

Monografías de Ingeniería Sísmica

Editor A.H. Barbat

**Conceptos de cálculo de estructuras
en las normativas de diseño
sismorresistente**

A.H. Barbat
S. Oller

CENTRO INTERNACIONAL DE MÉTODOS NUMÉRICOS EN INGENIERÍA
Edificio C1, Campus Norte UPC
Gran Capitán s/n
08034 Barcelona, España

MONOGRAFÍAS DE INGENIERÍA SÍSMICA
Editor A.H. Barbat

ISSN: 1134-3249

**CONCEPTOS DE CÁLCULO DE ESTRUCTURAS EN LAS NORMATIVAS DE DISEÑO
SISMORRESISTENTE**

Monografía CIMNE IS 24
© Los autores

ISBN: 84-89925-10-0
Depósito legal: B-11927-98

Índice

Prólogo	iii
Índice	vii
1 Las normativas de diseño como mecanismo de reducción del riesgo sísmico	1
1.1 Introducción	1
1.2 La peligrosidad sísmica y la evaluación del potencial destructivo de los terremotos	4
1.3 Vulnerabilidad y mitigación del riesgo sísmico	8
2 Espectros de respuesta	11
2.1 Introducción	11
2.2 Espectros de respuesta	14
2.2.1 Conceptos teóricos	14
2.2.2 Modificación de espectros y espectro medio	19
2.2.3 Espectro normalizado	19
2.2.4 Representación espectral logarítmica tripartita	21
2.2.5 Influencia de las condiciones locales del terreno	22
2.2.6 Observaciones finales sobre los espectros de respuesta	23
3 Cálculo de la respuesta estructural mediante análisis modal	25
3.1 Modelos estructurales típicos utilizados en el cálculo sísmico de edificios	25
3.2 Ecuaciones del movimiento para edificios de cortante	28
3.3 Desacoplamiento modal de las ecuaciones del movimiento	31
3.4 Respuestas máximas modales utilizando espectros sísmicos de respuesta	36
3.4.1 Planteamiento del problema	36

3.4.2	Características modales máximas	38
•	Desplazamientos modales máximos	38
•	Desplazamientos modales relativos entre pisos	38
•	Cortantes modales de piso	38
•	Peso efectivo modal	39
•	Demostración de la expresión del peso efectivo modal	40
•	Fuerzas sísmicas modales	42
•	Momento de vuelco modal	42
3.4.3	Esfuerzos seccionales modales	43
3.5	Cálculo de la respuesta máxima total	43
4	Aspectos de aplicación práctica de la teoría del análisis modal en las normativas de diseño	45
4.1	Aspectos generales	45
4.2	Espectros sísmicos de respuesta	46
4.3	Aspectos de cálculo de las fuerzas sísmicas	47
4.4	Espectros de respuesta inelásticos	50
4.4.1	No linealidad en el comportamiento estructural	51
4.4.2	Fenómeno de ductilidad — conceptos básicos	51
4.5	El efecto $P - \Delta$	54
4.6	El efecto de la torsión global de la estructura	56
5	Aplicación de la normativa española NCSE-94	57
5.1	Breve reseña del cálculo de las fuerzas sísmicas	57
5.2	Determinación de la aceleración espectral	59
5.2.1	Cálculo de la aceleración espectral	59
5.2.2	Cálculo de la fuerza sísmica equivalente	64
5.3	Ejemplo de aplicación	65
6	Recomendaciones de diseño en las normativas sismorresistentes	75
6.1	Recomendaciones de diseño conceptual	75
6.1.1	Generalidades	75
6.1.2	Tipologías de edificios utilizadas en zonas sísmicas	77
6.1.3	Criterios heurísticos de diseño	85
▶	Simetría estructural	85
▶	Redundancia estructural	86
▶	Detalles que proporcionan ductilidad	86
▶	Uniformidad de rigidez y masa	90
▶	Interacción suelo-estructura	92

▶	Compatibilidad de deformaciones entre subsistemas estructurales	93
▶	Masas innecesarias	93
▶	Separación entre edificios	93
▶	Cambios en el período estructural antes y durante el sismo	94
6.2	Detalles de diseño sismorresistente de edificios	94
7	Comparación entre las normativas NCSE-94 y E8	97
7.1	Cálculo simplificado de las fuerzas sísmicas equivalentes	97
7.2	Otras formas de definición de la acción y de cálculo de la respuesta sísmica	99
7.3	Desviación de piso	99
7.4	Efecto $P - \Delta$	100
7.5	Torsión e irregularidades	101
7.6	Influencia de las condiciones locales del suelo	101
	Referencias	103

Prólogo

El ámbito de aplicación de la mayoría de las normativas de diseño sismorresistente, vigentes en los distintos países del mundo, es el campo de las *estructuras de edificación*. La apariencia de generalidad que se les da, a veces, a las mencionadas normativas se refiere solamente a la definición de la intensidad o aceleración máxima del terreno en las diferentes zonas sísmicas del país. La incorporación de requisitos de diseño sismorresistente en las normativas de diseño de edificios data de los años 20 y 30 de este siglo, cuando se observó claramente la necesidad de incluir en los cálculos los efectos de la acción sísmica. Al no disponerse de mediciones fiables de las características cinemáticas del movimiento sísmico del terreno y de conocimientos suficientes acerca de la respuesta dinámica de las estructuras, las fuerzas sísmicas de diseño se evaluaban de una manera muy simplificada. Habitualmente, se adoptaban para la acción sísmica fuerzas estáticas horizontales del orden del 10% del peso total del edificio. Puesto que se utilizaba un cálculo elástico con base en criterios de tensión admisible, las estructuras reales diseñadas tenían una resistencia a fuerzas laterales mayor que la calculada.

En el período transcurrido desde los años 40 hasta los años 60, se registraron numerosos acelerogramas de terremotos fuertes, lo que creó las condiciones para ampliar el estado del conocimiento acerca de los movimientos sísmicos del terreno. Asimismo, al desarrollarse procedimientos de cálculo dinámico cada vez más sofisticados, orientados hacia su aplicación en ordenadores, se pudieron realizar estudios mucho más rigurosos de la respuesta sísmica de las estructuras. El criterio de diseño que se utilizaba en las normativas de aquel tiempo requería que no se supere la capacidad de resistencia de la estructura. Sin embargo, se pudo comprobar que al diseñar las estructuras utilizando dichas normativas, no se aseguraba que su límite de resistencia en el campo lineal elástico no se supere durante algunos terremotos fuertes. Y, a pesar de ello, se pudo observar que esta falta de resistencia no siempre llevaba al fallo de la estructura y, muchas veces ni siquiera a daños sísmicos severos. La conclusión fue que las estructuras lograban sobrevivir a los terremotos si se conseguía mantener la degradación de su resistencia en ciertos límites durante la fase de deformación inelástica y que, en tal caso, hasta era posible su reparación con unos costes razonables.

Una vez hecha la observación de que la resistencia excesiva no es esencial y ni siquiera deseable, el objetivo del diseño sismorresistente sufrió un cambio: en vez de asegurar la resistencia de la estructuras a grandes fuerzas laterales, se trataba ahora de *evitar el efecto destructivo* de dichas fuerzas sobre las estructuras (Paulay y Priestley 1992). Como consecuencia, empezó a utilizarse el cálculo no lineal de las estructuras como una herramienta esencial en la evaluación del diseño sismorresistente. Más recientemente, se llegó a la conclusión que el diseño sismorresistente debe orientarse al uso de edificios con alta capacidad para deformarse en el campo inelástico, permitiendo que esta no linealidad se concentre en ciertas zonas preestablecidas de la estructuras.

A pesar de la cada vez mejor comprensión y conocimiento de los factores que influyen en el comportamiento sísmico de los edificios, existe actualmente un gran desnivel entre los desarrollos teóricos que se realizan continuamente en la ingeniería sísmica y los conceptos que se aplican en las normativas de diseño de muchos países y, obviamente, en el diseño. Este hecho se refleja claramente en el comportamiento sísmico muy irregular de los edificios durante los grandes terremotos ocurridos en el mundo en los últimos diez años.

Un primer objetivo de esta monografía es el de analizar la manera en que la aplicación de las normativas de diseño puede llevar a una reducción del riesgo sísmico en las zonas urbanas. Este objetivo parte del hecho de que en una zona sísmica existan edificios construidos en diferentes épocas históricas y con tipologías estructurales muy variadas. Obviamente, mediante la aplicación de normativas se consigue reducir solamente el riesgo de los edificios de nuevo diseño, que son muy pocos en comparación con la totalidad de los edificios existentes en la zona. En consecuencia, dicha aplicación puede dar resultados solamente a muy largo plazo. Y es importante aclarar que es muy difícil tomar medidas que tengan un resultado inmediato. Por ejemplo, aplicar un plan de evaluación del estado de los edificios, junto con uno de reparación o rehabilitación de los edificios que lo requieran, también puede dar resultados sólo a largo plazo. Por todo ello, en las zonas sísmicas en las cuales no hayan sido aplicadas normativas adecuadas durante largos períodos de tiempo, la única solución eficaz posible es el desarrollo de buenos planes de gestión de emergencias.

Las normativas hacen recomendaciones referentes a las cargas sísmicas que se deben utilizar, a los métodos simplificados de cálculo de estructuras, a los criterios que deben aplicarse para asegurar un buen comportamiento global de las mismas así como a los detalles de diseño sismorresistente que se deben incorporar. Los procedimientos de análisis estructural previstos en todas las normativas del mundo están fundamentados en conceptos generalmente utilizados de cálculo estático y dinámico de estructuras. Sin embargo, al considerarse en las normativas la posibilidad de utilizar procedimientos simplificados de cálculo dinámico y fórmulas aproximadas para la determinación de las características dinámicas de los edificios, los mencionados conceptos no aparecen explicados de una manera clara. Por ejemplo, en los cálculos dinámicos, en la mayoría de las normativas

se desarrollan relaciones aplicables únicamente al cálculo de estructuras modelizadas como edificios de cortante, las cuales, aunque introducen importantes simplificaciones, proporcionan resultados con una precisión satisfactoria. Sin embargo, este hecho puede tener como consecuencia que algunos usuarios de las normativas, que no tenga suficiente base teórica en la dinámica de estructuras, puedan no entender el origen de los procedimientos o de las fórmulas de cálculo que deben aplicar. Esta observación ha motivado un segundo objetivo de esta monografía, que es el de analizar el contenido de las normativas de diseño sísmorresistente en lo referente a los métodos de cálculo que proponen, explicando los conceptos de cálculo de estructuras que se aplican en cada caso.

Un tercer objetivo es el de explicar los aspectos concretos del así llamado diseño conceptual, el cual proporciona descripciones cualitativas de las soluciones de diseño a partir de la experiencia del proyectista; dicho diseño tiene como finalidad asegurar un buen comportamiento sísmico global de los edificios. La necesidad de este objetivo se debe al hecho de que en muchas normativas el diseño conceptual se concreta en reglas que no se justifican en el texto de la normativa. Hay que mencionar que la fase de diseño conceptual de un edificio es muy importante, puesto que durante ella se eligen, por ejemplo, la tipología estructural, las formas en planta de la estructura, la distribución en altura de las masas y de la rigideces, se especifica la organización del sistema resistente, etc. Todo esto implica tomar decisiones determinantes en fases iniciales del diseño de estructuras, que condicionan el comportamiento sísmico de las mismas hasta tal punto que todos los cálculos posteriores así como los detalles de diseño que se apliquen, pueden no tener el efecto esperado.

Capítulo 1

Las normativas de diseño como mecanismo de reducción del riesgo sísmico

1.1 INTRODUCCIÓN

Las pérdidas económicas y de vidas humanas que se producen como consecuencia de los terremotos están relacionadas, en la mayoría de los casos, con un comportamiento deficiente de las estructuras (Bertero 1992b; Comartin *et al.* 1995). Numerosas estructuras realizadas de acuerdo con normativas de diseño y construcción actualmente en vigor sufrieron daños importantes durante terremotos recientes. Así es el caso de los terremotos de Chile y México en 1985, de Armenia en 1988, de Loma Prieta, California, en 1989, de Northridge, California, en 1994, o de Kobe, Japón, en 1995.

Es indudable el gran avance de la investigación en los métodos de cálculo y diseño sismorresistente en los últimos años, pero quizá no es tan evidente el avance de la práctica, con particular referencia a las normativas de diseño. Prueba de ello son los efectos de los de Northridge (1994) y de Kobe (1995). El terremoto de Northridge, que es considerado como el terremoto más destructivo en la historia de Estados Unidos, ocasionó un número de 57 víctimas y unas pérdidas económicas entre 20000 y 30000 millones de dolares (Bonacina *et al.* 1994). El terremoto de Kobe provocó 5470 víctimas y pérdidas económicas de 110000 millones de dolares (Comartin *et al.* 1995). Para poder comparar adecuadamente estos datos, debe aclararse primero que en la zona sísmica de California las normativas, que se actualizan continuamente, a medida que ocurren nuevos terremotos en la zona, tienen en cuenta todos los datos disponibles referentes a la peligrosidad. Al contrario, en la región de Kobe hubo un fallo en la predicción de la acción: dicha región estaba incluida entre las 18 zonas de

Japón con una peligrosidad sísmica moderada, debido a la simple casualidad de que en los 30 años anteriores no se habían producido terremotos importantes en la zona. No es, pues, una paradoja, sino la pura realidad, que las zonas de mayor riesgo son las de sismicidad aparentemente moderada, en las cuales el período de retorno de un terremoto fuerte es largo (Barbat *et al.* 1995; Bozzo y Barbat 1995b).

Es obvio que los avances que se realizan en el campo del diseño de estructuras pueden aplicarse solamente a las estructuras nuevas. Sin embargo, el número de éstas es muy pequeño en comparación con el número total de estructuras existentes en una zona. Consecuentemente, para reducir las pérdidas debidas a los sismos es necesario mejorar también el comportamiento de las estructuras antiguas. Esta necesidad ha sentado las bases de los estudios de vulnerabilidad sísmica de las estructuras. El objetivo de tales estudios es el de predecir los daños esperados en una estructura, en un grupo de estructuras o en una zona urbana completa, en el supuesto de un terremoto de una cierta magnitud. Partiendo de la mencionada predicción de daños, pueden definirse las soluciones de reducción de la vulnerabilidad estructural y, en consecuencia, de las pérdidas esperadas (Yépez, Barbat y Canas 1995; Yépez, Barbat y Canas 1996a).

Desde un punto de vista del cálculo de estructuras, el ingeniero (calculista) espera que la sismología le proporcione los datos necesarios para la definición de la acción sísmica. La totalidad de los procedimientos analíticos, experimentales y numéricos que pueden conducir dicha definición de la acción para su utilización en el cálculo de las estructuras son objeto de una materia relativamente nueva, denominada *Ingeniería Sismológica*. Obviamente, la operación de definición de la acción tiene un carácter de *predicción* de los parámetros de los terremotos, con todas las implicaciones probabilistas que dicha operación requiere (Barbat y Canet 1994).

Por otra parte, la definición de la acción está directamente relacionada con el tipo de análisis estructural que se pretende realizar. En el caso de *estructuras con comportamiento lineal*, se suele partir del desacoplamiento modal de las ecuaciones del movimiento y definir la acción mediante espectros sísmicos de respuesta, lo que permite sólo el cálculo de la respuesta máxima de la estructura; sin embargo, dicha respuesta máxima es el dato más importante en el que se fundamenta el diseño estructural. Esta forma de definición de la acción es la que se utiliza también en las normativas de diseño sísmorresistente. En el caso de *estructuras con comportamiento no lineal*, se suelen utilizar procedimientos de integración paso a paso de las ecuaciones del movimiento siendo necesaria, en consecuencia, una definición de la acción sísmica mediante acelerogramas. Los procedimientos de integración mencionados permiten el cálculo de la historia completa de la respuesta estructural, pero ésta, en realidad, tiene escaso valor práctico en el diseño de estructuras; además de esto, dicho cálculo consume más tiempo de ordenador y, al mismo tiempo, requiere un conocimiento previo detallado de ciertas características de la estructura que en un cálculo preliminar no se suelen definir (Lin y Mahin, 1985; Barbat *et al.* 1994).

En las normativas existentes en los distintos países del mundo, la teoría de los espectros sísmicos de respuesta ha sido aplicada también al análisis no lineal de estructuras. Aunque la aplicabilidad de dichos espectros al análisis no lineal de estructuras no está completamente fundamentada desde un punto de vista teórico (Lin y Mahin, 1985), han sido desarrollados para tal caso espectros para sistemas con comportamiento no lineal. Éstos se representan gráficamente en función de los períodos propios correspondientes al sistema lineal elástico y de coeficientes que tienen en cuenta la capacidad de *ductilidad* de la estructura, la cual se define y analiza en los capítulos 4 y 6.

Cualquier normativa de diseño sismorresistente debe dar recomendaciones referentes a tres temas principales:

- las cargas sísmicas y la probabilidad de que sean superadas
- los criterios que deben aplicarse para un buen comportamiento global de la estructura durante los terremotos
- los detalles de diseño sismorresistente

Además, las normativas suelen dar algunas indicaciones acerca de los procedimientos de cálculo de estructuras sometidas a fuerzas estáticas horizontales, representando las fuerzas sísmicas equivalentes (véase el capítulo 4). Estas indicaciones pueden considerarse como innecesarias dentro del más amplio nivel de conocimiento de los calculistas de estructuras.

Los aspectos concretos que suelen ser tratados detalladamente en una normativa de cálculo sísmico, dentro del marco de los temas antes mencionados, son los siguientes (Barbat y Hurtado 1996):

1. Tipos de estructuras a los que es aplicable la normativa.
2. Mapa de peligrosidad sísmica de la zona.
3. Definición de la acción en forma de espectro sísmico de respuesta, para la zona sísmica.
4. Método de cálculo de las fuerzas sísmicas equivalentes, con base en la superposición modal. Las normativas incluyen siempre procedimientos de cálculo simplificados de dichas fuerzas, cuya presencia es hoy en día obsoleta debido al uso generalizado de ordenadores.
5. Indicaciones acerca de los procedimientos de cálculo de los esfuerzos seccionales modales y los métodos de superposición modal de dichos esfuerzos. Es conveniente notar que esta metodología es rigurosamente justificada sólo bajo el cumplimiento de las hipótesis de la linealidad de la respuesta estructural (véase el apartado 4.4.1).
6. Indicaciones referentes a las formas en planta de las estructuras más adecuadas a una zona sísmica y la distribución con la altura de las masas y rigideces de las mismas. Asimismo, para cada tipo de estructura con-

templado en la normativa, deben especificarse los sistemas más adecuados de organización del sistema resistente.

7. Recomendaciones para los detalles de diseño que se deben utilizar para cada una de las tipologías estructurales contempladas por la normativa.

En la presente monografía se hará un análisis de todos los aspectos mencionados en los puntos anteriores, dentro del marco de los conceptos de cálculo de estructuras que se deben aplicar en cada caso. Para centrar el tema en un marco más amplio, en este capítulo se examina la posibilidad de reducir el riesgo sísmico en una zona mejorando las normativas de diseño sismorresistente existentes. Se parte del problema de la relación entre la peligrosidad sísmica y el potencial destructivo de los terremotos. Luego se analiza la modalidad en que el estudio de la vulnerabilidad sísmica de las estructuras de una zona puede proporcionar datos para la mitigación de los efectos destructivos de los terremotos y el papel de las normativas de diseño en este contexto.

1.2 LA PELIGROSIDAD SÍSMICA Y LA EVALUACIÓN DEL POTENCIAL DESTRUCTIVO DE LOS TERREMOTOS

Se entiende por peligrosidad sísmica de una zona cualquier descripción de los efectos provocados por terremotos en el suelo de dicha zona (Udías y Mézcua 1986; Bertero 1992). Estos efectos pueden representarse como aceleración, velocidad o desplazamiento sísmico del terreno o por la intensidad macrosísmica de la zona. Por ejemplo, la **peligrosidad sísmica** podría definirse de manera probabilista, como la probabilidad de ocurrencia, dentro de un período específico de tiempo y dentro de un área dada, de un movimiento sísmico del terreno de una intensidad determinada. Para su evaluación es necesario analizar los fenómenos que ocurren desde la emisión de ondas sísmicas en el foco hasta que dichas ondas alcancen la zona estudiada. En la figura 1.1 puede observarse el mecanismo de propagación de la energía de un sismo desde el epicentro hasta un punto de una estructura. Puede observarse que, al ocurrir un terremoto con unas ciertas características focales (profundidad, mecanismo focal, magnitud, etc.), parte de la energía disipada se convierte en ondas sísmicas.

Al propagarse por la tierra, las ondas sísmicas se reflejan, se refractan, se atenúan o se amplifican, hasta llegar al basamento rocoso que se encuentra debajo del emplazamiento de una estructura como una excitación X_1 . Las ondas sufren un nuevo filtrado a través de las capas de suelo que se encuentran entre el basamento y la superficie, que tienen una función de transferencia A , obteniéndose la señal X_2 . Debido al fenómeno de interacción suelo-estructura descrito por una función de transferencia I , la señal sufrirá nuevos cambios hasta obtenerse la señal X_3 , que será la excitación en la base del edificio. La respuesta de la estructura X_4 es el resultado de la convolución de la señal X_3 a través de la función de transferencia D de la estructura.

La evaluación de las funciones de transferencia I y D es un problema de in-

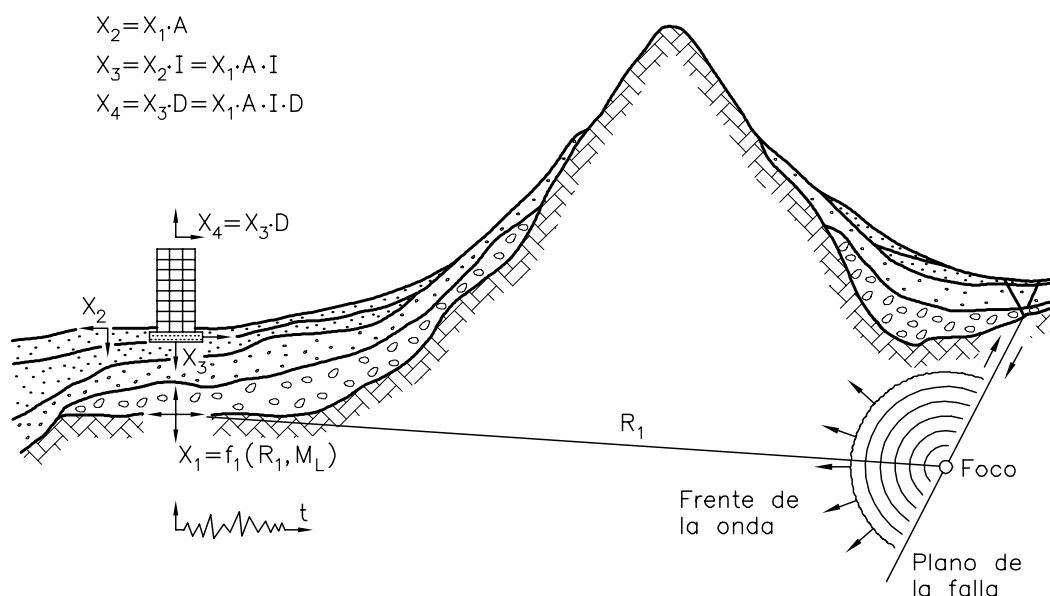


Figura 1.1 Propagación de la energía sísmica desde el epicentro hasta la estructura (Bertero 1992).

geniería estructural, mientras que el cálculo de la función de transferencia A y la evaluación de la excitación X_1 deben solucionarse mediante estudios de peligrosidad sísmica. En otras palabras, un estudio de peligrosidad tiene como objetivo estimar el movimiento del terreno en un lugar determinado como consecuencia de los terremotos o, como mínimo, de proporcionar una evaluación del tamaño del terremoto en el lugar en cuestión (Barbat, Canas y Canet 1988; Canas *et al.* 1994; Canas y Barbat 1995).

Los estudios de peligrosidad sísmica a nivel regional, también conocidos como estudios de macrozonificación, se dirigen a estimar el parámetro X_1 , mientras que los estudios de peligrosidad a nivel local —microzonificación— tienen como objetivo el de evaluar la función de transferencia A y por ende la señal X_2 . Para realizar estos estudios se requiere investigaciones detalladas en varios campos tales como Geofísica, Geología y Geotécnica.

La evaluación de la peligrosidad sísmica en una región completa puede realizarse mediante varias metodologías. Algoritmos conocidos, como los de Cornell y McGuire (1977), son generalmente los utilizados para realizar la mencionada evaluación. Varios otros métodos, como el propuesto por Egozcue *et al.* (1991), utilizan técnicas bayesianas para solucionar el problema de la falta de datos en regiones de sismicidad moderada o baja.

