Finite element non-linear analysis of concrete structures using a plastic-damage model". *Engineering Fracture Mechanics*. 35(1–3):219–31.
 52. Lubliner J., Oliver J., Oller S., Oñate E. "A plastic-damage model for concrete". *International Journal of Solids & Structures*. 25(3):299–326 (1989).
 53. Barbat A.H., Oller S., Oñate E., Hanganu A. (1997) "Viscous damage model for Timoshenko beam structures". *International Journal of Solids & Structures*. 34(30):3953–3976.
 54. Faleiro J., Oller S., Barbat A.H. (2008) "Plastic-damage seismic model for reinforced concrete frames". *Computer and Structures*. 86(7-8):581–597.
 55. Vielma, J. Barbat, A.H y Oller, S. (2009) "Seismic performance of waffled-slab floor buildings". *ICE Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures and Buildings*. 162(SB3):169–182.
 56. Car E., Oller S., Oñate E. (2000) "An anisotropic elastoplastic constitutive model for large strain analysis of fiber reinforced composite materials". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 185(2-4):245–277.
 57. Oller S., Car E. y Lubliner J. (2003) "Definition of a general implicit orthotropic yield criterion". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 192(7–8):895–912.
 58. Molina M. (2009) "Estudio numérico de la adherencia de los materiales compuestos como refuerzo en estructuras de hormigón armado". Master en Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería. Universidad Politécnica de Cataluña. Barcelona. España.
 59. Mata P., Oller S., Barbat A.H. (2007) "Static analysis of beam structures under nonlinear geometric and constitutive behaviour". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 196:4458–4478.
 60. Mata P., Oller S., Barbat A.H. (2008) "Dynamic analysis of beam structures considering geometric and constitutive nonlinearity". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 197:857–878.
 61. Mata P., Barbat A. H., Oller S., Boroschek R. (2008) "Constitutive and geometric nonlinear models for the seismic analysis of RC structures with energy dissipators". *Archives of Computational Methods in Engineering*. 15:489–539.
 62. Mata P., Barbat A. H., Oller S. (2008) "Two-scale approach for the nonlinear dynamic analysis of RC structures with local irregularities". *Engineering Structures*. 30(12):3667–3680.