En las normativas de diseño sísmico de estructuras se adopta una magnitud de la acción de acuerdo con el período de vida de la estructura, llamado también tiempo de exposición; dentro de este tiempo se espera que la acción de diseño no

sea excedida para un determinado nivel de probabilidad de ocurrencia (Yépez, Barbat y Canas 1994; Barbat, Yépez y Canas 1995). El mencionado tiempo de exposición varía según la importancia de la estructura y, por ello, es de gran interés relacionarlo con el período de retorno de los terremotos, que es el tiempo medio transcurrido entre la ocurrencia de sismos con la misma característica específica. Cuando la mencionada característica es, por ejemplo, la aceleración máxima, al período de retorno se le puede denominar $T_r(a_{\max})$. Si t es el tiempo de exposición, la probabilidad de excedencia en t años de un sismo de tamaño asociado al período de retorno dado, puede expresarse de la siguiente manera (Barbat y Miquel Canet 1994):

$$P_t(a_{\max}) = 1 - \left[1 - \frac{1}{T_r(a_{\max})}\right]^t \quad (1.1)$$

Mediante relaciones de este tipo han sido obtenidos mapas de peligrosidad sísmica de toda una región, para terremotos con distintas intensidades probables (o distintas aceleraciones máximas), asociadas a un período de retorno determinado. Un ejemplo es el mapa de peligrosidad sísmica de España de la figura 1.2, obtenido en intensidades MSK, mediante métodos probabilistas para un período de retorno de 1000 años.

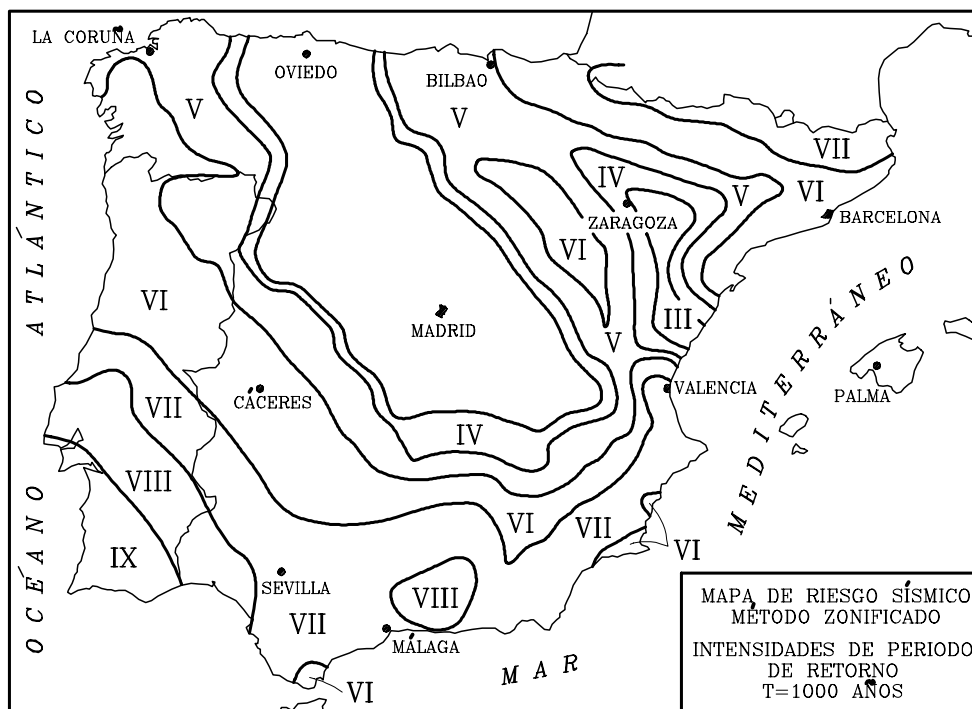


Figura 1.2 Mapa de peligrosidad sísmica de España, correspondiente a un período de retorno de 1000 años (IGN 1992).

Aunque, tradicionalmente, la fuerza destructiva de un terremoto ha sido expresada en función de la aceleración máxima del terreno, existen otras características de los sismos, tales como la intensidad, el contenido de frecuencias, la duración, el número, la secuencia de los choques, etc., que tienen una influencia importante en el daño sufrido por las estructuras. Y, obviamente a efectos de cálculo de estructuras, el factor más importante a tener en cuenta al elegir un procedimiento de descripción de la fuerza de los terremotos sería justamente la capacidad de cuantificar el daño estructural. Sin embargo, siempre ha existido una cierta dualidad en la caracterización de la violencia de los terremotos: por una parte, la tendencia de los sismólogos ha sido de utilizar los registros de los movimientos del terreno y, por otra parte, los ingenieros han considerado más útil la información relacionada con la respuesta de las estructuras (Lin y Mahin, 1985). Por ejemplo, se han utilizado, además de los valores máximos de la aceleración, velocidad y desplazamiento del terreno, el espectro de amplitudes de Fourier, el espectro de pseudovelocidades, la intensidad espectral propuesta por Housner (1947), el valor medio cuadrático de las aceleraciones correspondientes a la fase fuerte de un acelerograma, la intensidad en diferentes escalas macrosísmicas, etc.

La utilización de dicha intensidad implica la siguiente contradicción: Por una parte las escalas macrosísmicas —que son escalas de efectos— son utilizadas en las normativas para definir la propia acción. A partir de dicha acción puede calcularse el daño sufrido por una estructura mediante métodos de la mecánica aplicada. Por otra parte, estas mismas escalas describen, por su propia definición, los efectos de los terremotos; uno de estos efectos es justamente el daño sufrido por la estructura. Sería interesante comprobar si este daño coincide con el obtenido a partir de la acción.

Se ha puesto de manifiesto en los últimos años que, a pesar de los avances en la Ingeniería Sísmica y en la Ingeniería Estructural, el riesgo debido a los terremotos ha incrementado. Un ejemplo puede proporcionarlo la comparación de las pérdidas producidas por el terremoto de San Francisco del año 1906, que tuvo una magnitud de 8.3, con las del terremoto de Loma Prieta, del año 1989, de magnitud 7.1. Las pérdidas económicas directas, debidas únicamente al daño o colapso de las estructuras, fueron parecidas: 8000 millones de dólares (Astaneh 1989; Benuska 1990).

Sin embargo, si se compara la energía liberada durante los dos terremotos, se observa que en el caso del terremoto del año 1906 ésta fue 63 veces mayor. Surge una paradoja: con el paso del tiempo, el potencial de destrucción de los sismos va aumentando, a pesar de que la sismicidad de una zona permanece constante. La explicación de este hecho la da Bertero (1992), mostrando que la posibilidad que se produzca un desastre por terremoto se incrementa cuanto mayor y más cercano a un centro urbano sea el sismo, cuanto mayor sea la población y el desarrollo económico y cuanto menor sea el grado de preparación antisísmica de la población. Sin embargo, debe añadirse otra causa a las anteriores: la existencia de estructuras antiguas muy vulnerables en las zonas sísmicas. Muchas de éstas

fuieron construidas sin diseño sismorresistente alguno, o utilizando normativas de los tiempos cuando la Ingeniería Sísmica aún estaba en sus comienzos; otras sufrieron ya el efecto de algún terremoto con el consiguiente daño, que, a veces, no se aprecia a simple vista. Además de todo esto, es importante dejar claro que, a pesar de que las normativas de diseño se están mejorando continuamente y son cada vez más exigentes, aún no son infalibles (Bertero 1992).

1.3 VULNERABILIDAD Y MITIGACIÓN DEL RIESGO SÍSMICO

Se ha observado durante los terremotos ocurridos en el pasado que ciertas estructuras, dentro de la misma tipología, experimentan un daño más severo que otros, a pesar de estar ubicadas en la misma zona. Al grado de daño que sufre una estructura, ocasionado por un sismo de determinadas características, se le denomina vulnerabilidad. Por ello, a los edificios se les puede clasificar en “*más vulnerables*” o “*menos vulnerables*” frente a un mismo evento sísmico. Si se observa la figura 1.1, la respuesta X_4 de la estructura es consecuencia de la convolución del movimiento en la cimentación por la función de transferencia D . La vulnerabilidad frente a un sismo de determinadas características es una propiedad intrínseca de cada estructura y, por tanto, independiente de la peligrosidad del emplazamiento. Esto quiere decir que una estructura puede ser vulnerable pero no estar en riesgo si no se encuentra en un sitio con una cierta peligrosidad sísmica.

El daño sísmico que puede sufrir un edificio puede ser de dos tipos: *a) estructural*, que es el daño que se produce en elementos que forman parte del sistema resistente y *b) no estructural*, que ocurre en los elementos que no forman parte del sistema resistente principal, y que incluye tanto el daño arquitectónico como el que se produce en los sistemas mecánicos, eléctricos, sanitarios así como en el contenido del edificio. El daño estructural depende del comportamiento de los elementos del esquema resistente como, por ejemplo, vigas, columnas, paredes, pantallas de cortante, forjados, etc., y puede cuantificarse mediante un *índice de daño global*, de toda la estructura en su conjunto. Por otra parte, el daño no estructural depende tanto de las deformaciones que sufre una estructura como de la aceleración que experimenta la misma. Es interesante observar que las escalas de intensidad macrosísmica y la vulnerabilidad sísmica tienen el mismo origen: la observación y cuantificación de los daños ocasionados por terremotos en estructuras (Yépez, Barbat y Canas 1996b).

Los resultados de los estudios de vulnerabilidad pueden expresarse de dos maneras: mediante *matrices de probabilidad de daño* o en forma de *funciones de vulnerabilidad*. Las matrices de probabilidad de daño expresan en forma discreta la probabilidad condicional $P[D = j|i]$ de que se produzca un nivel de daño igual a j , dado un sismo de tamaño i . Es ésta la forma en la cual aparece el concepto de vulnerabilidad en algunas normativas que definen la peligrosidad sísmica (Grünthal 1993). Las funciones de vulnerabilidad son relaciones gráficas o matemáticas que expresan en forma continua la vulnerabilidad en función de

algún parámetro que describa el tamaño del sismo (Barbat, Yépez y Canas 1996).

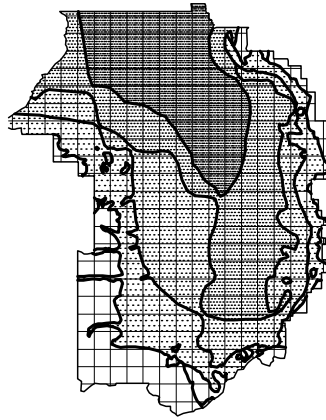
El riesgo sísmico es el grado esperado de pérdidas sufridas por una estructura o un grupo de estructuras durante un período de exposición considerado; depende de la vulnerabilidad de la estructura, de la peligrosidad en el emplazamiento y del coste o valor de la estructura, que puede ser de cualquier tipo: económico, financiero, de indemnización, social, humano, etc. Sandi desarrolló un marco matemático para los conceptos de peligrosidad, vulnerabilidad y riesgo, expresando el riesgo sísmico R mediante la operación de convolución (que se representa mediante el símbolo $\otimes$) entre la peligrosidad sísmica H , la vulnerabilidad V correspondiente a cada intensidad de terremoto y el valor E de los elementos en riesgo: $R = H \otimes V \otimes E$ (Sandi 1983; Sandi 1986).

El proceso de evaluación del riesgo sísmico queda explicado de manera sintética en la figura 1.3. El territorio se discretiza en un sistema de pequeñas superficies —figura 1.3(a)— para las cuales se almacena la información referente a la macro y microzonificación, a las tipologías estructurales existentes, a su valor económico, etc. Se incluyen entre los datos la funciones de vulnerabilidad para diferentes tipologías estructurales genéricas, tal como puede verse en la figura 1.3(b). En este caso, dichas funciones relacionan un índice global de daño económico con la intensidad del sismo en la escala de Mercalli modificada. Finalmente, se obtiene un mapa como el de la figura 1.3(c), denominado *escenario de daño*, que muestra las pérdidas sufridas por las estructuras para el sismo esperado en un período de retorno dado (Jonmans y Campillo 1990; Emmi y Horton 1993).

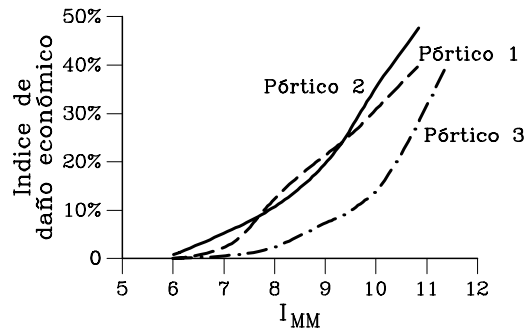
Para mitigar el riesgo sísmico R en un lugar determinado, debe disminuirse la peligrosidad H , la vulnerabilidad V o el coste E . Seguidamente se analizan estas tres posibilidades:

- La peligrosidad sísmica puede reducirse influyendo en las condiciones locales del suelo. Por ejemplo, pueden escogerse emplazamientos lo suficientemente alejados de las fallas, evitando los lugares de posibles deslizamientos o de alto potencial de licuefacción y utilizando técnicas de mejora de las condiciones del suelo.
- Referente a la reducción de la vulnerabilidad sísmica de una cierta zona, deben considerarse dos casos. El primero es el de una estructura de nuevo diseño; la reducción de su vulnerabilidad puede lograrse por medio del cumplimiento de todos los requisitos de las normativas de diseño y construcción sismo-resistente. Por ello, es también muy importante que se mejoren dichas normativas conforme avancen los conocimientos acerca del comportamiento sísmico de las estructuras. Adicionalmente, es esencial mejorar la tecnología y calidad de la construcción. El segundo caso es el de las estructuras ya existentes. La única alternativa para mitigar el riesgo sísmico de la zona es la reducción de la vulnerabilidad de estas estructuras a través de su refuerzo, su rehabilitación o, sencillamente, su demolición.

a) Datos del valor de los edificios, tipos de estructuras e intensidad del terremoto.



b) Funciones de vulnerabilidad para las estructuras, por tipología.



c) Pérdidas esperadas calculadas para cada tipología e intensidad de sismo, utilizando los datos del valor y las funciones de vulnerabilidad.

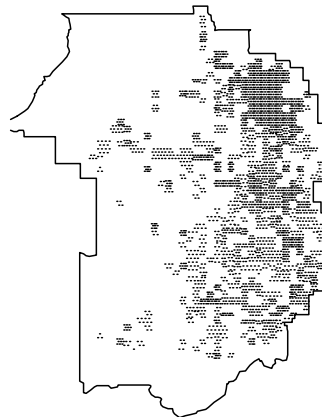


Figura 1.3 Proceso de convolución matemático-gráfico entre peligrosidad y vulnerabilidad y obtención de escenarios de daño (Emmi y Horton 1993).

- Sobre el coste E no puede actuarse de manera eficaz. Sin embargo, cuando se están estudiando las pérdidas humanas, se deben emprender campañas de preparación y educación de la población, explicando las formas de protegerse durante terremotos. Las pérdidas pueden también reducirse si se elaboran planes de emergencia adecuados (Winslow y Ross 1993).

Capítulo 2

Espectros de respuesta

2.1 INTRODUCCIÓN

La determinación de la respuesta en el dominio del tiempo, en desplazamientos, velocidades o aceleraciones, para un oscilador elástico a un grado de libertad, requiere el siguiente cálculo:

- **para forzantes armónicas:** la resolución de la ecuación diferencial del movimiento en forma exacta (Barbat y Canet 1994),
- **para cualquier forzante armónica o no** (caso de la acción de una fuerza sísmica): la resolución de una integral de convolución de impulsos elementales o *integral de Duhamel* (Barbat y Canet 1994). O, como alternativa, resolver la ecuación diferencial del movimiento por medio de diferencias finitas en el tiempo.

Como un breve recordatorio se presentan los conceptos fundamentales de la integral de Duhamel. Esta integral considera un oscilador libre de un sólo grado de libertad sometido a una fuerza $F(t)$, subdividida en una sucesión de impulsos elementales, $dI = F(t)dt$ (véase la figura 2.1). Para ello se aplica uno de los impulsos elementales al oscilador y luego se deja oscilar libremente, resultando

$$\begin{aligned} m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) &= 0 \quad \forall t \geq t_I = \tau + dt \\ \text{condiciones iniciales} \begin{cases} \dot{x}(t=0) = \dot{x}_0 & \implies d\dot{x}(t=0) = d\dot{x}_0 = \frac{dI}{m} \\ x(t=0) = x_0 = 0 \end{cases} & \quad (2.1) \\ dx(t) = dI \frac{1}{m\omega\sqrt{1-\nu^2}} e^{-\nu\omega t} \sin\left(\omega\sqrt{1-\nu^2} t\right) & \equiv h(t) dI = h(t)F(t)dt \end{aligned}$$

donde m , c y k son, respectivamente, la masa, el coeficiente de amortiguamiento y la rigidez de modelo; ω es la pulsación natural del sistema y ν el fracción del amortiguamiento crítico. A $h(t)$ se le denomina impulso elemental unitario y t_I es el tiempo a partir del cual se produce una oscilación libre debida a la imposición del impulso. Inmediatamente que concluye la aplicación del primer impulso elemental, se aplica otro impulso y nuevamente se deja oscilar libremente y así sucesivamente hasta alcanzar el tiempo último t_{ult} de duración de la fuerza aplicada $F(t)$. Puesto que se tratan de osciladores armónicos con comportamiento elástico, se puede considerar la *superposición de los impulsos elementales* $I = \int_t dI$, de donde se obtiene la respuesta global del oscilador sometido a una carga no armónica como la integración de cada respuesta armónica correspondiente a cada impulso elemental.

$$x(t) = \int_t dx(t) = \int_0^t \frac{F(\tau)}{m\omega\sqrt{1-\nu^2}} e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin \left[\omega\sqrt{1-\nu^2} (t-\tau) \right] d\tau \quad (2.2)$$

Esta integral implica una convolución de impulsos, esto es que, por cada impulso nuevo que se añade, se vuelven aplicar a la vez todos los anteriores. Para el caso en que la fuerza $F(t) = -m a(t)$ provenga de una aceleración del terreno $a(t)$ provocada por un sismo, la respuesta de la ecuación (2.2) queda expresada de la siguiente forma:

$$x(t) = -\frac{1}{\omega\sqrt{1-\nu^2}} \int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin \left[\omega\sqrt{1-\nu^2} (t-\tau) \right] d\tau \quad (2.3)$$

que equivale a resolver por diferencias finitas la ecuación diferencial de un oscilador simple sometido a una aceleración en la base

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + k x(t) = -m a(t) \quad \forall t \quad (2.4a)$$

o escrita en aceleraciones

$$\ddot{x}(t) + 2\nu\omega\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = -a(t) \quad \forall t \quad (2.4b)$$

Las expresiones (2.2) y (2.3) son dos formas de presentar la denominada integral de Duhamel (Clough y Penzien 1975), (Gavarini 1979), (Paz 1992), (Barbat y Miquel 1994), Chopra(1996). Esta integral da la respuesta exacta de un oscilador elástico lineal sometido a una acción no armónica y representa la convolución en el tiempo de las respuestas a los sucesivos impulsos unitarios. Obsérvese que para

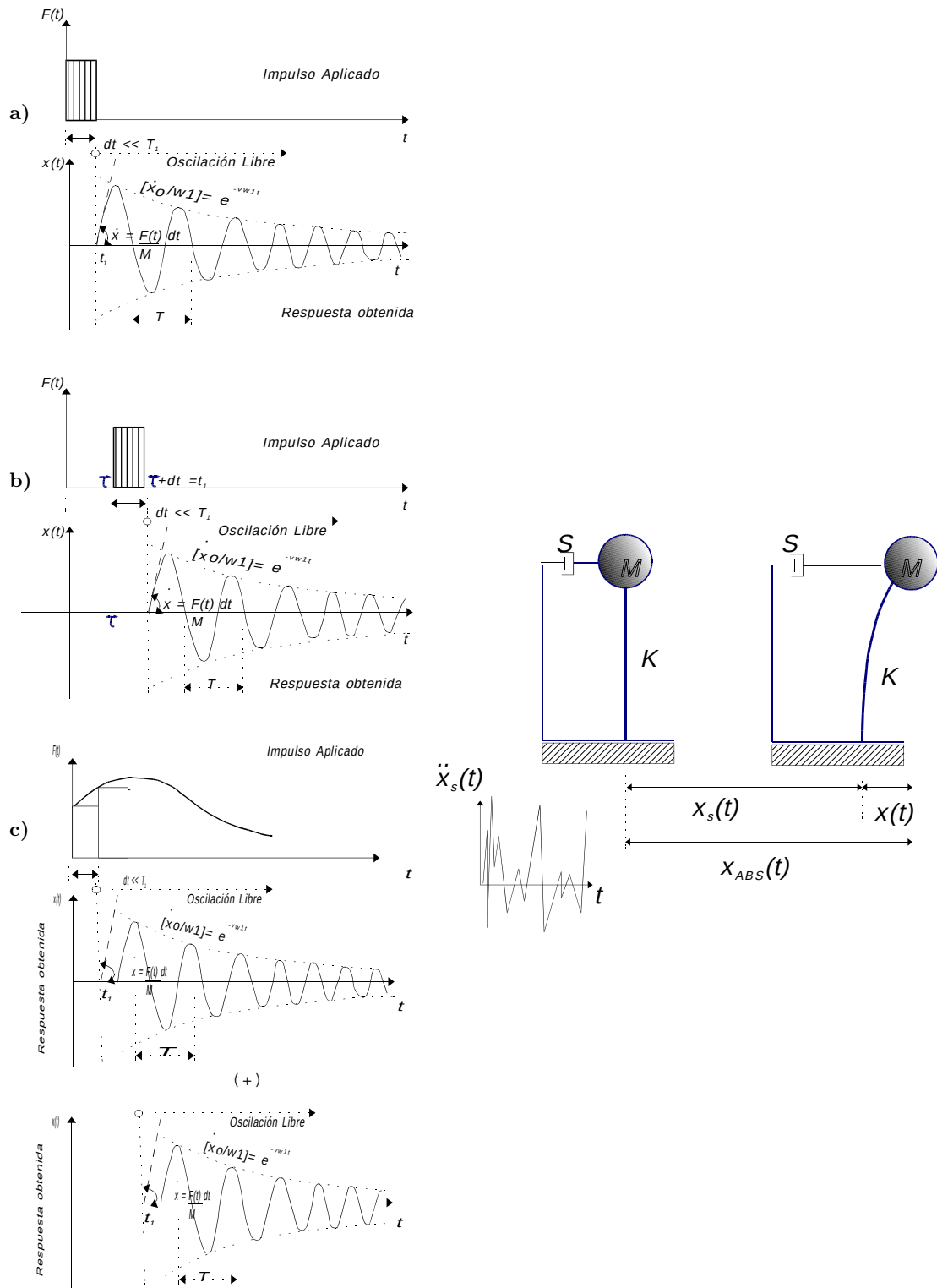


Figura 2.1 Oscilador a un grado de libertad, sometido a un impulso: a) inicial, b) de duración $0 \leq t \leq t_{ult}$ y c) superposición de impulsos.

cada t_i , esta integral superpone, para el dominio $t_i \leq t \leq t_{ult}$, una nueva oscilación libre a la ya existente (concepto de convolución). Hay distintas formas numéricas de resolver de esta integral (Barbat y Miquel 1994), (Clough y Penzien 1975), (Paz 1992), (Gavarini 1979).

2.2 ESPECTROS DE RESPUESTA

Es correcto y deseable, que la respuesta de una estructura elástica sea obtenida a través de un método que permita conocer su estado en cada instante de tiempo (por ejemplo, mediante el método de resolución directa, paso a paso, de la ecuación diferencial del movimiento). Sin embargo, se puede abreviar el cálculo si sólo se quiere obtener la respuesta máxima que tendrá la estructura, sin importar el instante en que se produce. Para obtener este estado más desfavorable, es necesario utilizar los denominados espectros de respuesta.

2.2.1 Conceptos teóricos

Se denomina *espectro de respuesta* a la representación gráfica de una familia de curvas, tal que cada una de ellas representa la *máxima respuesta* (en desplazamientos, velocidad o aceleración), que pueden alcanzar distintos osciladores con distintas frecuencias y amortiguamiento constante (ver figura 2.2), cuándo son sometidos a una acción dinámica. Por lo tanto, estos espectros reciben el nombre de *espectros sísmicos de respuesta*, si dicha acción dinámica se refiere a un sismo.

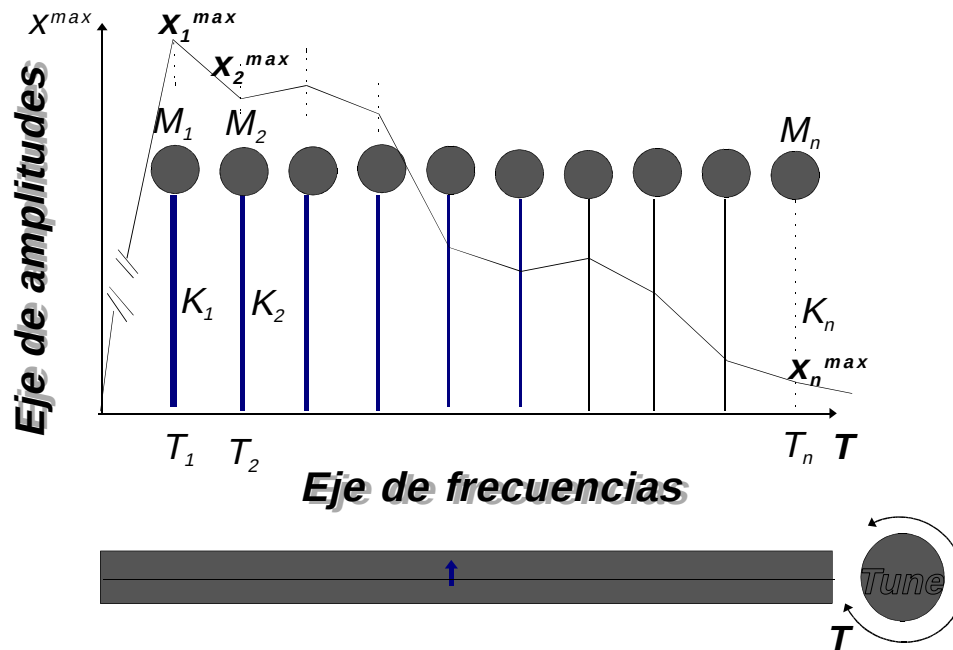


Figura 2.2 Representación esquemática de un espectro de respuesta de desplazamientos.

Dado un conjunto de osciladores, cuyas frecuencias propias van desde $\omega_1 \geq \omega \geq \omega_n$. Si se someten estos osciladores a una fuerza $F(\omega) = F_0 \bar{F}(\omega)$ (o aceleración en la base) de amplitud constante F_0 , pero cuya frecuencia varia entre $\omega^{\max} \geq \omega \geq \omega^{\min}$, se puede observar la máxima excitación para cada oscilador en el instante que la frecuencia de la forzante pase por una magnitud próxima a la frecuencia propia del oscilador.

Una forma de calcular los máximos desplazamientos, velocidades y aceleraciones, de un oscilador simple sometido a una aceleración aplicada en la base $a(t)$, es mediante la integral de Duhamel para unas condiciones iniciales $\dot{u}_0 = 0$, $u_0 = 0$ (ecuaciones 2.2 y 2.3). Para simplificar las expresiones, se denominará pulsación natural amortiguada a la expresión $\omega_\nu = \omega \sqrt{1 - \nu^2}$. Esto es:

$$\begin{aligned} x(t) &= -\frac{1}{\omega_\nu} \int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega_\nu(t-\tau)) d\tau \\ x^{\max} &= |x(t)|^{\max} \end{aligned} \quad (2.5a)$$

Expresiones similares se obtienen para la velocidad y la aceleración, utilizando la siguiente regla de derivación: $\partial/\partial t [\int_t f(\tau, t) d\tau] = \int_t [\partial f(\tau, t)/\partial t] d\tau + [f(\tau, t)]_{\tau=t}$, lo que permite escribir

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{dx(t)}{dt} = -\int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \cos(\omega_\nu(t-\tau)) d\tau + \\ &\quad + \int_0^t \frac{a(\tau)\nu}{\sqrt{1-\nu^2}} e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega_\nu(t-\tau)) d\tau \\ \dot{x}(t) &= -\int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \cos(\omega_\nu(t-\tau)) d\tau - \nu\omega x(t) \\ \dot{x}^{\max} &= |\dot{x}(t)|^{\max} \end{aligned} \quad (2.5b)$$

y por lo tanto la aceleración absoluta resulta

$$\begin{aligned} \ddot{x}_{\text{ABS}}(t) &= \ddot{x}(t) + a(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = \\ &= \int_0^t a(\tau) \frac{\omega(1-2\nu^2)}{\sqrt{1-\nu^2}} e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega_\nu(t-\tau)) d\tau + \\ &\quad + 2\nu\omega \int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \cos(\omega_\nu(t-\tau)) d\tau \end{aligned}$$

de donde se obtiene la siguiente expresión:

$$\ddot{x}_{\text{ABS}}(t) = \underbrace{\omega_{\nu} \frac{\omega(1-2\nu^2)}{1-\nu^2} \int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega_{\nu}(t-\tau)) d\tau}_{-\ddot{x}_{\text{efi}}(t) = -(\omega_{\nu})^2 x(t)} - \underbrace{-2(\nu\omega)^2 x(t) - 2\nu\omega \dot{x}(t)}_{-\ddot{x}_{\nu}(t)} \quad (2.5c)$$

$$\ddot{x}_{\text{ABS}}^{\text{max}} = |\ddot{x}_{\text{ABS}}(t)|^{\text{max}}$$

donde $\ddot{x}_{\text{ABS}}(t)$ es la aceleración absoluta, medida desde el origen del sistema referencial (ver figura 2.1); $\ddot{x}_{\text{efi}}(t)$ es la aceleración eficaz, relativa a la base del oscilador, que actúa sólo sobre las propiedades elásticas del oscilador (rigidez); $\ddot{x}_{\nu}(t)$ es la aceleración de amortiguamiento, relativa a la base del oscilador, que actúa sólo sobre las propiedades viscosas del oscilador. Las dos primeras de las ecuaciones 2.5 representan el desplazamiento y la velocidad máxima, relativa a la posición de la base del oscilador, en tanto la última expresa la aceleración absoluta, respecto del origen (ver figura 2.1). Esta última se puede también expresar como la contribución a la desaceleración debida a la rigidez estructural más otra debida al amortiguamiento $|\ddot{x}_{\text{ABS}}(t)|^{\text{max}} = |-\ddot{x}_{\text{efi}}(t) - \ddot{x}_{\nu}(t)|^{\text{max}}$ (Gavarini 1979), (Oller y Caro 1984). Por otro lado, se puede obtener también la aceleración absoluta a partir de la ecuación del movimiento de un oscilador simple, sometido a una aceleración sísmica en la base $a(t)$. Esto es:

$$m[\ddot{x}(t) + a(t)] + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.6)$$

$$\underbrace{[\ddot{x}(t) + a(t)]}_{\ddot{x}_{\text{ABS}}(t)} + \underbrace{2\nu\omega\dot{x}(t)}_{\ddot{x}_{\nu}(t)} + \underbrace{\omega^2 x(t)}_{\ddot{x}_{\text{efi}}(t)} = 0$$

De la comparación de esta última ecuación con la (2.5c), se deduce que coinciden siempre que ν sea pequeño (por ejemplo, inferior al 20%) y, en tal caso, el término $(\nu\omega)^2$ se puede despreciar.

Conocidos los valores máximos de los desplazamientos, velocidades y aceleraciones, sólo queda establecer, apartir de las ecuaciones (2.5) y (2.6), los *espectros reales*

$$\begin{aligned} \text{Espectro de desplazamiento relativo: } S_d^r &= S_d^r(\omega, \nu) = |x(t)|^{\text{max}} \\ \text{Espectro de velocidad relativa: } S_v^r &= S_v^r(\omega, \nu) = |\dot{x}(t)|^{\text{max}} \\ \text{Espectro de aceleración absoluta: } S_a^r &= S_a^r(\omega, \nu) = |\ddot{x}(t) + a(t)|^{\text{max}} \\ &= |\ddot{x}_{\text{ABS}}(t)|^{\text{max}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Por conveniencia y con la finalidad de establecer una formulación simple que interrelacione las expresiones de los espectros de respuesta, *Housner 1947* (Paz 1992), (Barbaty Miquel 1994), (Gavarini 1979), definió unos espectros aproximados de velocidad y aceleración, a los que llamó *seudoespectros*. Estos admiten las siguientes simplificaciones:

- se aproxima $\omega_\nu = \omega\sqrt{1-\nu^2}$ por $\simeq \omega$. Esto es bastante cierto debido a que, en las obras civiles, el factor de amortiguamiento es muy bajo,
- se admite que la aceleración producida por el amortiguamiento es despreciable $\ddot{x}_\nu \simeq 0$, por el mismo motivo antes citado,
- se sustituye en el espectro de velocidades la función $\cos(\omega_\nu(t-\tau))$ por la función $\sin(\omega(t-\tau))$. Esto tiene sentido, por que sólo se busca el máximo de la respuesta, y tanto la función seno, como la coseno, tienen el valor máximo igual a la unidad, aunque en tiempos distintos.

Considerando estas hipótesis simplificativas, se obtienen los denominados *seudoespectros*, realizando las siguientes transformaciones en las ecuaciones (2.5), sin que los resultados se alteren significativamente:

$$S_d = S_d(\omega, \nu) = \left| -\frac{1}{\omega} \int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega(t-\tau)) d\tau \right|^{\max} \quad (2.8a)$$

$$S_v = S_v(\omega, \nu) = \left| -\int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega(t-\tau)) d\tau \right|^{\max} = \omega S_d \quad (2.8b)$$

$$S_a = S_a(\omega, \nu) = \left| \omega \int_0^t a(\tau) e^{-\nu\omega(t-\tau)} \sin(\omega(t-\tau)) d\tau \right|^{\max} = -\omega^2 S_d \quad (2.8c)$$

El pseudoespectro de aceleración es una buena aproximación del correspondiente espectro real, en tanto el pseudoespectro de velocidad se acerca al real para amortiguamiento bajo y frecuencia media-alta (Paz 1992). Un exámen de la función espectral para frecuencias extremas, revela las siguientes conclusiones (ver figura 2.3):

- Para *bajas frecuencias* $\omega \rightarrow 0$ (*altos períodos* $T \rightarrow \infty$), el sistema es muy flexible y la masa permanece en estado estacionario mientras su base está en movimiento (figura 2.3a). Esto permite deducir que el máximo desplazamiento relativo o desplazamiento espectral coincide con el del terreno $|x_s|^{\max} = S_d$. La máxima velocidad relativa —que es la velocidad espectral— coincide

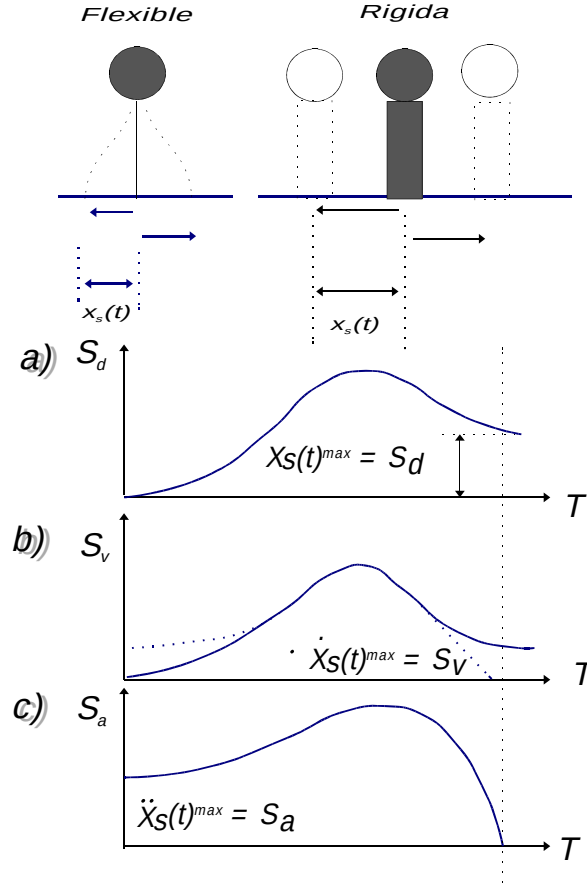


Figura 2.3 Estados límites en la respuesta espectral. a) Tipo de estructura, b) Espectro de desplazamiento, c) Espectro y seudoespectro de velocidad, d) Espectro de aceleración. Seudoespectro en línea de puntos. Espectro real en línea continua.

con la del terreno $|\dot{x}_s|^{\max} = S_v$, pero la seudovelocidad espectral es nula y por lo tanto se comete un error al utilizar los seudoespectros de respuesta. La máxima aceleración absoluta o aceleración espectral es nula $|\ddot{x}_{\text{ABS}}|^{\max} = S_a \rightarrow 0$, situación que en este caso coincide con el seudoespectro de aceleraciones. Por lo tanto, para estructuras muy flexibles, los seudoespectros de desplazamientos y aceleraciones se aproximan muy bien a los respectivos espectros.

- Cuando se tiene *altas frecuencias* $\omega \rightarrow \infty$ (*bajos períodos* $T \rightarrow 0$), el sistema es muy rígido y la masa tiende a moverse acompañando el movimiento del terreno (figura 2.3a). Esto permite deducir que el máximo desplazamiento relativo o desplazamiento espectral tiende a cero $|x_s|^{\max} = S_d \rightarrow 0$. La máxima velocidad relativa o velocidad espectral también tiende a cero $|\dot{x}_s|^{\max} = S_v \rightarrow 0$, no así la seudovelocidad espectral. La máxima aceleración absoluta o aceleración espectral es igual a la del terreno $|\ddot{x}_{\text{ABS}}|^{\max} = S_a$, situación que en este caso coincide con el seudoespectro de aceleraciones. Por lo tanto para estruc-

turas muy rígidas, los seudoespectros de desplazamientos y aceleraciones se aproximan muy bien a los respectivos espectros.

A partir de esta explicación, y por simplicidad en la presentación de los conceptos, se llamarán en adelante espectros de respuesta a los seudoespectros, que son los que habitualmente se utilizan en las normativas.

2.2.2 Modificación de espectros y espectro medio

Las curvas de los espectros, obtenidas mediante las expresiones 2.8, tienen fuertes discontinuidades en sus derivadas, debido a que en muchos puntos se está cercano a la resonancia. Esto produce máximos y mínimos para osciladores cuyos períodos se encuentran bastante próximos (véase la figura 2.4) y conduce a que un espectro de este tipo no puede ser adoptado como *espectro de diseño*. Por esta razón y a los fines de proyecto, se deben utilizar los *espectros medios*, que se obtienen a partir del estudio de varios terremotos ocurridos en una zona determinada, durante un tiempo también pre-establecido.

El *espectro medio*, resulta de la superposición de n espectros de respuesta. Su construcción se obtiene como la envolvente de los espectros ocurridos y se los suaviza para evitar los picos y valles. Este nuevo espectro garantiza, con cierta probabilidad, que su utilización para el diseño cubre un porcentaje bien definido de sismos ocurridos en el lugar durante un determinado tiempo.

Las normativas utilizan para los fines de proyecto el denominado *espectro simplificado*, que surge de aplicar a los espectros medios un coeficiente de riesgo (apartado 1.3), que tiene el significado de coeficiente de seguridad (ver la ecuación 2.24a). Además de lo dicho, también se le aplica a estos espectros una *rectificación de funciones*, que simplifica aun más su posterior utilización.

2.2.3 Espectro normalizado

Debido a la necesidad de confrontar diversos espectros de respuesta simplificados y establecer el *espectro de proyecto*, es necesario su normalización. Normalizar un espectro significa referirlo a un valor común de aceleración, velocidad o desplazamiento. Debido a que el espectro más significativo es el de aceleraciones, es a éste al que se normaliza a partir de la aceleración gravitatoria. Es por esto que normalmente las ordenadas de los espectros de aceleraciones absolutas S_a , están expresadas como una fracción de la aceleración gravitatoria g . A este número adimensional, se le suele denominar *coeficiente sísmico* (Barbat y Miquel 1994), (Oller y Caro 1994).

$$c(T, \nu) = \frac{S_a(T, \nu)}{g} \quad (2.9)$$

Para ampliar este concepto, ver el apartado 4.3.

La hipótesis que se utiliza normalmente cuando se trabaja en el diseño estructural con los seudoespectros, es que la aceleración absoluta máxima coincide con

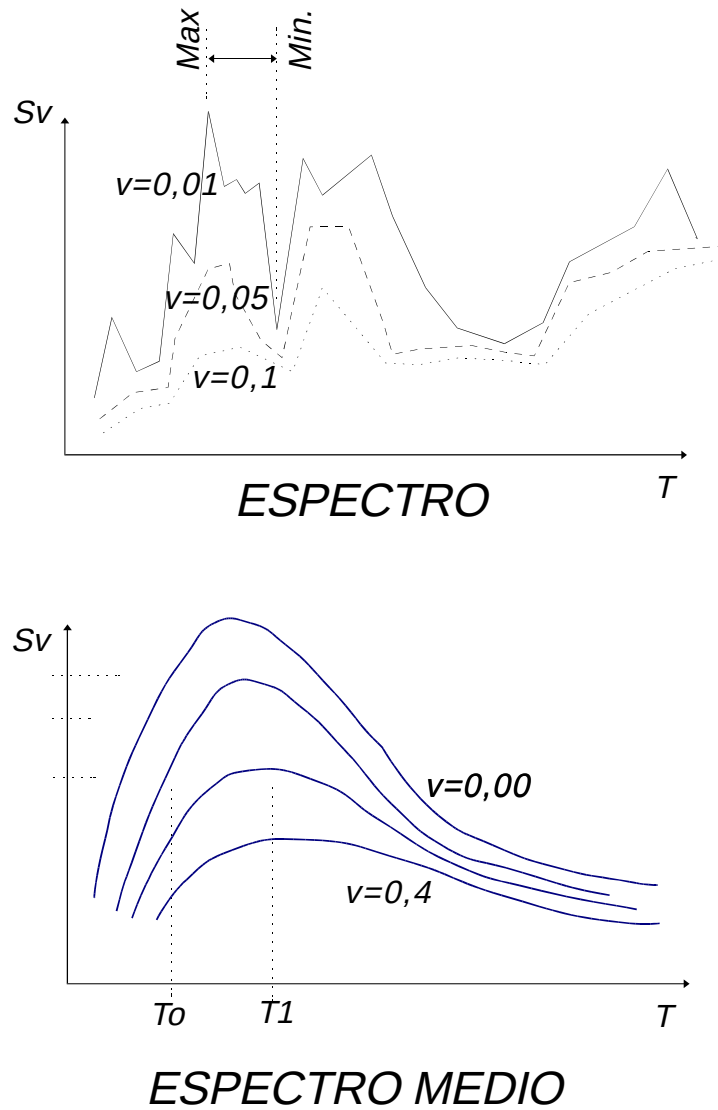


Figura 2.4 Seudoespectros de respuesta en velocidades: a) Resultado de la utilización directa de la teoría. b) Espectro medio.

la eficaz máxima para situaciones donde la aceleración por al amortiguamiento es despreciable (ver la ecuación 2.5c): $\ddot{x}_\nu(t) \rightarrow 0 \Leftrightarrow |\ddot{x}_{ABS}(t)|^{\max} \simeq |-\ddot{x}_{efi}(t)|^{\max}$. Esto conduce a pensar que toda la fuerza aplicada debe ser resistida por la rigidez elástica de la estructura

$$\begin{aligned}
 S_a(T, \nu) &= |\ddot{x}_{ABS}(t)|^{\max} = |\ddot{x}(t) + a(t)|^{\max} \simeq |-\ddot{x}_{efi}(t)|^{\max} = \ddot{x}_{efi}^{\max} \\
 F^{\max} &= m S_a(T, \nu) = m |\ddot{x}_{ABS}(t)|^{\max} = m |\ddot{x}(t) + a(t)|^{\max} \simeq \\
 &\simeq m \ddot{x}_{efi}^{\max} \simeq k x^{\max} = k S_d
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

Esto último permite reescribir el coeficiente sísmico como

$$c(T, \nu) = \frac{m S_a(T, \nu)}{m g} \simeq \frac{k S_d(T, \nu)}{m g} = \frac{(F_{\text{efi}})^{\max}}{G} \quad (2.11)$$

donde G es el peso de la masa del oscilador y F_{efi} es la fuerza eficaz que actúa sobre la rigidez del oscilador propiamente dicha. Esta fuerza recibe el nombre de *fuerza estática equivalente* y es capaz de provocar sobre el oscilador una respuesta máxima equivalente a la que produce un sismo en su base.

De las ecuaciones 2.7 y 2.8 surge también, como información adicional, la valoración del desplazamiento y la velocidad máxima:

$$\begin{aligned} x^{\max} &= S_d = -\frac{S_a}{\omega^2} = -\frac{c g}{\omega^2} \\ \dot{x}^{\max} &= S_v = \frac{S_a}{\omega} = \frac{c g}{\omega} \end{aligned} \quad (2.12)$$

2.2.4 Representación espectral logarítmica tripartita

En algunos ámbitos se conoce también a esta representación como la representación espectral de Newmark. Es un gráfico que contiene la información de los tres espectros a la vez, tal como puede verse en la figura 2.5 (Newmark 1971; Barbat y Miquel 1994; Clough y Penzien 1975; Paz 1992). Representa en abscisas y ordenadas, en escalas logarítmicas, los valores del período T [s] y la velocidad espectral S_v [cm/s] = $\omega S_d \Rightarrow \log(S_v) = \log(f) + \log(2\pi S_d)$, respectivamente. Luego, sobre un eje a 45° el desplazamiento vertical S_d [cm] y sobre otro ortogonal a este último el coeficiente sísmico $c = S_a/g = \omega^2 S_d/g \Rightarrow \log(c) = \log(f^2) + \log(4\pi^2 S_d) - \log(g)$, siendo f la frecuencia del oscilador. Para el trazado de los ejes S_a y S_d , se elige un origen de coordenadas (T, S_v) arbitrario.

A partir de esta representación, surge una idealización de las curvas espectrales, mediante trazos casi-rectos en cada uno de los tres sectores del gráfico de Newmark: 1) zona de espectro de aceleración constante, 2) zona de espectro de velocidad constante y 3) zona de espectro de desplazamiento constante. Del gráfico de Newmark, se puede concluir lo siguiente:

- Para valores de T bajos, se tiene aceleración espectral casi constante.
- Para valores de T medios, se tiene velocidad espectral casi constante.
- Para valores de T altos, se tiene desplazamiento espectral casi constante.

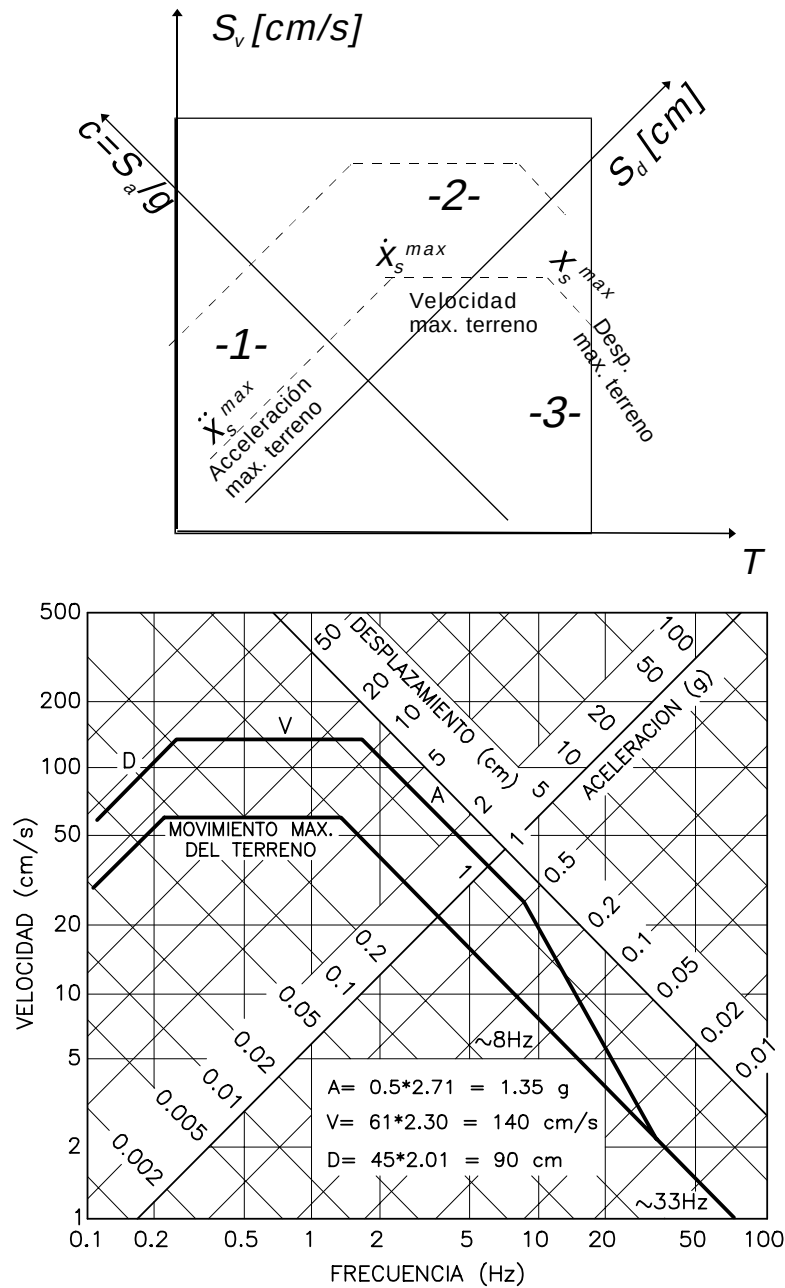


Figura 2.5 Representación espectral tripartita: a)Esquema de interpretación. b)Espectro tipo.

2.2.5 Influencia de las condiciones locales del terreno

El terreno de cimentación de una estructura actúa normalmente como un filtro de frecuencias y por lo tanto cambia en gran medida la excitación que se transmite a la estructura. Este efecto puede comprenderse si se interpreta el terreno como a un sistema dinámico, cuya frecuencia propia hace que ciertas

señales se amplifiquen y otras no. Los terrenos duros o muy rígidos, amplifican las señales cuyas frecuencias dominantes son muy altas (bajos períodos), por lo tanto su transmisibilidad se reduce por debajo de la unidad para excitaciones con frecuencia dominante baja (períodos altos). El efecto contrario ocurre con los suelos blandos. Además de este aspecto, aparecen otros fenómenos que alteran la respuesta de la estructura, como es el agua intersticial dentro de los terrenos friccionales, como las arenas. En estos casos, se produce un fenómeno denominado licuefacción y que conduce a la pérdida total de la capacidad portante del terreno. Todo esto hace necesario que los espectros de diseño reflejen de alguna manera, aunque simplificada, el tipo de terreno de cimentación.

2.2.6 Observaciones finales sobre los espectros de respuesta

Los *espectros de proyecto* se basan normalmente en un estudio como el que se ha mencionado en los subapartados anteriores, pero practicado a partir de información a nivel de la superficie del terreno. Por otro lado, éste se realiza sobre un terreno libre de construcción alguna y por lo tanto no considera la influencia de la masa estructural en la perturbación de la acción. Estas razones, entre otras, hacen que los espectros no deban admitirse como única definición de la acción para el proyectista, sino que además, se deben conocer también otros datos del conjunto de conocimientos acerca del terremoto de diseño: densidad espectral de potencia, acelerograma, duración, contenido de frecuencias al final del terremoto, etc. Esto último incluye también información sobre la actividad sísmica de la región, el mecanismo de la falla, el contenido de agua del terreno y licuefacción, etc. (Barbat y Miquel 1994), (Clough y Penzien 1975).

En lo que respecta al concepto de ductilidad en estructuras con comportamiento inelástico, su tratamiento será presentado en el apartado 4.4.

Capítulo 3

Cálculo de la respuesta estructural mediante análisis modal

3.1 MODELOS ESTRUCTURALES TÍPICOS UTILIZADOS EN EL CÁLCULO SÍSMICO DE EDIFICIOS

La determinación de la respuesta sísmica de una estructura requiere disponer de una adecuada definición tanto del movimiento del terreno como de las características estructurales. Obviamente, el objeto del análisis sísmico no es la propia estructura, sino un modelo mecánico de la misma que, en este caso, es uno dinámico. La definición de tal modelo depende del tipo de estructura analizado y del grado de información que se quiere tener sobre la respuesta de la estructura. Además, el análisis pretende, por un lado, proporcionar una descripción realista de su comportamiento y, por otro lado, permitir desarrollar relaciones entre la acción y la respuesta, las cuales constituyen el *modelo matemático* del problema (Barbat y Miquel Canet 1994).

En el caso particular de los edificios, la modelización debe tener en cuenta que su masa está generalmente concentrada en unas zonas de la estructura fácilmente identificables. Por este motivo, los modelos dinámicos que suelen considerarse en este caso son de “n” grados de libertad y de *masas concentradas*, de fácil aplicación y que proporcionan resultados suficientemente precisos. La masa total del edificio se concentra en puntos predefinidos del mismo, los cuales se encuentran concretamente a nivel de los forjados, simulándose de esta manera el efecto de las fuerzas de inercia reales que aparecen en la estructura durante su vibración. Se hace también la suposición de que el resto de la estructura tiene solamente rigidez, pero no masa, y su comportamiento se describe mediante barras elásticas sin masa, que conectan entre sí las masas. Como consecuencia de estas operaciones, el número de grados de libertad del modelo se reduce, tal como puede verse en el caso del pórtico plano de la figura 3.1(a) (Barbat y

Miquel Canet 1994). Si, además, se hacen las simplificaciones de despreciar la deformación por esfuerzo axial de los pilares y de considerar que los forjados son perfectamente rígidos tanto a flexión como a axil, el pórtico puede modelizarse mediante el sistema con masas concentradas de la figura 3.1(b), denominado modelo de *edificio de cortante*.

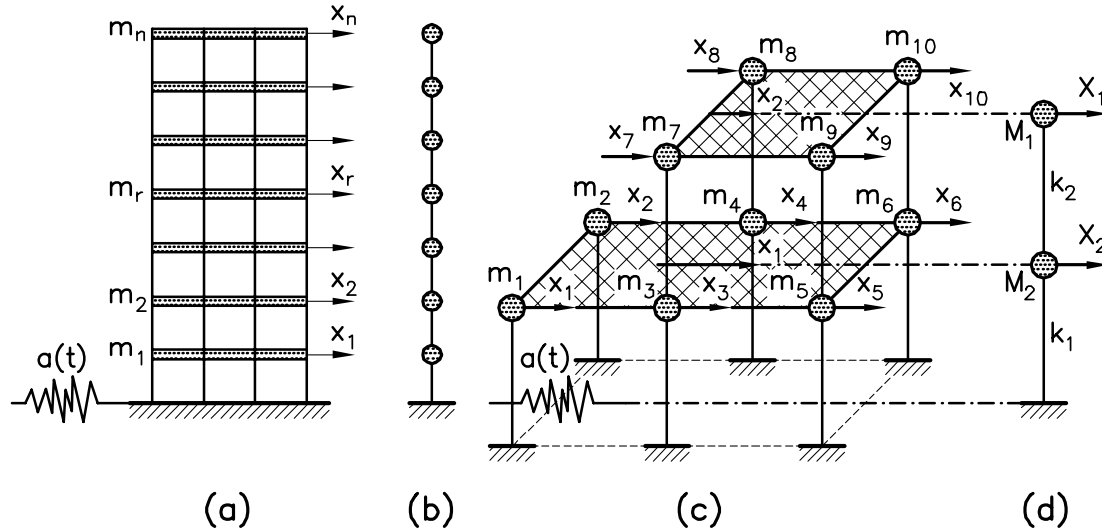


Figura 3.1 Modelos dinámicos de masas concentradas para edificios. (a) edificio de plantas rígidas y (b) su modelo dinámico de edificio de cortante; (c) pórtico espacial modelizado como un sistema de 10 grados de libertad y (d) su modelo con dos grados de libertad.

En la figura 3.1(c) se esquematiza un pórtico tridimensional sometido a la acción de un terremoto que actúa según su plano de simetría. En la hipótesis de planta flexible, la estructura tendría diez grados de libertad ($x_1, x_2, \dots, x_{10}$), mientras que si se supone que las plantas son rígidas, el número de grados de libertad queda reducido a dos, siendo éstos los desplazamientos X_1 y X_2 de los pisos, tal como se observa en la figura 3.1(d). En el caso en que la dirección del terremoto no está contenida en dicho plano, es posible considerar en el modelo grados de libertad adicionales, a fin de incluir en el análisis la posibilidad de giro de los pisos en su propio plano, es decir, el fenómeno de torsión global de la estructura (ver la figura 3.2b). Éste es el caso que se describe en la figura 3.2, donde el modelo tridimensional de la figura 3.2(a) puede sustituirse por el de la figura 3.2(b), que considera la torsión de una forma simplificada, utilizando la hipótesis de plantas rígidas y de deformación por axil nula en los pilares (Barbat y Miquel Canet 1994).

Las simplificaciones que se realizan al modelizar una estructura tridimensional como edificio de cortante pueden resumirse en lo siguiente:

- ▷ El edificio se considera sometido, por separado, a dos componentes horizontales ortogonales de la aceleración sísmica. En consecuencia, se realizan

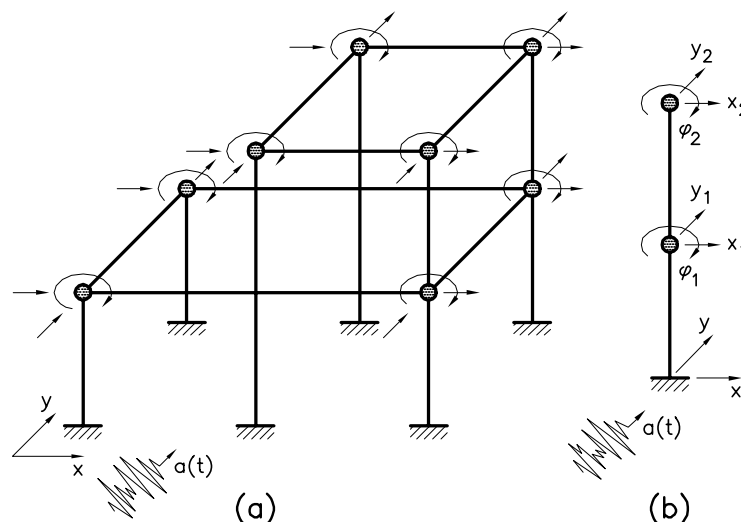


Figura 3.2 (a) Modelo dinámico completo de un pórtico tridimensional con torsión. (b) modelo simplificado del mismo pórtico.

dos cálculos diferentes, uno para cada componente de aceleración, utilizando en cada uno de ellos el modelo de edificio de cortante de la estructura correspondiente a la dirección de la acción. Al final del proceso de cálculo, los resultados obtenidos para las dos direcciones se combinan, considerando para la aceleración sísmica la dirección más desfavorable. En todas las normativas se prevén reglas para la mencionada combinación de resultados.

- ▷ En la modelización de los pórticos que componen cada dirección se consideran diafragmas rígidos en los pisos y se supone que la traslación horizontal es el único grado de libertad por planta.
- ▷ La totalidad de la masa del edificio se concentra a nivel de las plantas y se considera que el resto de la estructura no tiene masa.
- ▷ Las masas concentradas se conectan entre sí mediante barras elásticas sin masa, cuya rigidez es equivalente a la rigidez total de cada planta.
- ▷ La torsión se tendrá en cuenta en el análisis de una manera desacoplada, después de efectuar el análisis dinámico para los grados de libertad de traslación.

Todas estas son simplificaciones que implícitamente se hacen al realizar un cálculo dinámico de un edificio mediante el modelo de cortante. Sin embargo, los errores de cálculo que suponen son razonablemente pequeños, hecho por el cual el modelo de edificio de cortante es generalmente considerado por los calculistas de estructuras como adecuado.

3.2 ECUACIONES DEL MOVIMIENTO PARA EDIFICIOS DE CORTANTE

Las expresiones matemáticas que gobiernan la respuesta dinámica de las estructuras se conocen con el nombre de ecuaciones del movimiento (ver la ecuación 2.1 para un grado de libertad). En el caso de los edificios de cortante con comportamiento lineal, las ecuaciones del movimiento se suelen expresar utilizando el principio de d'Alembert. En la figura 3.3 se ha representado un esquema para la determinación de las ecuaciones del movimiento (Barbat 1982; Barbat 1984).

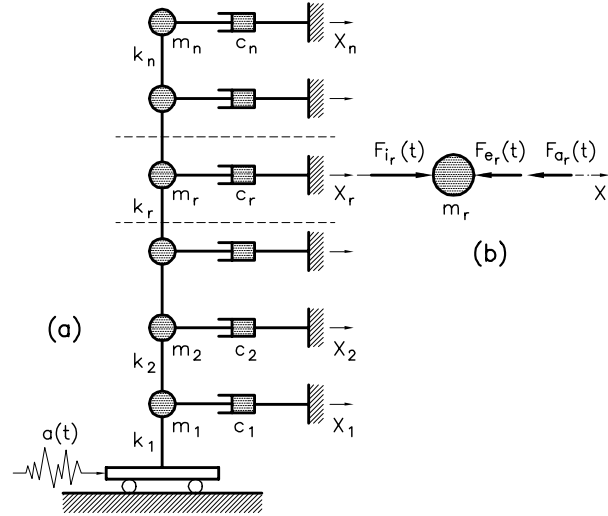


Figura 3.3 Modelo de edificio de cortante. (a) modelo sísmico; (b) equilibrio de fuerzas.

El modelo de la figura 3.3a está sometido a una aceleración horizontal $a(t)$ de origen sísmico (ver la ecuación 2.4 para un grado de libertad). Aislando las masas m_r e introduciendo todas las fuerzas correspondientes, incluidas las de inercia, resulta el esquema de la figura 3.3b. Expresando el equilibrio dinámico de la masa m_r , de acuerdo con el principio de d'Alembert*, en un sistema de referencia no inercial con el origen en la posición inicial del edificio, se obtiene

$$F_{ir}(t) + F_{er}(t) + F_{ar}(t) = 0 \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (3.1)$$

donde F_{ir} , F_{er} y F_{ar} son las fuerzas de inercia, elásticas y de amortiguamiento, respectivamente, correspondientes al grado de libertad r . Obviamente, el modelo dinámico completo está en equilibrio si lo están todas y cada una de sus masas.

* La ecuación del movimiento también puede deducirse a partir de la minimización del funcional de Hamilton o en forma más general mediante el principio de los trabajos virtuales, cuya validez incluye a problemas no lineales.

Escribiendo una ecuación de equilibrio del tipo (3.1) para cada una de las masas y , expresando el conjunto de todas ellas en forma matricial, se tiene

$$\mathbf{F}_i(t) + \mathbf{F}_e(t) + \mathbf{F}_a(t) = \mathbf{0} \quad (3.2)$$

Los vectores de las fuerzas elásticas, $\mathbf{F}_e(t) = [F_{e_1}(t) \cdots F_{e_r}(t) \cdots F_{e_n}(t)]$, de inercia $\mathbf{F}_i(t) = [F_{i_1}(t) \cdots F_{i_r}(t) \cdots F_{i_n}(t)]$, y de amortiguamiento, $\mathbf{F}_a(t) = [F_{a_1}(t) \cdots F_{a_r}(t) \cdots F_{a_n}(t)]$, se definen mediante las siguientes expresiones matriciales:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_e(t) &= \mathbf{K}\mathbf{X}(t) \\ \mathbf{F}_i(t) &= \mathbf{M} [\ddot{\mathbf{X}}(t) + \{1\}a(t)] \\ \mathbf{F}_a(t) &= \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

En estas ecuaciones, $\mathbf{X} = [x_1(t) \cdots x_r(t) \cdots x_n(t)]$ es el vector de desplazamientos respecto a la base del edificio de cortante y $\{1\}$ es el vector de colocación de la aceleración compuesto por elementos unidad. $\mathbf{K}$ es la matriz de rigidez cuya componente genérica k_{r+1} es la fuerza elásticas que se desarrolla en el grado de libertad bloqueado $r+1$, cuando se impone un desplazamiento unitario $x_r = 1$, en el grado de libertad r (para mayor explicación ver la figura 3.4)

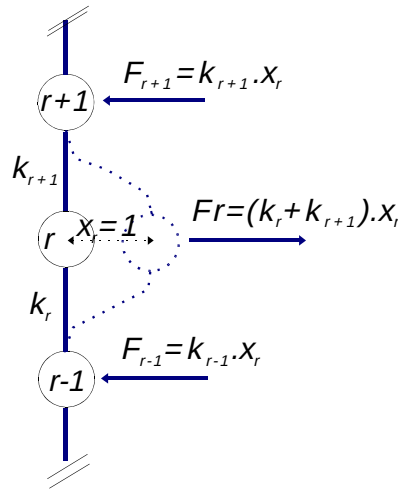


Figura 3.4 Esquema representativo de la rigidez de un grado de libertad k_{ij} .

De esta manera se construye la columna r de dicha matriz. En el caso particular del pórtico de cortante, la influencia del grado de libertad r sólo afecta a los dos grados adyacentes, es decir que la fuerza en los restantes grados de libertad $F_{r+2} = F_{r-2} = 0$ (véase Barbat y Miquel 1994). En este caso particular, se llega a la siguiente forma explícita tridiagonal:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & & & & & \\ -k_2 & k_2+k_3 & -k_3 & 0 & 0 & & & & & \\ 0 & -k_3 & k_3+k_4 & -k_4 & 0 & & & & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ & & & 0 & -k_r & k_r+k_{r+1} & -k_{r+1} & 0 & & \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \\ & & \mathbf{0} & & & & & & & \\ & & & & & & & & & k_n \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

en donde $k_r = 12EI_r/h_{r,r-1}^3$ es la rigidez cortante del grupo de pilares r , siendo I_r la suma de los momentos de inercia de los pilares situados entre las plantas r y $r-1$ y $h_{r,r-1}$ la altura de dichos pilares. La matriz de masa $\mathbf{M}$ es diagonal para modelos de edificio de cortante, es decir que no existe interacción entre las masas asociadas a dos grados de libertad distintos del sistema.

Referente a la matriz de amortiguamiento $\mathbf{C}$ es oportuno hacer algunos comentarios. Las fuerzas de amortiguamiento están producidas en las estructuras por tres causas principales (Timoshenko y Young 1948; Barbat y Miquel Canet 1994): 1) El rozamiento entre superficies de deslizamiento que, de acuerdo con la hipótesis de Coulomb, conduce a una fuerza de amortiguamiento proporcional a la fuerza normal a la superficie de contacto. 2) La fricción interna del propio material de la estructura, debido principalmente a su imperfecta elasticidad, que produce un amortiguamiento denominado estructural; en este caso, la fuerza de amortiguamiento es proporcional a la fuerza de recuperación. 3) Efectos de la propia viscosidad del material.

Habitualmente, en el cálculo dinámico de estructuras se utiliza solamente un *amortiguamiento viscoso*, proporcional a la velocidad, que está basado en el modelo de Kelvin-Voigt. Este es el caso contemplado en la última de las ecuaciones (3.3). Su utilización se debe a su capacidad de describir, de una manera sencilla, el amortiguamiento global de toda la estructura y poder tener solución cerrada en la ecuación diferencial del movimiento. La definición parte de la hipótesis simplificativa de que existe un mecanismo de pérdida de energía homogéneo, que es externo a la estructura (Wilson y Penzien 1972). En estas condiciones se obtiene una matriz de amortiguamiento proporcional a la matriz de masa, a la matriz de rigidez o una combinación lineal de ambas, es decir:

$$\mathbf{C} = \alpha_1 \mathbf{M} + \alpha_2 \mathbf{K} \quad (3.5)$$

siendo α_1 y α_2 unos coeficientes a determinar. En este último caso al amortiguamiento se le denomina de tipo Rayleigh.

Sustituyendo ahora las ecuaciones (3.3) en (3.2), se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento para el modelo de edificio de cortante sometido a una aceleración en la base,

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = -\mathbf{M}\{1\}a(t) \quad (3.6)$$

Las vibraciones libres amortiguadas en el modelo dinámico se expresan como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (3.7)$$

y, cuando se prescinde del amortiguamiento, resulta

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{0} \quad (3.8)$$

que es el sistema de ecuaciones que describe las vibraciones libres no amortiguadas del modelo.

3.3 DESACOPLAMIENTO MODAL DE LAS ECUACIONES DEL MOVIMIENTO

Las características dinámicas de los modelos con varios grados de libertad se definen analizando sus vibraciones libres no amortiguadas, que están gobernadas por la ecuación (3.8). Dicha ecuación debe cumplirse para soluciones particulares del tipo

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A} e^{i\omega t} \quad (3.9)$$

El vector $\mathbf{A}$ contiene las amplitudes del desplazamiento y ω es la pulsación. Sustituyendo (3.9) en (3.8), se obtiene la siguiente ecuación:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{A} = \mathbf{0} \quad (3.10)$$

Este sistema de ecuaciones algebraicas lineales y homogéneas constituye un *problema de autovalores*. Dicho sistema tiene soluciones $\mathbf{A}$ distintas de la trivial —es decir, el modelo vibra— solamente si el determinante de la matriz de coeficientes es igual a cero

$$|\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (3.11)$$

Si este determinante se desarrolla en su forma polinómica se obtiene la correspondiente ecuación característica

$$\omega^{2n} + \alpha_1 \omega^{2n-2} + \alpha_2 \omega^{2n-4} + \dots + \alpha_{n-1} \omega^2 + \alpha_n = 0 \quad (3.12)$$

En el caso de las estructuras, la matriz de rigidez $\mathbf{K}$ y la de masa $\mathbf{M}$ son reales y simétricas. Además, $\mathbf{K}$ es definida positiva y $\mathbf{M}$ es semidefinida positiva como mínimo. En el caso en que $\mathbf{M}$ sea definida positiva, de la ecuación característica

se obtienen n soluciones positivas ω_i^2 y, en consecuencia, n valores ω_i reales. Si la matriz $\mathbf{M}$ es solamente semidefinida positiva, el número de soluciones finitas ω_i^2 es menor. Los n autovalores ω_i son las *frecuencias propias* o *pulsaciones* del modelo estructural, que pueden ordenarse en la diagonal principal de la *matriz espectral* $\mathbf{\Omega}$. La frecuencia más baja ω_1 se denomina *frecuencia fundamental*. Los períodos propios del modelo se definen por

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.13)$$

en donde T_1 es el período fundamental. La forma de vibración o autovector $\mathbf{A}_i$ puede obtenerse a partir de la ecuación (3.10), expresando todos los términos de $\mathbf{A}_i$ en función de uno cualquiera de ellos, por ejemplo, A_{i1} . En este caso, se definen los *autovectores normalizados* $\boldsymbol{\varphi}_i = \mathbf{A}_i/A_{i1}$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$, cuyo primer elemento es igual a la unidad. Otra forma de normalizar los autovectores parte del uso de la relación

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{M} \mathbf{A}_i = M_i^* \quad (3.14)$$

lo que permite aplicar la siguiente fórmula de normalización respecto de la masa:

$$\boldsymbol{\varphi}_i^* = \mathbf{A}_i \cdot (M_i^*)^{-\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.15)$$

Esta ecuación asegura el cumplimiento de la condición $(\boldsymbol{\varphi}_i^*)^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i^* = 1$. Los autovectores $\boldsymbol{\varphi}_i$, que pueden ordenarse en la *matriz modal* $\mathbf{\Phi}^*$, representan las *formas* del sistema durante la vibración en cada una de sus autofrecuencias. Por ello, los autovectores reciben en el análisis estructural el nombre de *formas naturales de vibración* o *formas modales*. Un autovalor ω_i con su autovector correspondiente $\boldsymbol{\varphi}_i$ constituye *el modo natural de vibración i*.

La condición de ortogonalidad de dos vectores se define por

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \boldsymbol{\varphi}_j = 0 \quad i \neq j \quad (3.16)$$

Pueden introducirse condiciones de ortogonalidad semejantes respecto a la matriz de masa $\mathbf{M}$ y respecto a la de rigidez $\mathbf{K}$ por medio de las expresiones (Bathe 1982, Newmark y Rosenblueth 1971)

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_j = 0 \quad i \neq j \quad (3.17)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_j = 0 \quad i \neq j \quad (3.18)$$

Éstas formas propias cumplen también la siguiente condición de normalidad respecto a la matriz de masa:

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i = M_i^* \neq 0 \quad (3.19a)$$

$$(\boldsymbol{\varphi}_i^*)^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i^* = 1 \quad (3.19b)$$

lo que permite escribir en forma compacta una *condición de ortonormalidad* respecto a la matriz de masa: $(\boldsymbol{\Phi}^*)^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi}^* = \mathbf{I}$, donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad. Sin embargo, aunque los vectores propios no fuesen ortonormales, la condición de ortogonalidad respecto a la matriz de masa se cumple siempre. Dicha condición puede expresarse de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{M}^* \quad (3.20)$$

donde $\mathbf{M}^*$ es diagonal. De igual forma, la condición de ortogonalidad respecto a la matriz de rigidez se puede escribir como

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{K}^* \quad (3.21)$$

donde $\mathbf{K}^*$ es una matriz diagonal cuyos términos no nulos valen $K_{ii}^* = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i$. En el caso de un amortiguamiento $\mathbf{C}$ de tipo proporcional, la matriz de amortiguamiento también cumple la condición de ortogonalidad respecto a la matriz modal

$$\boldsymbol{\Phi}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\Phi} = \mathbf{C}^* \quad (3.22)$$

siendo $\mathbf{C}^*$ una matriz diagonal. Considerando la definición del amortiguamiento proporcional de la ecuación (3.5), la condición de ortogonalidad (3.22) proporciona $\mathbf{C}^* = \alpha_1 \mathbf{M}^* + \alpha_2 \mathbf{K}^*$.

El problema de autovalores anteriormente mencionado se soluciona mediante técnicas numéricas, como la técnica estándar de Jacobi (Bathe 1982; Barbat y Miquel Canet 1994). En muchos casos no es necesario calcular todos los autovalores y autovectores del problema. De hecho, tal como se verá a continuación, es posible obtener una buena aproximación a la solución del problema dinámico utilizando solamente los autovalores más bajos de la estructura. Los autovalores superiores no solo tienen una influencia pequeña en la solución, sino que están distorsionados debido al proceso de modelización de la estructura y a los errores propios al proceso numérico utilizado en su cálculo. Por este motivo, ha sido propuestos diversos métodos que calculan solamente los primeros autovalores y autovectores que se deseen (Bathe 1982).

Adoptado ya el método de autovalores y autovectores para la obtención de los modos propios de vibración de la estructura, se introduce ahora el concepto de

separación de variables. Este concepto permite tratar por separado la resolución de las ecuaciones en el campo temporal y espacial, expresando el campo de desplazamientos como

$$\mathbf{X} = \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j x_j(t) \quad (3.23)$$

donde el autovector $\boldsymbol{\varphi}_j$ describe la forma de vibrar de la estructura en el modo j y $x_j(t)$ su amplitud en el tiempo. A esta última variable se le denomina respuesta generalizada o coordenada normal del grado de libertad j . Sustituyendo (3.23) en (3.6), se obtiene

$$\mathbf{M} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j \ddot{x}_j(t) + \mathbf{C} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j \dot{x}_j(t) + \mathbf{K} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j x_j(t) = -\mathbf{M}\{1\} a(t) \quad (3.24)$$

ecuación que, premultiplicada por la transpuesta de un autovector cualquiera $\boldsymbol{\varphi}_i$, proporciona

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j \ddot{x}_j(t) + \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{C} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j \dot{x}_j(t) + \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j x_j(t) = -\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}\{1\} a(t) \quad (3.25)$$

Utilizando las condiciones de ortogonalidad de los autovectores (ecuaciones 3.12, 3.13 y 3.14), resulta

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i = M_i^* \quad (3.26a)$$

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{K} \boldsymbol{\varphi}_i = K_i^* \quad (3.26b)$$

y, si la matriz de amortiguamiento es ortogonal, se tiene también

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{C} \sum_{j=1}^n \boldsymbol{\varphi}_j = \boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{C} \boldsymbol{\varphi}_i = C_i^* \quad (3.26c)$$

Las ecuaciones (3.26) permiten formular la ecuación (3.25) como un sistema de ecuaciones diferenciales desacopladas para cada modo de vibración i y que tienen la misma forma que la ecuación del movimiento de un sistema con un solo grado de libertad (ecuación 2.4)

$$M_i^* \ddot{x}_i(t) + C_i^* \dot{x}_i(t) + K_i^* x_i(t) = -\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}\{1\} a(t) \quad (3.27)$$

De esta manera, el sistema de ecuaciones (3.6) queda reducido a n ecuaciones diferenciales independientes. La ecuación (3.27) puede transformarse dividiendo todos sus términos por M_i^* , obteniéndose un sistema de ecuaciones diferenciales en aceleraciones, desacopladas (ver la similitud con la ecuación 2.4b de un sistema con un grado de libertad)

$$\ddot{x}_i(t) + 2\nu_i\omega_i\dot{x}_i(t) + \omega_i^2x_i(t) = -\frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}\{1\}}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} a(t) = -Q_i a(t) \quad (3.28)$$

donde se ha introducido el coeficiente Q_i , denominado coeficiente de participación modal correspondiente al modo i de vibración, definido por

$$Q_i = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M}\{1\}}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} = \frac{\sum_{r=1}^n M_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n M_r \varphi_{ri}^2} \quad (3.29)$$

La ecuación (3.28) puede resolverse utilizando cualquiera de los métodos aplicables a sistemas con un solo grado de libertad dinámica (por ejemplo, la integral de Duhamel, ecuaciones 2.2, 2.3).

Cuando las formas propias de vibración son ortonormales (ortogonales y normalizadas respecto a la masa tal como se muestra en la ecuación 3.15), es decir, cuando $(\boldsymbol{\varphi}_i^*)^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i^* = 1$, el coeficiente de participación modal queda de la forma $Q_i = \sum_{r=1}^n M_r \varphi_{ri}$. Obsérvese que si se sustituye la masa M_r por el peso G_r en la ecuación (3.29), dicha ecuación proporcionará el mismo valor Q_i para el coeficiente de participación modal.

A medida que aumenta el orden de las frecuencias, los errores que éstas contienen son mayores, hecho ya puntualizado anteriormente. Al mismo tiempo, los modos inferiores contienen menor energía elástica de deformación, motivo por el cual influyen en mayor medida en la respuesta de la estructura. Por todo ello, en el análisis se incluye un número menor que n de modos propios de vibración y, consecuentemente, la ecuación (3.23) y sus derivadas se suelen escribir de la siguiente forma:

$$\mathbf{X}(t) = \sum_{i=1}^q \boldsymbol{\varphi}_i x_i(t), \quad \dot{\mathbf{X}}(t) = \sum_{i=1}^q \boldsymbol{\varphi}_i \dot{x}_i(t), \quad \ddot{\mathbf{X}}(t) = \sum_{i=1}^q \boldsymbol{\varphi}_i \ddot{x}_i(t) \quad (3.30)$$

Como consecuencia, el número $q \leq n$ de ecuaciones del tipo (3.28) que es necesario resolver es habitualmente mucho menor que el número n de modos de vibración del modelo.

Una de las formas de estudiar el comportamiento dinámico de una estructura consiste en obtener la evolución en el tiempo de su respuesta. Para ello,

una vez obtenidas las respuestas generalizadas $x_i(t)$ solucionando ecuaciones del tipo (3.28), éstas se sustituyen en (3.30) para obtener la historia de los desplazamientos $\mathbf{X}(t)$. Después de haber determinado dichos desplazamientos, se efectúa el cálculo de los esfuerzos, que se realiza por procedimientos propios de un análisis estático para cada instante t del proceso dinámico. Realizar un análisis de este tipo tiene dos inconvenientes principales. En primer lugar, se necesita disponer de un acelerograma del movimiento sísmico a considerar en el cálculo, y las normativas de diseño especifican solamente espectros sísmicos de respuesta. En segundo lugar, este procedimiento de análisis proporciona un exceso de información acerca de la respuesta de la estructura, y en el diseño de estructuras es, generalmente, suficiente utilizar la respuesta máxima. Por todos estos motivos, el procedimiento que habitualmente se utiliza en el cálculo dinámico de edificios, utiliza la definición de la acción mediante espectros sísmicos de respuesta y proporciona como resultado del cálculo únicamente la respuesta máxima de la estructura. A continuación se desarrollan las bases teóricas de este procedimiento.

3.4 RESPUESTAS MÁXIMAS MODALES UTILIZANDO ESPECTROS SÍSMICOS DE RESPUESTA

3.4.1 Planteamiento del problema

Se considera que la acción sísmica está definida mediante el espectro de respuesta en aceleraciones S_a , correspondiente a un movimiento del terreno de aceleración $a(t)$. La ecuación

$$\ddot{x}_i(t) + 2\nu_i \omega_i \dot{x}_i(t) + \omega_i^2 x_i(t) = -Q_i a(t) \quad (3.31)$$

es similar a una ecuación que describe el movimiento de un modelo con un solo grado de libertad (ecuación 2.4). Por este motivo se supondrá que la respuesta generalizada máxima en aceleraciones $\ddot{x}_i(t)_{\max}$, que se obtiene solucionando la ecuación (3.31), es igual a S_a (véase la ecuación 2.8). Comparando las ecuaciones (3.28) y (3.31) se deduce que la aceleración generalizada máxima correspondiente al modo de vibración i , dada por la ecuación (3.28), es

$$\ddot{x}_i(t)_{\max} = Q_i (S_a)_i = (\overline{S}_a)_i \quad (3.32)$$

En la ecuación (3.32) se introdujo la notación $(\overline{S}_a)_i = Q_i (S_a)_i$ para definir la aceleración espectral correspondiente al modo i . El desplazamiento generalizado máximo en el modo i de vibración se expresa teniendo en cuenta que $(S_a)_i = \omega_i^2 (S_d)_i$, siendo $(S_d)_i$ el espectro de respuesta en desplazamientos. En consecuencia

$$x_i(t)_{\max} = Q_i \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \quad (3.33)$$

Se estudiarán a continuación una serie de parámetros que caracterizan las respuestas modales máximas de un edificios de cortante del tipo representado en la figura 3.4. Dicho edificio tiene n grados de libertad (r es un grado de libertad corriente) y en su análisis se incluirán, de acuerdo con las ecuaciones (3.30), q modos de vibración. Las más importantes características de respuesta que se analizarán son: las fuerzas sísmicas equivalentes modales en las plantas F_{ri} , los corrimientos modales de dichas plantas x_{ri} y el cortante modal en la base T_i . A éstas hay que añadir otras características que, en ciertos casos, también pueden tener una influencia significativa en el diseño de los edificios: los cortantes modales de piso T_{ri} y el momento modal de vuelco M_{ri}^v . Un concepto muy importante, que permite determinar de una manera rigurosa el número de modos de vibración que se deben incluir en el análisis, es el de peso efectivo modal.

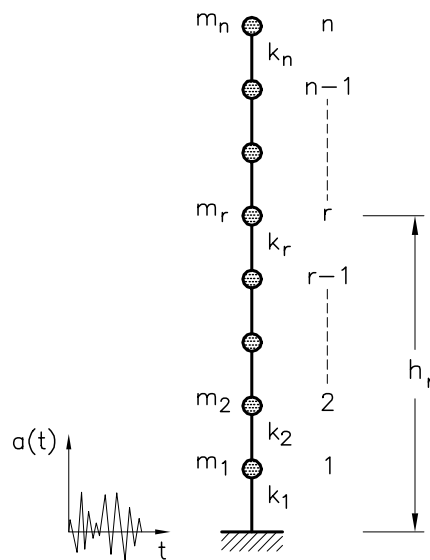


Figura 3.5 Modelo de edificio de cortante.

Una vez determinadas las características modales mencionadas, se calculan los esfuerzos seccionales máximos modales mediante procedimientos de cálculo estático. La evaluación de los valores totales de la respuesta, necesarios para comprobar el comportamiento sísmico de la estructura, se debe hacer mediante procedimientos estadísticos, aplicados directamente a los esfuerzos seccionales máximos modales.

3.4.2 Características modales máximas

• **Desplazamientos modales máximos.** Los desplazamientos modales máximos según todos los grados de libertad del modelo se pueden escribir en la forma

$$(\mathbf{X}_i)_{\max} = \boldsymbol{\varphi}_i x_i(t)_{\max} = \boldsymbol{\varphi}_i Q_i \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} = \mathbf{A}_i \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \quad (3.34)$$

En esta ecuación, $\mathbf{A}_i = \boldsymbol{\varphi}_i Q_i$ es el vector de los *coeficientes de participación modal* correspondientes al modo i de vibración y

$$(\mathbf{X}_i)_{\max} = \begin{bmatrix} x_{1i} \\ x_{2i} \\ \vdots \\ x_{ri} \\ \vdots \\ x_{ni} \end{bmatrix}_{\max}$$

• **Desplazamientos modales relativos entre pisos.** Una característica de la respuesta estructural muy importante en el diseño es el desplazamientos relativo entre dos pisos sucesivos, llamado también *desviación de piso*. El valor modal de dicha característica viene dado por la ecuación

$$\Delta_{ri} = x_{ri} - x_{(r-1)i} \quad (3.35)$$

siendo su valor máximo $(\Delta_{ri})_{\max}$.

• **Cortantes modales de piso.** La fuerza sísmica equivalente F_{ri}^s , correspondiente a un modo de vibración i y a un piso r del modelo de la figura 3.5, se calcula aplicando la segunda ley de Newton

$$F_{ri}^s = (\ddot{x}_{ri})_{\max} M_r \quad (3.36)$$

donde $(\ddot{x}_{ri})_{\max}$ es el valor máximo de la aceleración de respuesta al nivel r , en el modo i de vibración, y M_r es la masa concentrada al nivel r . La aceleración máxima $(\ddot{x}_{ri})_{\max}$ se escribe a partir de las ecuaciones (3.30) en la siguiente forma:

$$(\ddot{x}_{ri})_{\max} = \varphi_{ri} \ddot{x}_i(t)_{\max} \quad (3.37)$$

siendo φ_{ri} la ordenada modal correspondient al modo i de vibración y al grado de libertad r . La aceleración generalizada máxima $\ddot{x}_i(t)_{\max}$ viene dada por la

ecuación (3.32), con lo cual la fuerza sísmica equivalente F_{ri}^s puede reescribirse en la forma

$$F_{ri}^s = \varphi_{ri} Q_i M_r (S_a)_i = A_{ri} \frac{(S_a)_i}{g} G_r \quad (3.38)$$

donde $A_{ri} = \varphi_{ri} Q_i$, G_r es el peso correspondiente a la masa M_r y g es la aceleración de la gravedad. Los coeficientes A_{ri} se conocen como *coeficientes de forma*, ya que dependen de las formas propias de vibración de la estructura.

El cortante T_{ri}^s en el modo i y en el piso r del edificio se calcula mediante la ecuación

$$T_{ri}^s = \sum_{j=r}^n F_{ji}^s \quad (3.39)$$

De la misma manera, el cortante modal en la base del edificio, T_i^s , será

$$T_i^s = \sum_{r=1}^n F_{ri}^s \quad (3.40)$$

Esta misma ecuación puede reescribirse como

$$T_i^s = \sum_{r=1}^n \varphi_{ri} Q_i \frac{(S_a)_i}{g} G_r \quad (3.41)$$

donde ha sido utilizada la ecuación (3.38).

• **Peso efectivo modal.** El peso efectivo modal W_i se define a partir de la siguiente ecuación (Paz 1994; Barbat y Hurtado 1996):

$$T_i^s = W_i \frac{(S_a)_i}{g} \quad (3.42)$$

que relaciona el cortante modal en la base con la aceleración máxima de respuesta reducida por la aceleración de la gravedad. Comparando la ecuación (3.42) con la ecuación (3.41) se deduce la expresión del peso efectivo modal

$$W_i = Q_i \sum_{r=1}^n \varphi_{ri} G_r \quad (3.43)$$

Expresando el coeficiente Q_i proporcionado por la ecuación (3.29) en la siguiente forma:

$$Q_i = \frac{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}^2} \quad (3.44)$$

se obtiene la siguiente ecuación para los pesos efectivos modales W_i

$$W_i = \frac{\left[\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri} \right]^2}{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}^2} \quad (3.45)$$

Se puede demostrar analíticamente (Clough y Penzien 1993) que la suma sobre todos los modos de vibración de los pesos efectivos modales W_i es igual al peso total de la estructura, es decir

$$\sum_{i=1}^n W_i = \sum_{r=1}^n G_r \quad (3.46)$$

• Demostración de la expresión del peso efectivo modal.

Se parte de la ecuación

$$\{1\} = \Phi \mathbf{x} \quad (3.47)$$

que expresa el vector $\{1\}$ en coordenadas modales. El vector $\mathbf{x}$ que cumple la condición (3.47) contiene como elementos amplitudes modales y puede calcularse invirtiendo la matriz Φ que no es singular. Dicho vector puede obtenerse también premultiplicando los dos miembros de la ecuación (3.47) por $\varphi_i^T M$, lo que permite escribir

$$\varphi_i^T M \{1\} = \varphi_i^T M \Phi \mathbf{x} \quad (3.48)$$

El miembro derecho de esta ecuación puede desarrollarse de la siguiente forma:

$$\varphi_i^T M \Phi \mathbf{x} = \varphi_i^T M \varphi_1 x_1 + \varphi_i^T M \varphi_2 x_2 + \cdots + \varphi_i^T M \varphi_i x_i + \cdots + \varphi_i^T M \varphi_n x_n \quad (3.49)$$

Todos los términos del miembro derecho de la ecuación (3.49), excepto el correspondiente a φ_i , son iguales a cero debido a la propiedad de ortogonalidad (3.21), con lo cual se obtiene

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{x} = M_i^* x_i \quad (3.50)$$

donde ha sido utilizada de nuevo la misma condición de ortogonalidad. En consecuencia, la ecuación (3.48) puede reescribirse como

$$\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \{1\} = M_i^* x_i \quad (3.51)$$

de donde se expresan las amplitudes modales de la siguiente manera

$$x_i = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \{1\}}{M_i^*} = \frac{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \{1\}}{\boldsymbol{\varphi}_i^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_i} \quad (3.52)$$

Utilizando ahora la ecuación (3.29) en la forma (3.44), la ecuación anterior se reescribe como

$$x_i = \frac{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}^2} \quad (3.53)$$

y el vector $\{1\}$ en la ecuación (3.47) tendrá la siguiente expresión:

$$\{1\} = \boldsymbol{\Phi} \left\{ \frac{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}^2} \right\} \quad (3.54)$$

El peso total de la estructura puede calcularse como

$$\sum_{r=1}^n G_r = g[1] \mathbf{M} \{1\} \quad (3.55)$$

donde g es la aceleración de la gravedad. Sustituyendo ahora el vector $\{1\}$ proporcionado por la ecuación (3.54) en (3.55), se obtiene:

$$\sum_{r=1}^n G_r = \left[\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{r1} \quad \sum_{r=1}^n G_r \varphi_{r2} \quad \cdots \quad \sum_{r=1}^n G_r \varphi_{rn} \right] \left\{ \frac{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}^2} \right\} \quad (3.56)$$

Esta ecuación puede reescribirse en la siguiente forma

$$\sum_{r=1}^n G_r = \sum_{i=1}^n \frac{\left[\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri} \right]^2}{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}^2} = \sum_{i=1}^n W_i \quad (3.57)$$

con lo cual se ha obtenido la misma ecuación (3.46) que debía demostrarse.

Esta ecuación es muy útil en determinar el número de modos de vibración que tienen una influencia significativa en la respuesta estructural. Una condición satisfactoria que se utiliza habitualmente es

$$\sum_{i=1}^q W_i \geq 0.9 \sum_{r=1}^n G_r \quad (3.58)$$

Dicha condición permite incluir en el análisis el número q de modos de vibración necesario para que la suma de su correspondiente peso efectivo sea al menos un 90% del peso real total de la estructura.

• **Fuerzas sísmicas modales.** Las fuerzas sísmicas equivalentes modales F_{ri}^s pueden definirse, para cada piso r , como el producto del cortante modal en la base, T_i^s , por un coeficiente sísmico ξ_{ri}

$$F_{ri}^s = \xi_{ri} T_i^s \quad (3.59)$$

Dicho coeficiente sísmico corresponde al modo i de vibración y al piso r y puede expresarse mediante la ecuación

$$\xi_{ri} = \frac{G_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n G_r \varphi_{ri}} \quad (3.60)$$

obtenida a partir de la definición de las fuerzas sísmicas equivalentes modales —ecuación (3.38)— y de los cortantes modales en la base —ecuación (3.40)—.

• **Momento de vuelco modal.** El momento de vuelco modal M_{ri}^v correspondiente al nivel r de un edificio de cortante se calcula como la suma de los momentos de las fuerzas sísmicas F_{ji}^s aplicadas en los pisos $r, r+1, \dots, n$

$$M_{ri}^v = \sum_{j=r+1}^n F_{ji}^s (h_j - h_r) \quad (3.61)$$

En esta ecuación, h_j es la altura a la cual se encuentra un piso cualquiera j , tal como puede verse en la figura 3.5. Para $r = 0$, la ecuación (3.61) proporciona el momento de vuelco modal en la base del edificio.

3.4.3 Esfuerzos seccionales modales

Una vez obtenidas todas las características modales necesarias, se procede al cálculo de los esfuerzos seccionales, para los q modos de vibración que se quieran incluir en el análisis, mediante procedimientos estándar de la estática de estructuras.

El máximo de los esfuerzos modales en cada grado de libertad no se produce en el mismo instante de tiempo, tal como sería necesario para poder aplicar las ecuaciones (3.30). En consecuencia, cualquiera de las respuestas máximas totales de la estructura que se quiera calcular, deberá evaluarse de una manera aproximada, mediante procedimientos estadísticos.

3.5 CÁLCULO DE LA RESPUESTA MÁXIMA TOTAL

Una primera forma de aproximar la respuesta máxima total de una estructura es considerando la suma de los valores absolutos de las contribuciones modales máximas. Sin embargo, el valor que se obtiene de esta manera es un límite superior de la respuesta máxima total, que superará en mucho la respuesta máxima real.

Otro procedimiento, que habitualmente conduce a resultados correctos si las frecuencias propias de la estructura analizada están bien separadas, evalúa la respuesta máxima total como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas modales —Square Root of Sum of Squares: SRSS— (Newmark y Rosenblueth 1971). Si se incluyen en el cálculo q modos de vibración, una respuesta máxima cualquiera R de la estructura (esfuerzo seccional, desplazamiento, etc.), se calcula de acuerdo al procedimiento SRSS mediante la siguiente ecuación:

$$R_{\max} = \sqrt{\sum_{j=1}^q (R_j)_{\max}^2} \quad (3.62)$$

Cuando la estructura tiene frecuencias propias con valores cercanos —es decir, la diferencia entre dos frecuencias consecutivas es menor que el 10% de la más bajas de las dos—, el método SRSS puede subestimar o sobreestimar en mucho la respuesta total. Errores importantes se producen, asimismo, si el análisis que se lleva a cabo es tridimensional y el efecto de la torsión es significativo. Por este motivo, ha sido propuesto por Der Kiureghian (1980) y Wilson *et al.* (1981) otro procedimiento, denominado Complete Quadratic Combination (CQC), que tiene sus fundamentos en la teoría de las vibraciones aleatorias y que proporciona mejores resultados que el SRSS. El método CQC calcula la respuesta máxima total de la estructura mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbf{R}_{\max} = \sqrt{\sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q \mathbf{R}_i \rho_{ij} \mathbf{R}_j} \quad (3.63)$$

El termino modal ρ_{ij} se aproxima por

$$\rho_{ij} = \frac{8(\nu_i \nu_j)^{1/2} (\nu_i + \gamma \nu_j) \gamma^{3/2}}{(1 - \gamma^2)^2 + 4\nu_i \nu_j \gamma (1 + \gamma^2) + 4(\nu_i^2 + \nu_j^2) \gamma^2} \quad (3.64)$$

donde $\gamma = \omega_i / \omega_j$ es la relación entre las frecuencias propias de los modos i, j ; ν_i y ν_j son las fracciones del amortiguamiento crítico correspondientes a los modos de vibración i, j .

En el caso particular en el cual la fracción del amortiguamiento crítico es constante y $\gamma = 1$, la ecuación (3.63) proporciona $\rho_{ii} = 1$. Puede observarse que si las frecuencias están separadas, los terminos cruzados son despreciables y el método CQC proporciona resultados muy parecidos al método SRSS.

Capítulo 4

Aspectos de aplicación práctica de la teoría del análisis modal en las normativas de diseño

En el presente capítulo se desarrolla en forma general la relación existente entre la teoría del análisis modal y la manera en la cual esta teoría está incorporada en las normativas de diseño sismorresistente. Además de este tratamiento general del tema, se hace también una particularización al caso de la normativa española NCSE-94. Dicha particularización incluye referencias puntuales a cada aspecto de cálculo contenido en la normativa.

4.1 ASPECTOS GENERALES

Todas las normativas de diseño sismorresistente vigentes en los distintos países del mundo tienen su ámbito de aplicación claramente definido y éste se extiende concretamente al campo de las *estructuras de edificación*. Sin embargo, a algunas de las normativas se les da una cierta apariencia de “generalidad”, lo que a veces produce una cierta confusión entre los ingenieros y arquitectos que las deben aplicar en el diseño. La mencionada apariencia, que se debe solamente a la falta de claridad de las normativas, puede producir la impresión de que éstas son de obligatoria aplicación para cualquier tipo de estructura. En realidad, dichas normativas son generales solamente en lo referente a la definición de la peligrosidad sísmica en el país, es decir, al cálculo de la intensidad o aceleración máxima del terreno en cualquier sitio. Sin embargo, en cada país existen normas específicas para el cálculo y diseño de estructuras no edilicias.

En los cálculos dinámicos previstos en todas las normativas de diseño sismorresistente de edificios se utilizan modelos simplificados, de edificio de cortante, del tipo descrito en el Apartado 3.1. Dichos modelos son aplicables a la mayoría de los edificios más utilizados en la práctica y, a pesar de las simplificaciones que

contienen, proporcionan resultados con una precisión satisfactoria. Estas simplificaciones están detalladamente indicadas en el Apartado 3.1, y todas las normativas las admiten implícitamente al fundamentar los cálculos en un modelo de edificio de cortante. Sin embargo, las diferentes normativas añaden requisitos específicos de aplicación, que vienen impuestos por los métodos simplificados de cálculo que proponen.

El procedimiento habitual de cálculo dinámico de estructuras prescrito en todas las normativas de diseño sismorresistente del mundo, utiliza la definición de la acción mediante espectros sísmicos de respuesta y proporciona como resultado del cálculo únicamente la respuesta máxima de la estructura (ver el apartado 2.2.6). Sin embargo, es interesante recordar que en algunas normativas se deja abierta la posibilidad de definir la acción mediante acelerogramas reales o artificiales representativos de una zona, que se deben escalar en amplitudes y frecuencias de forma que sean compatibles con los espectros sísmicos de respuesta estipulados en la misma normativa (NCSE 1994; E8 1993). Una definición de este tipo sería útil en un cálculo no lineal de las estructuras. Pero dichas normativas no proporcionan ningún procedimiento numérico de definición de los mencionados acelerogramas, dejando al usuario la libre elección de alguno.

4.2 ESPECTROS SÍSMICOS DE RESPUESTA

En la mayoría de las normativas de cálculo sísmico del mundo se formula una única función genérica para la curva de amplificación de las aceleraciones (denominada $\alpha(T)$ en la ecuación 5.10b; ver también la normativa NCSE-94), válida para una región sísmica entera en la que la norma define la acción (véase el apartado 5.1). Esta función de amplificación genérica, una vez multiplicada por la máxima aceleración sísmica del terreno (denominada a_b en la ecuación 5.10a; ver también la normativa NCSE-94), proporciona la máxima aceleración de respuesta de un modelo con un solo grado de libertad como función del período propio de dicho modelo, es decir, un espectro de respuesta en aceleraciones. Los espectros de respuesta genéricos que se obtienen de esta forma se ajustan luego a las diferentes subzonas de la región mediante su multiplicación por diferentes coeficientes, generalmente empíricos, que caracterizan dicha subzona a partir de criterios tales como sismicidad, peligrosidad sísmica, importancia socio-económica, geología, etc. (Barbat *et al.* 1996). Todos estos aspectos están incorporados en la normativa española dentro de un único coeficiente, mal llamado *coeficiente de riesgo sísmico* R (véase la ecuación 5.10a). En la figura 4.1 puede verse el aspecto que suelen tener los espectros sísmicos de respuesta en las normativas de diseño (véase también la figura 5.2).

Utilizando otros coeficientes, los espectros se ajustan también a las características de la estructura que se diseña, considerando como criterios: tipología, rigidez, ductilidad, características de los materiales, tipo de cimentación, condiciones locales de suelo, características de amortiguamiento, importancia en los instantes posteriores a los terremotos, etc (véase las ecuaciones 5.9 y 5.11). Una

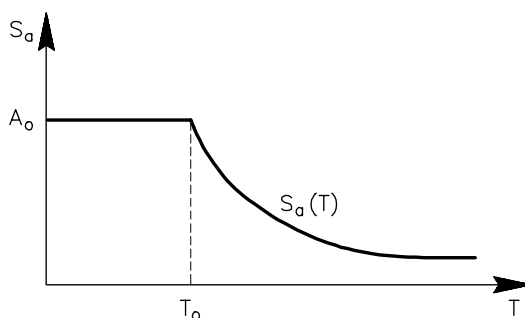


Figura 4.1 Forma típica de los espectros sísmicos de respuesta en las normativas sismorresistentes.

vez definido un espectro de diseño de esta manera, las normativas estipulan el cálculo de las fuerzas sísmicas modales equivalentes a utilizar para determinar la respuesta estructural total (véase también el apartado 5.1).

4.3 ASPECTOS DE CÁLCULO DE LAS FUERZAS SÍSMICAS

El proceso de cálculo previsto en las normativas de diseño sismorresistente se desarrolla en las siguientes etapas:

- 1) Cálculo de los períodos propios de la estructura y de las formas modales correspondientes. En muchas normas, para los edificios de cortante se incluyen fórmulas empíricas que proporcionan, de manera simplificada, dichas características dinámicas.
- 2) Se utiliza el espectro de respuesta proporcionado por la norma para determinar las ordenadas espectrales correspondientes a cada modo de vibración que se incluya en el análisis.
- 3) Se calculan las fuerzas sísmicas equivalentes de cada modo de vibración, multiplicando las ordenadas espectrales por la masa y por el coeficiente de participación modal.
- 4) Se efectúa un cálculo estático de la estructura sometida a la acción de estas fuerzas sísmicas modales equivalentes. Se obtienen, de esta manera, valores máximos de los esfuerzos en la estructura en cada modo de vibración. Los esfuerzos totales se calculan efectuando la superposición modal mediante algún procedimiento estadístico.

Los primeros tres pasos de este procedimiento tienen carácter dinámico, mientras que el cuarto es estático. Por este motivo, a este tipo de análisis se le llama pseudodinámico.

Considérese una estructura con n grados de libertad, en cuyo análisis se incluye un número $q \leq n$ de modos de vibración. Una de las posibilidades de definir las fuerzas sísmicas equivalentes F_{ri}^s correspondientes al modo i de vibración y al grado de libertad r (r puede identificarse en los pórticos de cortante con en

número del piso en estudio) es mediante la ecuación (3.38), en la cual están expresadas en función del peso G_r de la masa concentrada al nivel r de la estructura. Otra posibilidad de expresar dichas fuerzas sísmicas es la contemplada por la ecuación (3.59), en la cual las fuerzas F_{ri}^s se formulan como función del cortante modal en la base T_i^s .

La primera de las dos formulaciones es la que más se utiliza en prácticamente todas las normativas de cálculo sísmico del mundo. En éstas, las fuerzas sísmicas equivalentes se expresan como (véase la ecuación 5.13 y también la normativa)

$$F_{ri}^s = c_{ri} G_r \quad (4.1)$$

donde c_{ri} es el coeficiente sísmico correspondiente al grado de libertad r y al modo i de vibración (ver el coeficiente sísmico s_{ri} en la normativa; ver también la ecuación 5.14). Comparando la ecuación (4.1) con la (3.38), se puede deducir la expresión teórica del coeficiente sísmico

$$c_{ri} = A_{ri} \frac{(S_a)_i}{g} \quad (4.2)$$

Una manera alternativa de expresar las fuerzas sísmicas equivalentes, y que está prevista en algunas normativas, es (ver también la ecuación 5.13)

$$F_{ri}^s = A_{ri} c_i G_r \quad (4.3)$$

donde se ha introducido la notación

$$c_i = \frac{(S_a)_i}{g} \quad (4.4)$$

siendo c_i el coeficiente sísmico correspondiente al modo i de vibración (ver las ecuaciones 2.9 y 5.15).

Si el coeficiente sísmico c_i fuese formulado en las normativas de acuerdo con la teoría desarrollada en el Apartado 3.4, tendría una expresión del tipo

$$c_i = k_s \beta_i \quad (4.5)$$

En la ecuación (4.5), β_i es el coeficiente de amplificación dinámica (Barbat *et al.* 1994) y k_s es el coeficiente de intensidad sísmica de la zona, definido como la relación entre la aceleración máxima del terreno y la aceleración de la gravedad

$$k_s = \frac{|a(t)|_{\max}}{g} \quad (4.6)$$

Comparando (4.5) con (4.4) se observa que

$$\beta_i k_s = \frac{(S_a)_i}{g} \quad (4.7)$$

lo que significa que el producto $\beta_i k_s$ describe el espectro sísmico de diseño definido por la normativa, reducido por la aceleración de la gravedad (ver la ecuación 5.15).

Sin embargo, en el cálculo de las fuerzas sísmicas equivalentes estipulado en las distintas normativas de diseño del mundo, los coeficientes sísmicos se formulan mediante ecuaciones que incluyen, además de éstos, otros parámetros, que describen, de una manera simplificada, ciertas características de la subzona sísmica y de la estructura que no han sido incluidos en la teoría. Dichas características son de gran importancia en describir el comportamiento sísmico real de los edificios, pues tienen como objetivo el de eliminar las limitaciones en los cálculo dinámicos teóricos, tanto en lo referente a la definición de la acción mediante espectros sísmicos de respuesta, como en lo que respecta al modelo simplificado de edificio de cortante. Entre los coeficientes que no aparecen en la mencionada teoría, pero que están incorporados en las normativas de cálculo sísmico de diferentes países del mundo, pueden citarse los siguientes:

- Coeficiente de riesgo sísmico, R , que está relacionado con el período de retorno del terremoto de diseño y con la vida útil —o tiempo de exposición— de la estructura (véase la Tabla 5.1).
- Coeficiente de ductilidad μ de la estructura (véase la Tabla 5.5).
- Coeficiente δ que considera el efecto del tipo de cimentación y de suelo, es decir, de la interacción suelo-estructura (véase la tabla 5.2; el coeficiente se denomina C en la normativa NCSE-94).
- Coeficiente I que considera la importancia que puede tener una estructura en los instantes posteriores a un terremoto fuerte, en la mitigación de los efectos del terremoto. A este coeficiente se hace referencia de manera implícita en los apartados 1.2.2 y 1.2.3 de la normativa NCSE-94.

En el caso particular de la NCSE-94 todos estos aspectos están incluidos en el cálculo de $(S_a)_i$. Teniendo en cuenta estas observaciones, la ecuación (4.5) se puede completar, obteniéndose la siguiente fórmula genérica de cálculo del coeficiente sísmico:

$$c_i = k_s \beta_i R (1/\mu) \delta I \quad (4.8)$$

Este mismo coeficiente puede verse en la normativa NCSE-94 en la forma correspondiente a la ecuación (5.15). Cada normativa sísmica incorpora de forma distinta todos o algunos de los anteriores coeficientes, dando lugar sus propias expresiones de cálculo del coeficiente sísmico. De entre todos los coeficientes

mencionados debe destacarse al que incluye en el cálculo el efecto de la *ductilidad*, por el hecho de que, al describir fenómenos de no linealidad del material, está directamente relacionado con el daño que sufren las estructuras durante la acción sísmica.

Sin embargo, existen otros problemas del cálculo dinámico de los edificios, que no pueden solucionarse modificando el coeficiente sísmico de la fórmula (4.8) mediante incorporación de nuevos parámetros. Un primer problema es el de las grandes deformaciones que puede sufrir una estructura bajo las acciones sísmicas, es decir el de la no linealidad geométrica. Un planteamiento simplificado de este problema, que admite la hipótesis de que las tensiones y deformaciones coinciden en la configuración inicial y deformada de la estructura, se conoce como análisis de segundo orden. En el análisis sísmico de edificios, dicho problema recibe, habitualmente, el nombre de *efecto $P - \Delta$* (véase para detalles sobre este tema el apartado 4.5, el capítulo 7 y también el apartado 3.7.7 de la normativa NCSE-94). El segundo problema es el de la *torsión* global que sufren los edificios durante la acción de los terremotos. Un cálculo dinámico que contemple el fenómeno de torsión requiere utilizar grados de libertad de giro en el plano de los pisos, y dichos grados de libertad no se consideran en un modelo estructural de edificio de cortante. Por este motivo, en el caso de este tipo de modelos, es posible incluir en el análisis el efecto de la torsión solamente de una manera desacoplada. Esto quiere decir que deben calcularse primeramente los esfuerzos seccionales debidos a las fuerzas sísmicas equivalentes correspondientes a los grados de libertad de traslación, y sumarlas luego con los esfuerzos seccionales debidos a la torsión.

A a continuación se harán unos breves comentarios referentes a estos tres importantes aspectos: ductilidad, efecto $P - \Delta$ y torsión estructural.

4.4 ESPECTROS DE RESPUESTA INELÁSTICOS

La energía inducida por los terremotos en estructuras se disipa en parte por el efecto del amortiguamiento y en parte por el efecto de las deformaciones no elásticas en los elementos estructurales. Las estructuras bien diseñadas y construidas deben ser capaces de absorber y disipar la energía, sufriendo un daño mínimo durante terremotos moderados y daños limitados durante terremotos fuertes. La simulación numérica del proceso de deterioro de las estructuras durante la acción sísmica es complicada, requiriendo procedimientos sofisticados de cálculo no lineal. A pesar de sus numerosas ventajas, los espectros de respuesta, en la forma en la cual han sido definidos, tienen la gran limitación de que pueden aplicarse sólo al análisis de estructuras lineales elásticas. Es de gran utilidad extender el concepto de espectro de respuesta a sistemas no lineales, especialmente para su uso en el cálculo de estructuras menos complejas como, por ejemplo, los edificios de cortante.

4.4.1 No linealidad en el comportamiento estructural

El desarrollo que se ha realizado en el apartado 2.2, sólo se refiere a un oscilador con un grado de libertad y con comportamiento elástico lineal. Existen muchos casos estructurales donde no se cumple esta hipótesis básica. En estos casos la forma de obtener la respuesta para un oscilador no lineal es bastante distinta y más complicada que, en el caso de los osciladores lineales. No es posible utilizar la integral de Duhamel por que esta implica superposición de respuestas que, para osciladores con comportamiento no-lineal, no se puede realizar. Sólo es posible obtener la respuesta mediante la resolución numérica de la ecuación diferencial del movimiento (métodos de integración paso a paso, explícitos o implícitos) y, a partir de allí, obtener los máximos. No obstante, en este apartado se consideran las posibles no linealidades que se presentan en una estructura y se estudia la manera en la cual pueden reflejarse en los espectros de respuesta de una forma simplificada.

En la ecuación del movimiento (2.1), se pueden tener no linealidades en los tres términos de fuerza. Pero es conveniente obviar la *no linealidad en el término de masa*, puesto que esta se mantiene constante en la vida de una estructura $m(t) = cte$. En cambio sí se debe considerar la *no linealidad por amortiguamiento* que, por tratarse de un fenómeno viscoso, el coeficiente de amortiguamiento depende de la velocidad y no es constante $s(\dot{x}) \neq cte$ (Barbat *et al.* 1993) (Luccioni *et al.* 1995). Este tipo de no linealidad no es posible contemplarla dentro de los espectros de respuesta. La *no linealidad en la rigidez* $k(x) \neq cte$, se puede producir por dos motivos: uno por que se presentan *grandes deformaciones*, es decir una relación no lineal entre el campo de desplazamientos y el de deformaciones $\epsilon = f(x)$; y otro por la *no linealidad constitutiva* o del material propiamente dicho $\sigma = E(\epsilon) : \epsilon$, que se debe a fenómenos de plasticidad, degradación, fractura, etc. *Esta no linealidad en la rigidez es la que se puede representar dentro de un espectro de respuesta de manera simplificada*, y luego obtener una respuesta estructural corregida, como si se tratase de una estructura elástica equivalente (Hanganu *et al.* 1994) (Oller *et al.* 1992).

4.4.2 Fenómeno de ductilidad – conceptos básicos

Todos los fenómenos de no linealidad en la rigidez, podrían incluirse de una manera simplificada, dentro de un concepto que en la ingeniería sísmica se conoce como *ductilidad estructural*. Es decir, se puede admitir que el comportamiento no-lineal que se manifiesta en un oscilador (ver la figura 4.2a), se produzca por la acción conjunta de fenómenos plásticos, de degradación de rigidez, de microfisuras, etc. (Hanganu *et al.* 1994, Oller *et al.* 1992). Por otro lado se puede observar que estos fenómenos producen grandes incrementos en los desplazamientos Δx , con incrementos pequeños, nulos o negativos en las fuerzas ΔF y una disipación energética no recuperable. Por el momento se dirá que la *ductilidad estructural está relacionada con la capacidad de disipación energética* que tiene una estructura sometida a carga cuasi-estática, y que no tiene ninguna

relación con la disipación producida por el amortiguamiento, que sólo depende de la velocidad. La disipación de energía independiente del tiempo (cuasi-estática), conduce a que *la fuerza real que actúa sobre la estructura sea inferior a la que corresponde al caso elástico*, tal como puede verse en la figura 4.2b. De esto surge el *coeficiente de reducción por ductilidad* ρ (Newmark y Rosenblueth 1971) y cuya expresión es:

$$\rho = \frac{F}{F^{in}} \quad (4.19)$$

donde F representa la fuerza actuante en una estructura cuyo comportamiento es idealmente elástico y F^{in} la correspondiente a la estructura real, cuyo comportamiento es inelástico.

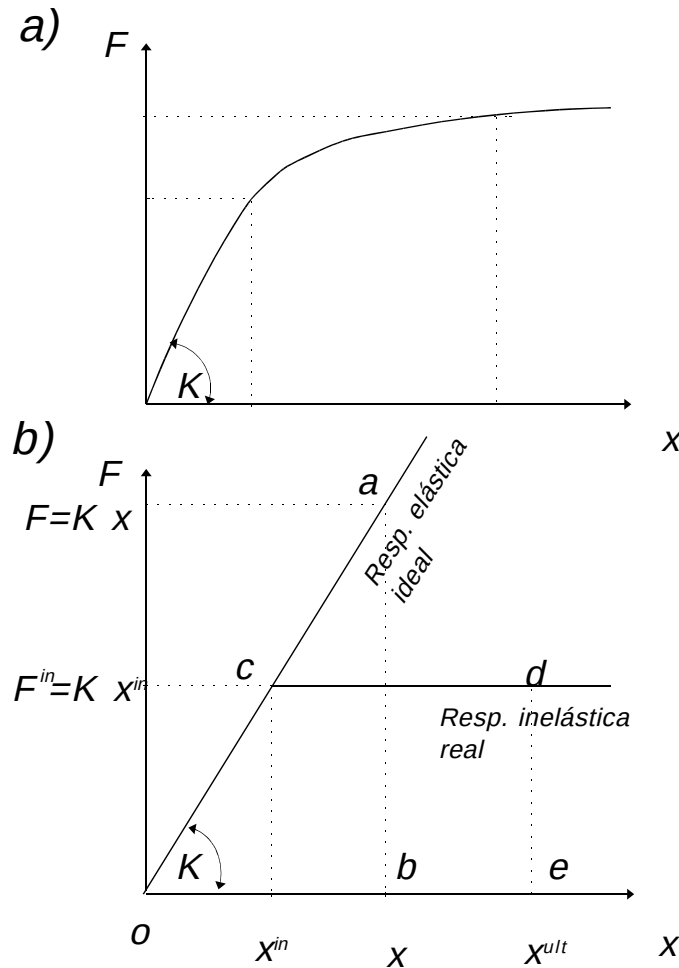


Figura 4.2 Respuesta no lineal de un oscilador: a) Comportamiento real. b) Esquema para establecer el coeficiente ρ .

Newmark establece tres tipos distintos de coeficientes de reducción según la parte del espectro en que se encuentre el período fundamental del oscilador (ver la figura 4.3), cuya justificación es la siguiente:

- Para períodos bajos T en la zona de aceleración constante (frecuencia alta –figura 4.3–), propone que tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica, deba mantenerse constante la fuerza aplicada, por lo tanto no hay reducción de las mismas:

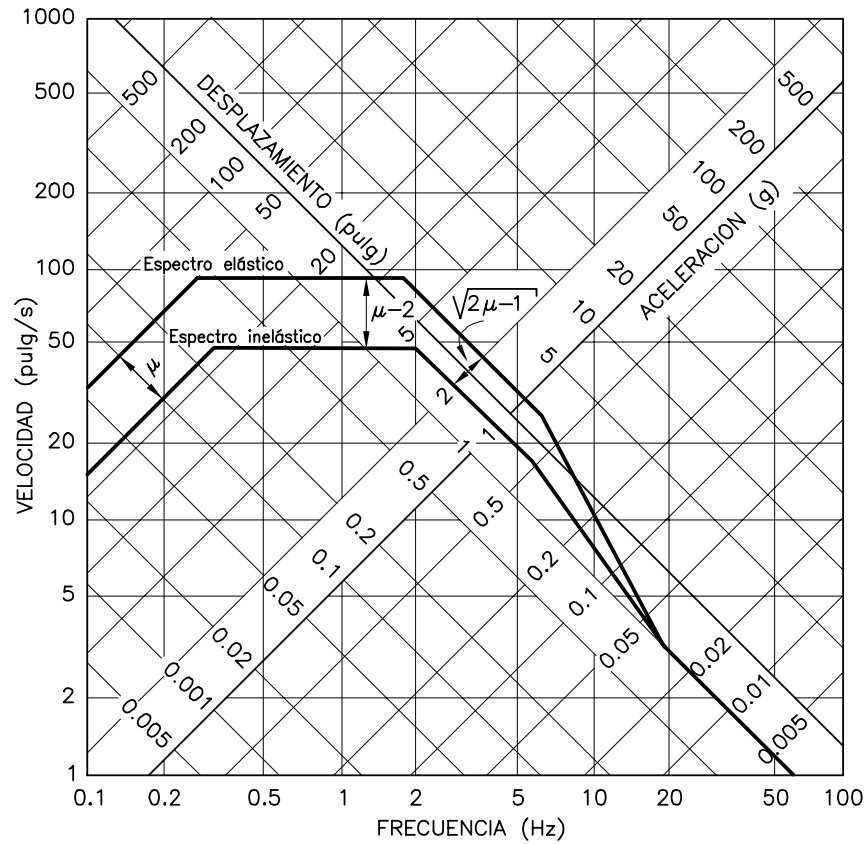


Figura 4.3 Diagrama espectral de diseño para una aceleración máxima del terreno de 1.0 g, sin amortiguamiento.

$$S_a = S_a^{\text{in}} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{F}{F^{\text{in}}} = \frac{m S_a}{m S_a^{\text{in}}} = 1 \quad (4.10a)$$

- Para períodos intermedios T en la zona de velocidad constante, propone mantener constante la energía tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica:

$$\begin{aligned}
& \text{Area: } (oab) = \text{Area: } (ocde) \\
& \frac{1}{2} F x = \frac{1}{2} F^{\text{in}} x^{\text{in}} + F^{\text{in}} (x_{\text{ult}} - x^{\text{in}}) \\
& \frac{1}{2} F \frac{F}{k} = \frac{1}{2} F^{\text{in}} \frac{F^{\text{in}}}{k} + F^{\text{in}} \left(\mu \frac{F^{\text{in}}}{k} - \frac{F}{k} \right) \quad (4.10b) \\
& F^2 = (F^{\text{in}})^2 (2\mu - 1) \implies \rho = \frac{F}{F^{\text{in}}} = \sqrt{2\mu - 1} \implies S_a^{\text{in}} = \frac{S_a}{\sqrt{2\mu - 1}}
\end{aligned}$$

donde μ representa la relación que hay entre el desplazamiento último y aquel correspondiente al umbral inelástico inicial.

- Para períodos altos T en la zona de desplazamiento constante (frecuencia baja –figura 4.3–), propone mantener constante la proporcionalidad entre desplazamientos y fuerzas tanto en la estructura ideal elástica como en la real inelástica:

$$\rho = \frac{F}{F^{\text{in}}} = \frac{x_{\text{ult}}}{x^{\text{in}}} = \mu \implies \rho = \frac{m S_a}{m S_a^{\text{in}}} = \mu \implies S_a^{\text{in}} = \frac{S_a}{\mu} \quad (4.10c)$$

Esta última forma de definir la ductilidad es la adoptada por las normativas NCSE-94 (ver la Tabla 5.4 y la ecuación 5.10b).

Aunque no existe una completa justificación de la aplicación de los espectros de respuesta no lineales al cálculo de la respuesta máxima de sistemas con varios grados de libertad (Lin y Mahin 1985), prácticamente todas las normativas sísmicas del mundo admiten su utilización en el diseño de edificios.

4.5 EL EFECTO $P-\Delta$

El efecto $P - \Delta$ se refiere al momento adicional producido por las acciones verticales con los desplazamientos laterales de las columnas, en edificios sometidos a fuerzas laterales. En la figura 4.4 puede verse una columna sometida a una fuerza axial P , a un cortante V y a momentos flectores M_A y M_B en sus extremos.

Bajo las mencionadas acciones, la columna sufre un desplazamiento lateral relativo Δ entre sus extremos A y B . El momento adicional, de segundo orden, que se produce en estas condiciones es $M^{\text{so}} = P \Delta$, al que le corresponde un esfuerzo cortante adicional $V^{\text{so}} = P \Delta / L$, siendo $L = h_A - h_B$, donde h_A y h_B son las alturas de los extremos A y B de la columna, respectivamente. Evidentemente, la consideración del efecto $P-\Delta$ de esta manera simplificada no tiene en cuenta el hecho de que el desplazamiento lateral Δ de la columna sufre un nuevo incremento debido al efecto del momento de segundo orden M^{so} y que, en consecuencia, dicho incremento de Δ también produce un incremento adicional del momento. Si se considera un edificio de cortante con n niveles, el desplazamiento lateral total en un piso cualquiera r de dicho edificio, denominado $(\Delta_r)_{\text{total}}$, que incluye de

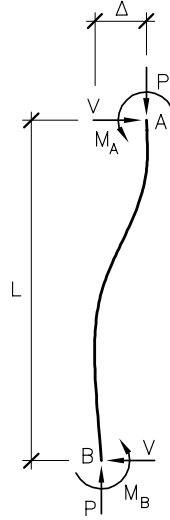


Figura 4.4 Columna deformada con efecto $P - \Delta$ (Paz, 1994).

manera completa el efecto $P - \Delta$, puede evaluarse mediante la siguiente ecuación (Paz 1994):

$$(\Delta_r)_{\text{total}} = (\Delta_r) \left(\frac{1}{1 - \zeta_r} \right) \quad (4.11)$$

donde ζ_r es la relación entre el momento total de segundo orden M_r^{so} y el momento de vuelco M_r^v

$$\zeta_r = \frac{M_r^{\text{so}}}{M_r^v} \quad (4.12)$$

El momento de vuelco total al nivel r , M_r^v , puede calcularse a partir de los valores modales M_{ri}^v dados por la ecuación (3.61), aplicando el procedimiento SRSS o CQC. El momento total de segundo orden al nivel r se calcula como

$$M_r^{\text{so}} = P_r (\Delta_r)_{\text{total}} \quad (4.13)$$

donde $P_r = \sum_{j=r}^n G_j$, siendo G_r el peso correspondiente a la masa concentrada en el piso r . De esta manera, la ecuación (4.11) puede reescribirse en la forma

$$\zeta_r = \frac{P_r (\Delta_r)_{\text{total}}}{M_r^v} \quad (4.14)$$

El efecto $P - \Delta$ puede despreciarse en el caso en que el coeficiente ζ_r no excede el valor de 0.1 para cualquier piso del edificio.

4.6 EL EFECTO DE LA TORSIÓN GLOBAL DE LA ESTRUCTURA

Existen principalmente dos casos en los cuales debe considerarse en el análisis dinámico la torsión. El primero se debe a la presencia de una componente torsional significativa en el movimiento sísmico del terreno. Obviamente, inclusive las estructuras perfectamente simétricas experimentarían vibraciones de torsión en este caso. El procedimiento habitual de solucionar este problema consiste en utilizar un modelo estructural del tipo que se presenta en las figuras 3.2, que considera grados de libertad de giro alrededor de ejes verticales que pasan por el centro de rigidez de cada planta. Sin embargo, debe mencionarse que la componente torsional del movimiento del terreno suele ser despreciable y que, en consecuencia, dicho efecto no se contempla en las normativas de diseño.

En el segundo caso, la torsión se debe a la no coincidencia del centro de masa de cada planta de la estructura con el centro de rigidez de la misma. Dicha no coincidencia se debe principalmente a la falta de simetría de las estructuras. Sin embargo, debe añadirse el caso de estructuras con una aparente simetría de forma, pero en las cuales los dos centros no coinciden debido a inexactitudes en la realización de la construcción o a la no homogeneidad accidental de los materiales. En este caso, la torsión se tendrá en cuenta en el análisis de una manera desacoplada, calculándose por separado los esfuerzos debidos a la torsión en los pilares de la estructura —éstos son los elementos que absorben el momento de torsión— y sumándolos después a los esfuerzos producidos por las fuerzas sísmicas equivalentes.

El análisis parte de la definición de la excentricidad e_r como la distancia entre el centro de masa del piso r y su centro de rigidez. Al momento de torsión modal correspondiente al piso r y al modo de vibración i se le denominará M_{ri}^t . Es el momento de las fuerzas cortantes de piso, aplicadas en el centro de masa de los pisos, con el brazo e_r y produce giros alrededor de ejes verticales que pasan por el centro de rigidez del piso. Dichos cortantes de piso, T_{ri}^s , se calculan mediante la ecuación (3.39). En consecuencia, el momento de torsión se calcula mediante la ecuación

$$M_{ri}^t = e_r T_{ri}^s \quad (4.15)$$

Puesto que este cálculo se realiza para cada modo de vibración, es necesaria la superposición de los esfuerzos modales que se obtienen. Si el efecto de la torsión es significativo, es recomendable la utilización del procedimiento **CQC** (Der Kiureghian 1980; Wilson *et al.* 1981), descrito en el Apartado 3.5.

Capítulo 5

Aplicación de la normativa española NCSE-94

5.1 BREVE RESEÑA DEL CÁLCULO DE LAS FUERZAS SÍSMICAS

A continuación se establece un vínculo entre los principales conceptos de cálculo presentados en los apartados 3.4 y 4.3 y los correspondientes de la normativa española NCSE-94. Siguiendo la presentación teórica realizada, ahora se propone abordar un problema estructural, consistente en obtener la respuesta de una estructura con n grados de libertad, idealizada por una ménsula empotrada en la base, con masas concentradas en cada grado de libertad (véase la figura 3.4). Este sistema ideal, recibe normalmente el nombre de *modelo de edificio de cortante*.

Normalmente se necesita obtener los *desplazamientos máximos* en cada grado de libertad y la *fuerza estática equivalente* que sobre ellos actúa (para más detalle ver el apartado 4.3).

- El **desplazamiento máximo** en el modo de vibración i resulta de la resolución de la ecuación del movimiento para dicho modo (ecuación 3.28), dentro de la teoría espectral mencionada en los capítulos 2 y 4 (ver las ecuaciones del movimiento 2.7 y 2.8)

$$\begin{aligned} \ddot{x}_i(t) + \underbrace{2\nu_i\omega_i\dot{x}_i(t)}_{\ddot{x}_i^\nu(t)} + \underbrace{\omega_i^2 x_i(t)}_{\ddot{x}_i^{\text{efi}}(t)} &= -Q_i a(t) \\ \underbrace{[\ddot{x}_i(t) + Q_i a(t)]}_{\ddot{x}_i^{\text{ABS}}(t)} &= -\underbrace{2\nu_i\omega_i\dot{x}_i(t)}_{\ddot{x}_i^\nu(t)} - \underbrace{\omega_i^2 x_i(t)}_{\ddot{x}_i^{\text{efi}}(t)} \end{aligned} \tag{5.1}$$

La máxima aceleración para amortiguamiento muy bajo, $\nu \simeq 0$, resulta de la siguiente simplificación (ver también la ecuación 2.6):

$$\underbrace{[\ddot{x}_i(t) + Q_i a(t)]^{\max}}_{|\ddot{x}_i^{\text{ABS}}(t)|^{\max}} \simeq \underbrace{\left| -\omega_i^2 x_i(t) \right|^{\max}}_{|-\ddot{x}_i^{\text{efi}}(t)|^{\max}} = (\overline{S}_a)_i \quad (5.2)$$

donde $(\overline{S}_a)_i$ es la aceleración espectral máxima afectada por el coeficiente de participación modal $(\overline{S}_a)_i = Q_i (S_a)_i$ (ver la ecuación 3.32); $(S_a)_i$ es la aceleración espectral definida en la ecuación 2.8c, para un oscilador a un grado de libertad, cuyo período es T_i . Esto corresponde a la definición dada en el apartado 2.2.2, puesto que premultiplicando la ecuación (5.2) por la masa M_i^* correspondiente al grado de libertad i , obtenida según la ecuación (3.18a), se tiene

$$M_i^* (\overline{S}_a)_i = M_i^* \left| -\ddot{x}_i^{\text{efi}}(t) \right|^{\max} \simeq K_i^* |x_i(t)|^{\max} \quad (5.3)$$

De aquí resulta la expresión de la respuesta máxima en términos de desplazamientos (ver también las ecuaciones 2.29 y 3.33):

$$\begin{aligned} (\overline{S}_a)_i &\simeq \frac{K_i^*}{M_i^*} x_i^{\max} = \omega_i^2 x_i^{\max} = Q_i (S_a)_i \\ x_i^{\max} &= Q_i \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} = \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \frac{\sum_{r=1}^n M_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n M_r (\varphi_{ri})^2} \end{aligned} \quad (5.4)$$

En consecuencia, los desplazamientos máximos correspondientes al modo i pueden expresarse como (ver la ecuación 3.34)

$$(\mathbf{X}_i)_{\max} = \boldsymbol{\varphi}_i x_i(t)^{\max} \quad (5.5)$$

y, para el modo i y el piso r , se expresa la ecuación (5.4) en la forma siguiente:

$$(X_{ri})_{\max} = \varphi_{ri} x_i(t)^{\max} = \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} \left[\varphi_{ri} \frac{\sum_{r=1}^n M_r \varphi_{ri}}{\sum_{r=1}^n M_r (\varphi_{ri})^2} \right] = \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} A_{ri} \quad (5.6)$$

donde A_{ri} es el *factor de distribución sísmica* o *coeficiente de participación modal* correspondiente al piso r y al modo de vibración i .

- La **fuerza estática equivalente** en el grado de libertad correspondiente al piso r y modo de vibración i , resulta de multiplicar el máximo desplazamiento del grado de libertad r por la rigidez correspondiente (para modelos con un grado de libertad, comparar la ecuación 2.10 con la 5.7)

$$(F_{ri})^{\max} = K_r^* (\varphi_{ri})^{\max} = \frac{K_r^*}{\omega_i^2} (S_a)_i A_{ri} \quad (5.7)$$

También se puede escribir la ecuación anterior en función del peso del piso r $K_r^*/\omega_i^2 = M_r^* = G_r/g$, esto es (ver la ecuación 3.38):

$$(F_{ri})^{\max} = G_r \frac{(S_a)_i}{g} A_{ri} \quad (5.8)$$

siendo $\frac{(S_a)_i}{g}$ la ordenada normalizada del espectro de respuesta.

5.2 DETERMINACIÓN DE LA ACELERACIÓN ESPECTRAL

5.2.1 Cálculo de la aceleración espectral

La aceleración espectral que debe utilizarse en la expresión 5.8, debe ya contener el *coeficiente de reducción* ρ mencionado en las ecuaciones 2.13 y 2.14. También debe contener la *influencia del amortiguamiento* v , que es un factor de modificación de la respuesta espectral (véase también el apartado 4.3), es decir

$$(S_a)_i = \bar{\alpha}(T_i) \frac{v}{\rho} \quad (5.9)$$

donde $\bar{\alpha}(T_i)$ es la ordenada del espectro de respuesta afectada por un coeficiente de riesgo zonal (ver el apartado 2.2.2).

La normativa española asigna las siguientes expresiones para cada una de las magnitudes contenidas en la ecuación 5.9:

- *Ordenada del coeficiente de respuesta.* Esta ordenada se compone de los siguientes términos:

$$\bar{\alpha}(T_i) = a_c \alpha(T_i) = R a_b \alpha(T_i) \quad (5.10a)$$

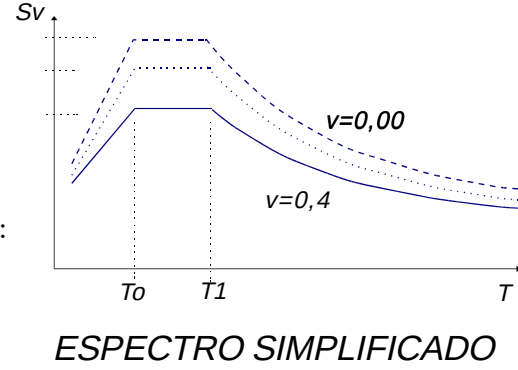
donde a_b es la aceleración sísmica básica en la superficie del terreno para un período de retorno de 500 años y que se obtiene del mapa de zonificación de la figura 5.1 (ver el apartado 2.1 de la normativa). Observar que $a_b = a^{\max}$ coincide con la aceleración máxima del terreno definida en el apartado 2.2.1. $R = (t/50)^{0.37}$ es el coeficiente adimensional de riesgo y

- Períodos bajos $T_i \leq T_0$:

$$\alpha(T_i) = 1 + [\alpha(T_0) - 1] \frac{T_i}{T_0}$$

- Períodos intermedios $T_0 \leq T_i \leq T_1$:

$$\alpha(T_i) = 1 + [\alpha(T_0) - 1] \frac{T_i}{T_0}$$



- Períodos altos $T_i \geq T_1$:

$$\alpha(T_i) = \alpha(T_0) \frac{T_0}{T_i}$$

Estos mismos espectros pueden también verse en la figura 5.2, extraída de la normativa. Se define también en la normativa, las siguientes variables que completan las expresiones anteriores: $\alpha(T_0) = (3 C - 3.8) (K - 1.25) + 2.30$, y los umbrales T_0 y T_1 que valen: $T_0 = 0.125 C + 0.2 K - 0.175$ y $T_1 = [0.215 K (5 C - 1)] / \alpha(T_0)$ (estos parámetros pueden obtenerse de la tabla 2.2 de la normativa). Además, C es el coeficiente de tipo suelo (ver tabla 5.2), que vale $C = 1$ para suelos duros (tipo I), como roca compacta, suelo cementado o granular muy denso; $C = 1.4$ para suelos intermedios (tipo II), como suelos granulares o cohesivos de compacidad media a dura y $C = 1.8$ para suelos blandos (tipo III) como suelo granular suelto o suelo cohesivo medio o blando, (para mayores detalles, ver apartados 2.3.1 y c.2.3.1 de la normativa, sobre la clasificación de los suelos).

La normativa añade también que para determinar el tipo de terreno se puede utilizar el ensayo SPT (Standard Penetration Test) para terrenos granulares, la resistencia a compresión simple para terrenos cohesivos y la técnica de estudio de la velocidad de propagación de ondas en todos los casos. Por otro lado, la normativa no contempla el colapso del terreno por licuefacción.

Por último, el coeficiente de contribución K , que tiene en cuenta la peligrosidad sísmica de la zona, puede obtenerse del anejo 1 de la normativa NCSE-94. Para la ciudad de Sevilla, dicha tabla proporciona: $a_b/g = 0.07$ y $K = 1.2$.

La normativa contiene también una tabla resumen, que ayuda a calcular los períodos T_0 , T_1 y la ordenada espectral $\alpha(T_0)$, para valores seleccionados de C y K . Esto se puede ver en la tabla 5.3.

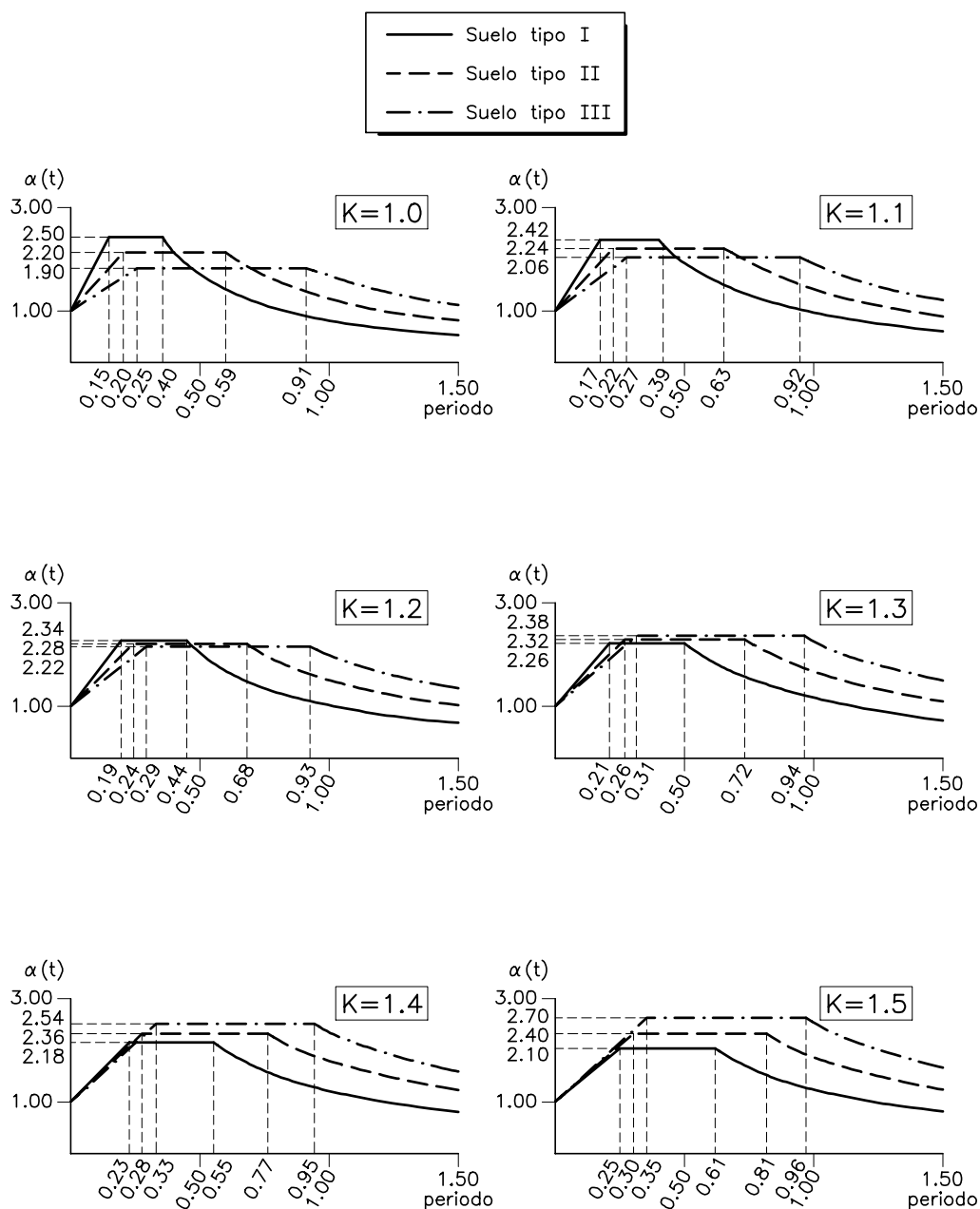


Figura 5.2 Espectros elásticos de respuesta.

Tabla 5.2 Coeficiente de suelo C

Tipo de Terreno	Coeficiente C
Tipo I	1.0
Tipo II	1.4
Tipo III	1.8

Tabla 5.3 Valores de T_0 , T_I y $\alpha(T_0)$

	C	1.0	1.1	K 1.2	1.3	1.4	1.5
T_0	1.0	0.15	0.17	0.19	0.21	0.23	0.25
	1.4	0.20	0.22	0.24	0.26	0.28	0.30
	1.8	0.25	0.27	0.29	0.31	0.33	0.35
T_I	1.0	0.34	0.39	0.44	0.50	0.55	0.61
	1.4	0.59	0.63	0.68	0.72	0.77	0.81
	1.8	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96
$\alpha(T_0)$	1.0	2.50	2.42	2.34	2.26	2.18	2.10
	1.4	2.20	2.24	2.28	2.32	2.36	2.40
	1.8	1.90	2.06	2.22	2.38	2.54	2.70

- *Coefficiente de reducción por ductilidad* (ver la tabla 5.4). Permite considerar la no linealidad estructural de una manera simplificada (ver los apartados 2.3.2 y 4.4). La normativa adopta la forma simple expresada en la ecuación 4.10c, donde la reducción de ductilidad es independiente del período (ver 3.7.3.1 de la normativa). Es decir

$$\rho = \mu \quad \forall \quad T_i \quad (5.10b)$$

Tabla 5.4 Valores del coeficiente de respuesta β .

Los valores de del coeficiente de ductilidad oscilan entre $1 \leq \mu \leq 4$, para estructuras que van de no tener ductilidad a aquellas muy ductiles.

- *Factor de modificación de respuesta por amortiguamiento.* Permite introducir modificaciones por amortiguamiento en la respuesta estructural, puesto que el espectro de la normativa esta contruido para un amortiguamiento tipo de $\nu = 5\%$ del crítico. Para ello propone la siguiente expresión (ver apartados 3.7.3.1 y 2.3.2 de la normativa):

$$v = \begin{cases} \left(\frac{5}{\nu[\%]} \right)^{0.4} & \forall \quad T_i \geq T_0 \\ \frac{T_i}{T_0} \left[\left(\frac{5}{\nu[\%]} \right)^{0.4} - 1 \right] + 1 & \forall \quad 0 \leq T_i \leq T_0 \end{cases} \quad (5.10c)$$

Sustituyendo las ecuaciones 5.10 en la 5.9, se obtiene la aceleración espectral dada por la normativa para el grado de libertad i

$$(S_a)_i = \underbrace{R \ a_b \ \alpha(T_i)}_{\bar{\alpha}(T_i)} \left(\frac{v}{\mu} \right) \quad (5.11)$$

Sustituyendo esta última en la ecuación 5.6 se expresa el desplazamiento máximo del piso r para el modo de vibración i (ver apartado 3.6.2.2 de la normativa y la ecuación 3.34). Esto es:

$$(\varphi_{ri})^{\max} = \frac{(S_a)_i}{\omega_i^2} A_{ri} = \frac{R \ a_b \ \alpha(T_i) \ \left(\frac{v}{\mu} \right)}{\omega_i^2} A_{ri} \quad (5.12)$$

5.2.2 Cálculo de la fuerza sísmica equivalente

Sustituyendo la ecuación 5.11 en la 5.8, se obtiene la expresión de la fuerza sísmica equivalente en el piso r y el modo i , en la forma existente en la normativa (ver el apartado 3.7.3 de la normativa y también las ecuaciones 3.38 y 4.3). Esto es:

$$\begin{aligned} (F_{ri})^{\max} &= G_r \frac{\bar{\alpha}(T_i) \left(\frac{v}{\mu} \right)}{g} A_{ri} \\ (F_{ri})^{\max} &= G_r \frac{R \ a_b \ \alpha(T_i) \ \left(\frac{v}{\mu} \right)}{g} A_{ri} \\ (F_{ri})^{\max} &= G_r \underbrace{\left(\frac{R \ a_b}{g} \right)}_{c_i} \alpha(T_i) \ \beta \ A_{ri} = G_r \ s_{ri} \end{aligned} \quad (5.13)$$

donde c_i es el coeficiente sísmico para un oscilador con un grado de libertad, $\beta = \frac{v}{\mu}$ es el denominado *coeficiente de respuesta* (ver la tabla 3.1 de la normativa NCSE-94) y s_{ri} el *coeficiente sísmico* correspondiente a la planta r y al modo de vibración i . Este valor coincide exactamente con el coeficiente sísmico definido para un sistema con un grado de libertad en la ecuación 2.11

$$s_{ri} = c_i(T_i, \nu_i) A_{ri} \quad (5.14)$$

tal que la expresión del coeficiente sísmico c_i para un factor de amortiguamiento del 5% del crítico, según lo expresan las normativas, vale (ver la ecuación 2.8c):

$$\begin{aligned} c_i &= \frac{(S_a)_i}{g} = \frac{R a_b \alpha(T_i) \left(\frac{v}{\mu}\right)}{g} = \\ &= \frac{R a_b \left(\frac{v}{\mu}\right)}{g} \left| \omega_i \int_0^t a(\tau) e^{-0.05\omega_i(t-\tau)} \sin(\omega_i(t-\tau)) d\tau \right|_{\max} \end{aligned} \quad (5.15)$$

5.3 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Considérese una estructura como la que se muestra en la figura 5.3, sometida a una aceleración sísmica $a(t)$, cuyo espectro sísmico de respuesta corresponde al de la *Normativa Española NCSE-94*. Se requiere calcular la fuerza máxima en cada grado de libertad y el desplazamiento correspondiente. La estructura está construida de hormigón armado con cerramientos en muros de mampostería. La construcción se sitúa en la ciudad de Sevilla sobre un terreno del *tipo II* (ver el apartado 2.3.1 y la tabla 2.3 de la normativa).

Con los datos del problema se recurre la normativa y se obtiene:

I) *Datos básicos:*

- Tipo de terreno. Se considera un *terreno intermedio tipo II* para el cual se obtiene de tabla 5.2 (ver también en la tabla 2.3 de la normativa), el *coeficiente de suelo* $C = 1.4$.
- Peligrosidad y aceleración sísmica básica. Del anejo 1 de la normativa, se obtiene para la ciudad de Sevilla una *aceleración sísmica básica* $a_b/g = 0.07$ y un *coeficiente de contribución* $K = 1.2$.
- Tipo de estructura. Se tiene una estructura de hormigón armado con cerramientos de muros de ladrillos. Se adopta un *amortiguamiento* de $\nu = 7\%$ y una *ductilidad estructural* baja, de $\mu = 2$. Con estos valores, se obtiene de tabla 5.4 (según la normativa tabla 3.1), un *coeficiente de respuesta* de $\beta = v/\mu = 0.44$; tal que el *factor de modificación del espectro*

v , puede obtenerse de la expresión 5.10c (ver apartados 3.7.3.1 y 2.3.2 de la normativa).

II) Valores característicos del espectro de aceleraciones:

Utilizando las expresiones explícitas, del apartado 5.1 (o también del apartado 2.3 de la normativa), se obtienen los valores de los períodos característicos T_0 y T_I del espectro de respuesta

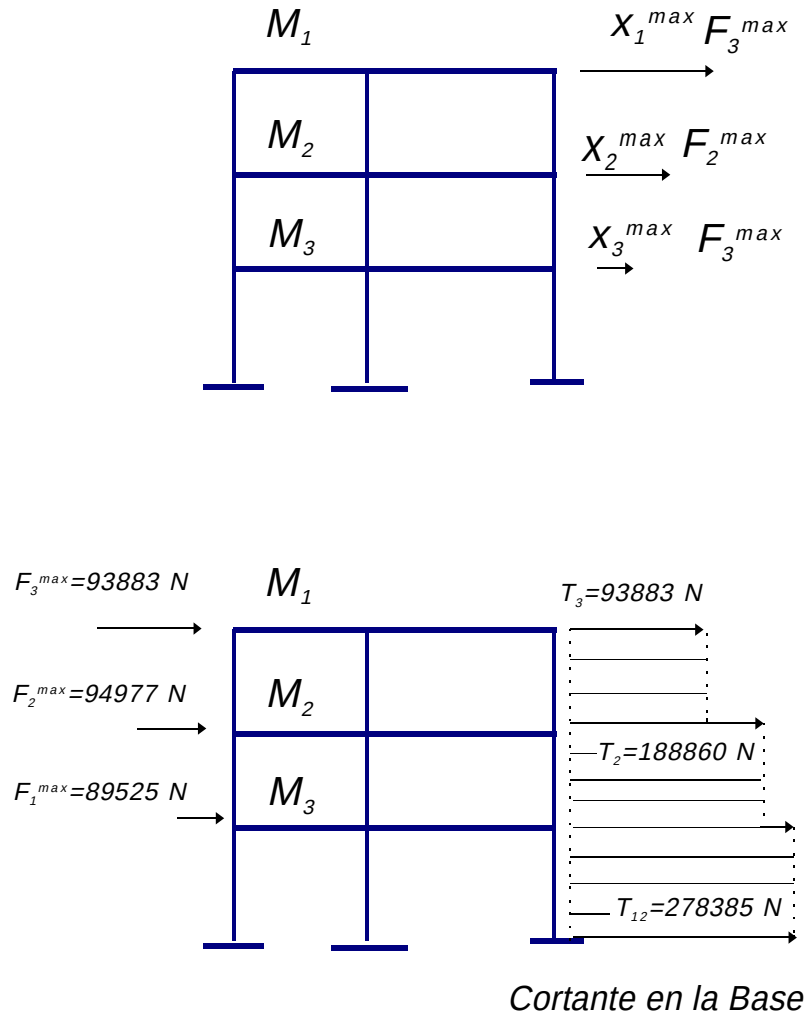


Figura 5.3 Pórtico plano con dintel rígido, sometido a la acción sísmica.

$$T_0 = 0.125 C + 0.2 K - 0.175 = 0.125 \times 1.4 + 0.2 \times 1.2 - 0.175 = 0.24 \text{ s}$$

$$\alpha(T_0) = (3 C - 3.8) (K - 1.25) + 2.30 =$$

$$= (3 \times 1.4 - 3.8)(1.2 - 1.25) + 2.30 = 2.28 \text{ m/s}^2$$

$$T_i = \frac{0.215 \text{ K} (5 \text{ C} - 1)}{\alpha(T_0)} = \frac{0.215 \times 1.2(5 \times 1.4 - 1)}{2.28} = 0.68s$$

Estos mismos resultados se pueden obtener de la tabla 5.3 (correspondiente a la tabla 2.2 de la normativa). Para ello se entra con $C = 1.4$ y $K = 1.2$, y se obtiene: $T_0 = 0.24 \text{ s}$, $T_I = 0.68 \text{ s}$ y $\alpha(T_0) = 2.28 \text{ m/s}^2$.

III) Determinación de los valores y vectores propios:

Para simplificar la presentación, se considera la estructura como un oscilador de masas concentradas en cada nivel (piso). Esta hipótesis permite resolver la estructura del edificio como modelo de *pórtico de cortante* con tres grados de libertad, uno por cada nivel (ver la figura 5.3 y el apartado 3.3). Así, las matrices de masa y rigidez son:

$$\mathbf{M} = 10^4 \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = 10^7 \begin{bmatrix} 5 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

y, siguiendo cualquier método para el cálculo de valores y vectores propios, se obtienen las frecuencias fundamentales ω_i y las formas de vibración φ_i correspondiente a cada modo i :

$$\Phi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2.15 & 0.89 & -1.04 \\ 3.31 & -1.46 & 0.41 \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{Bmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.92 \\ 12.69 \\ 18.81 \end{Bmatrix}$$

Se considera además: $\nu = \nu_1 = \nu_2 = \nu_3 = 0.07$

IV) Fuerzas y desplazamientos máximos en el primer modo de vibración:

Determinación del período fundamental:

$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{2\pi}{5.92} = 1.061s > T_i = 0.68s$$

De las expresiones presentadas en el apartado III.b (apartado 2.3 de la normativa), resulta la *ordenada espectral elástica* correspondiente al dominio $T_1 \geq T_i$. Esto es:

$$\alpha(T_1) = \alpha(T_0) \frac{T_i}{T_1} = 2.28 \frac{0.68}{1.061} = 1.46 \text{ m/s}^2$$

Esto mismo se obtiene a partir de los gráficos espectrales, figura 5.2 (figura c2.1 de la normativa) para $K = 1.2$, suelo tipo III y $T_1 = 1.061$. Además, la influencia del amortiguamiento se obtiene de la fórmula 5.10c (apartado 2.3.2 de la normativa)

$$\text{para } T_1 \geq T_0 \quad , \quad v = \left(\frac{5}{7}\right)^{0.4} = 0.874$$

y, con la ductilidad $\rho = \mu = 2$ (ver el significado de esta hipótesis en la ecuación 14c), resulta

$$\beta = \frac{v}{\rho} = \frac{0.874}{2} = 0.437 \simeq 0.44$$

valor que es igual al obtenido de tabla 5.4 (tabla 3.1 de la normativa NCSE-94).

Considerando el factor de riesgo para un período de vida de la construcción de 100 años, se obtiene de tabla 2.1 de la normativa el valor de $R = 1.3$. Este valor puede obtenerse también mediante la fórmula $R = (t/50)^{0.37} = (100/50)^{0.37} = 1.3$.

A este punto puede decirse que el coeficiente sísmico para un oscilador a un grado de libertad vale (expresiones 5.9 y 5.15)

$$c_1 = \frac{(S_a)_1}{g} = R \underbrace{\frac{a_b}{g} \alpha(T_1)}_{\bar{\alpha}(T_1)} \beta = 1.3 \times 0.07 \times 1.46 \times 0.44 = 0.0584$$

Para obtener el coeficiente sísmico en cada uno de los grados de libertad del *primer modo de vibración*, es necesario multiplicar el coeficiente sísmico c_1 de un oscilador a un grado de libertad antes obtenido, por el *factor de distribución sísmica* A_{r1} , correspondiente al *primer modo* y planta r , tal como se ha presentado en las expresiones 5.6 y 5.8 (ver en la normativa el apartado 3.7.3.2)

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \left[\boldsymbol{\varphi}_1 \frac{\overbrace{\sum_{r=1}^3 M_r \varphi_{r1}}^{Q_1}}{\sum_{r=1}^3 M_r (\varphi_{r1})^2} \right] = \left[\boldsymbol{\varphi}_1 \frac{\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{M} \{1\}}{\boldsymbol{\varphi}_1^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_1} \right] = \\ &= \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 2.15 \\ 3.31 \end{Bmatrix} \frac{(1 \times 20 \cdot 10^4) + (2.15 \times 15 \cdot 10^4) + (3.31 \times 10 \cdot 10^4)}{(1^2 \times 20 \cdot 10^4) + (2.15^2 \times 15 \cdot 10^4) + (3.31^2 \times 10 \cdot 10^4)} = \\ &= \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 2.15 \\ 3.31 \end{Bmatrix} 0.429 = \begin{Bmatrix} 0.429 \\ 0.922 \\ 1.420 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

y el *coeficiente sísmico* $s_{ri}^\dagger$ para cada grado de libertad valdrá

$$\mathbf{s}_1 = \frac{(S_a)_1}{g} \mathbf{A}_1 = 0.0584 \begin{Bmatrix} 0.429 \\ 0.922 \\ 1.420 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0250 \\ 0.0538 \\ 0.0830 \end{Bmatrix}$$

El *desplazamiento máximo* para todos los grados de libertad (piso) del primer modo se obtiene de la expresión (5.5) o (5.6) (o del apartado 3.6.2.2 de la normativa, para ductilidades menor que $\mu \leq 4$)

$$\begin{aligned} (\mathbf{X})_1^{\max} &= \boldsymbol{\varphi}_1 x_1^{\max} = \boldsymbol{\varphi}_1 \frac{(S_a)_1}{\omega_1^2} Q_1 = \frac{g}{\omega_1^2} \mathbf{s}_1 = \frac{g}{\omega_1^2} \left(R \frac{a_b}{g} \alpha(T_1) \beta \right) \mathbf{A}_1 \\ &= \frac{9.81}{(5.92)^2} \begin{Bmatrix} 0.0250 \\ 0.0538 \\ 0.0830 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.699 \\ 1.505 \\ 2.323 \end{Bmatrix} \times 10^{-2} \end{aligned}$$

La *fuerza estática equivalente máxima* para todos los grados de libertad del primer modo resulta de la expresión 5.7 o 5.8 (o del apartado 3.7.3 de la normativa)

$$\begin{aligned} (\mathbf{F})_1^{\max} &= \mathbf{G} \frac{(S_a)_1}{g} \mathbf{A}_1 = \mathbf{M} g \mathbf{s}_1 = \\ &= 10^4 \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \times 9.81 \times \begin{Bmatrix} 0.0250 \\ 0.0538 \\ 0.0830 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 49050 \\ 79166 \\ 81423 \end{Bmatrix} [N] \end{aligned}$$

V) Fuerzas y desplazamientos máximos en el segundo modo de vibración:

A continuación se repite el mismo cálculo desarrollado en el apartado anterior para el segundo modo de vibración, por lo que sólo se hará una presentación resumen de los pasos fundamentales.

- *Determinación del período fundamental:*

$$T_2 = \frac{2\pi}{\omega_2} = \frac{2\pi}{12.69} = 0.495s \quad T_0 = 0.245s < T_2 \leq T_i = 0.68s$$

- *Determinación de la ordenada espectral elástica:*

$$\alpha(T_2) = \alpha(T_0) = 2.28 \text{ m/s}^2$$

[†] El coeficiente sísmico por cada grado de libertad r correspondiente al modo de vibración i se puede expresar (ver la ecuación 5.14):

$$s_{ri} = c_i A_{ri} = \frac{(S_a)_i}{g} A_{ri} = \frac{(S_a)_i}{g} \varphi_{ri} Q_i = \frac{(\bar{S}_a)_i}{g} \varphi_{ri}$$

- *Factor de modificación de la ordenada del espectro elástico en función del amortiguamiento:*

$$\text{para } T_2 \geq T_0 \quad , \quad v = \left(\frac{5}{7}\right)^{0.4} = 0.874$$

- *Cálculo del coeficiente de respuesta para ductilidad estructural $\rho = \mu = 2$:*

$$\beta = \frac{v}{\rho} = \frac{0.874}{2} = 0.437 \simeq 0.44$$

- *Cálculo del factor de riesgo para un período de vida de la construcción de 100 años:*

$$R = \left(\frac{t}{50}\right)^{0.37} = \left(\frac{100}{50}\right)^{0.37} = 1.3$$

- *Coeficiente sísmico para un oscilador a un grado de libertad:*

$$c_2 = \frac{(S_a)_2}{g} = R \underbrace{\frac{a_b}{g} \alpha(T_2)}_{\bar{\alpha}(T_2)} \beta = 1.3 \times 0.07 \times 2.28 \times 0.44 = 0.0913$$

- *Cálculo del coeficiente sísmico en cada grado de libertad del segundo modo de vibración:*

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_2 &= \left[\varphi_2 \frac{\overbrace{\sum_{r=1}^3 M_r \varphi_{r2}}^{Q_2}}{\sum_{r=1}^3 M_r (\varphi_{r2})^2} \right] = \left[\varphi_2 \frac{\varphi_2^T \mathbf{M} \{1\}}{\varphi_2^T \mathbf{M} \varphi_2} \right] = \\ &= \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 0.89 \\ -1.46 \end{Bmatrix} \frac{(1 \times 20 \cdot 10^4) + (0.89 \times 15 \cdot 10^4) + (-1.46 \times 10 \cdot 10^4)}{(1^2 \times 20 \cdot 10^4) + (0.89^2 \times 15 \cdot 10^4) + (-1.46^2 \times 10 \cdot 10^4)} = \\ &= \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 0.89 \\ -1.46 \end{Bmatrix} 0.353 = \begin{Bmatrix} 0.353 \\ 0.314 \\ -0.514 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

- Coeficiente sísmico $s_{r,2}$ por cada grado de libertad r .

$$\mathbf{s}_2 = \frac{(S_a)_2}{g} \mathbf{A}_2 = 0.0913 \begin{Bmatrix} 0.353 \\ 0.314 \\ -0.514 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0322 \\ 0.0286 \\ -0.0469 \end{Bmatrix}$$

- Cálculo del desplazamiento máximo para todos los grados de libertad (piso) del segundo modo, para ductilidades menor que $\mu \leq 4$.

$$\begin{aligned} (\mathbf{X})_2^{\max} &= \boldsymbol{\varphi}_2 x_2^{\max} = \boldsymbol{\varphi}_2 \frac{(S_a)_2}{\omega_2^2} Q_2 = \frac{g}{\omega_2^2} \mathbf{s}_2 = \frac{g}{\omega_2^2} \left(R \frac{a_b}{g} \alpha(T_2) \beta \right) \mathbf{A}_2 \\ &= \frac{9.81}{(12.69)^2} \begin{Bmatrix} 0.0322 \\ 0.0286 \\ -0.0469 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.1962 \\ 0.1742 \\ -0.2857 \end{Bmatrix} \times 10^{-2} \end{aligned}$$

- Cálculo de la fuerza estática equivalente máxima para todos los grados de libertad del segundo modo.

$$\begin{aligned} (\mathbf{F})_2^{\max} &= \mathbf{G} \frac{(S_a)_2}{g} \mathbf{A}_2 = \mathbf{M} g \mathbf{s}_2 = \\ &= 10^4 \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \times 9.81 \times \begin{Bmatrix} 0.0322 \\ 0.0286 \\ -0.0469 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 63176 \\ 42084 \\ -46008 \end{Bmatrix} [N] \end{aligned}$$

VI) Fuerzas y desplazamientos máximos en el tercer modo de vibración:

A continuación se repite para el tercer modo de vibración el mismo cálculo desarrollado para el segundo y el primer modo.

- Determinación del período fundamental.

$$T_3 = \frac{2\pi}{\omega_3} = \frac{2\pi}{18.81} = 0.334s \quad T_0 = 0.245s < T_3 \leq T_i = 0.68s$$

- Determinación de la ordenada espectral elástica.

$$\alpha(T_3) = \alpha(T_0) = 2.28 \text{ m/s}^2$$

- *Factor de modificación de la ordenada del espectro elástico en función del amortiguamiento.*

$$\text{para } T_3 \geq T_0 \quad , \quad v = \left(\frac{5}{7}\right)^{0.4} = 0.874$$

- *Cálculo del coeficiente de respuesta para ductilidad estructural $\rho = \mu = 2$.*

$$\beta = \frac{v}{\rho} = \frac{0.874}{2} = 0.437 \simeq 0.44$$

- *Cálculo del factor de riesgo para un período de vida de la construcción de 100 años.*

$$R = \left(\frac{t}{50}\right)^{0.37} = \left(\frac{100}{50}\right)^{0.37} = 1.3$$

- *Coeficiente sísmico para un oscilador a un grado de libertad.*

$$c_3 = \frac{(S_a)_3}{g} = R \underbrace{\frac{a_b}{g} \alpha(T_3)}_{\bar{\alpha}(T_3)} \beta = 1.3 \times 0.07 \times 2.28 \times 0.44 = 0.0913$$

- *Cálculo del coeficiente sísmico en cada grado de libertad del tercer modo de vibración.*

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_3 &= \left[\boldsymbol{\varphi}_3 \frac{\overbrace{\sum_{r=1}^3 M_r \varphi_{r3}}^{Q_3}}{\sum_{r=1}^3 M_r (\varphi_{r3})^2} \right] = \left[\boldsymbol{\varphi}_3 \frac{\boldsymbol{\varphi}_3^T \mathbf{M} \{1\}}{\boldsymbol{\varphi}_3^T \mathbf{M} \boldsymbol{\varphi}_3} \right] = \\ &= \begin{Bmatrix} 1.00 \\ -1.04 \\ 0.41 \end{Bmatrix} \frac{(1 \times 20 \cdot 10^4) + (-1.04 \times 15 \cdot 10^4) + (0.41 \times 10 \cdot 10^4)}{(1^2 \times 20 \cdot 10^4) + (-1.04^2 \times 15 \cdot 10^4) + (0.41^2 \times 10 \cdot 10^4)} = \\ &= \begin{Bmatrix} 1.00 \\ -1.04 \\ 0.41 \end{Bmatrix} 0.224 = \begin{Bmatrix} 0.224 \\ -0.233 \\ 0.092 \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

- *Coeficiente sísmico* s_{r3} por cada grado de libertad r .

$$\mathbf{s}_3 = \frac{(S_a)_3}{g} \mathbf{A}_3 = 0.0913 \begin{Bmatrix} 0.224 \\ -0.233 \\ 0.092 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0205 \\ -0.0213 \\ 0.0084 \end{Bmatrix}$$

- *Cálculo del desplazamiento máximo para todos los grados de libertad (piso) del tercer modo, para ductilidades menores que $\mu \leq 4$.*

$$\begin{aligned} (\mathbf{X})_3^{\max} &= \boldsymbol{\varphi}_3 x_3^{\max} = \boldsymbol{\varphi}_3 \frac{(S_a)_3}{\omega_3^2} Q_3 = \frac{g}{\omega_3^2} \mathbf{s}_3 = \frac{g}{\omega_3^2} \left(R \frac{a_b}{g} \alpha(T_3) \beta \right) \mathbf{A}_3 \\ &= \frac{9.81}{(18.81)^2} \begin{Bmatrix} 0.0205 \\ -0.0213 \\ 0.0084 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5.793 \\ -6.020 \\ 2.37 \end{Bmatrix} \times 10^{-5} \end{aligned}$$

- *Cálculo de la fuerza estática equivalente máxima para todos los grados de libertad del tercer modo.*

$$\begin{aligned} (\mathbf{F})_3^{\max} &= \mathbf{G} \frac{(S_a)_3}{g} \mathbf{A}_3 = \mathbf{M} g \mathbf{s}_3 = \\ &= 10^4 \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix} \times 9.81 \times \begin{Bmatrix} 0.0205 \\ -0.0213 \\ 0.0084 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 40221 \\ -31342 \\ 8230 \end{Bmatrix} [N] \end{aligned}$$

VII) Superposición de los estados máximos

A continuación se realiza la combinación de los resultados obtenidos para los diferentes modos de vibración. Para ello, la normativa recomienda superponer los resultados de *desplazamientos, esfuerzos, tensiones, etc.*, mediante la siguiente regla de combinación, siempre que la magnitud de los períodos de los modos a combinar difieran entre sí en más de un 10% (véase también el apartado 3.5).

$$\boldsymbol{\chi} = \sqrt{\sum_{i=1}^r \boldsymbol{\chi}_i^2}$$

siendo r el número de modos mas significativos que participan en la respuesta estructural. Para los casos en que los períodos correspondientes a cada modo, difieran en más de un 10%, el efecto resultante máximo, *desplazamiento, fuerza, etc.* se puede calcular como una suma directa de valores absolutos.

VII-a) *Cálculo de la fuerza máxima.* La distribución de las fuerzas estáticas equivalentes en cada grado de libertad de la estructura, resultan del siguiente cálculo (ver figura 5.3):

$$(\mathbf{F})^{\max} = \sqrt{\begin{Bmatrix} 49050^2 \\ 79166^2 \\ 81423^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 63176^2 \\ 42084^2 \\ -46008^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 40221^2 \\ -31342^2 \\ 8230^2 \end{Bmatrix}} = \begin{Bmatrix} 89525 \\ 94977 \\ 93883 \end{Bmatrix} [N]$$

VII-b) *Cálculo del desplazamiento.* Los desplazamientos máximos en cada grado de libertad de la estructura resultan del siguiente cálculo:

$$\begin{aligned} (\mathbf{X})^{\max} &= \sqrt{\begin{Bmatrix} (0.699 \times 10^{-2})^2 \\ (1.505 \times 10^{-2})^2 \\ (2.323 \times 10^{-2})^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (0.1962 \times 10^{-2})^2 \\ (0.1742 \times 10^{-2})^2 \\ (-0.2857 \times 10^{-2})^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} (5.793 \times 10^{-5})^2 \\ (-6.020 \times 10^{-5})^2 \\ (2.37 \times 10^{-5})^2 \end{Bmatrix}} = \\ &= \begin{Bmatrix} 0.726 \times 10^{-2} \\ 1.510 \times 10^{-2} \\ 2.340 \times 10^{-2} \end{Bmatrix} [m] \end{aligned}$$

Capítulo 6

Recomendaciones de diseño en las normativas sismorresistentes

6.1 RECOMENDACIONES DE DISEÑO CONCEPTUAL

6.1.1 Generalidades

El diseño es un proceso que, partiendo de requisitos en la función, construcción, costo y estética de una estructura, proporciona una descripción completa de un modelo. En la ingeniería estructural, dicha descripción se refiere a las características de las componentes estructurales, tales como pórticos, pantallas a cortante, conexiones, apoyos, etc. Durante el proceso de diseño deben hacerse razonamientos y tomarse decisiones referentes a aspectos tan importantes como la definición de las fuerzas de diseño, decidir las técnicas de cálculo, la elección de una cierta tipología estructural y de un cierto material, así como al objetivo de realizar un diseño económico y, en lo posible, óptimo. Existen, generalmente, varias soluciones para el mismo problema de diseño y, en consecuencia, los requisitos de diseño dependen de la solución adoptada. Por ejemplo, en un diseño a acciones dinámicas de un edificio, en el propio modelo estructural se incorporan masas que no son conocidas con exactitud a priori y que modifican la función resistente de la misma estructura; por esta razón, el proceso de diseño es iterativo (Bozzo y Barbat 1995a). Es justamente en el caso sísmico cuando es esencial aplicar unos principios muy rigurosos de diseño. Esto se debe al hecho de que en este caso el riesgo de daño estructural que se acepta es mucho mayor que en el caso de otras acciones.

La primera etapa en un proceso de diseño sismorresistente de una estructura es el diseño conceptual, que proporciona descripciones cualitativas de las soluciones de diseño a partir de un conocimiento profundo de las leyes del equilibrio, de la compatibilidad, de las características de los materiales y a partir de la experiencia. Esta etapa es fundamental para el diseño, pues condiciona el

comportamiento estructural global durante la acción de los terremotos. Como el espacio de soluciones suele ser muy grande y no es práctico evaluar en detalle cada una de las posibles alternativas, dicha evaluación se realiza generalmente mediante criterios *heurísticos*. Estos están fundamentados en razonamientos inductivos, en los cuales el proyectista utiliza su experiencia y el estudio de diseños anteriores de estructuras similares y de su comportamiento sísmico. La aplicación de criterios de este tipo ha hecho que muchas estructuras diseñadas en el pasado, sin la aplicación de unos métodos de cálculo adecuados, hayan tenido un buen diseño conceptual y, consecuentemente, un adecuado comportamiento durante las acciones sísmicas (Billington 1990).

La utilización de criterios heurísticos se hace aun más necesaria si se piensa en que los cálculos de evaluación de las diferentes soluciones de diseño contempladas, aunque parezca paradójico, pueden oscurecer, en ciertas circunstancias, el comportamiento inadecuado de las mismas. Para explicar este hecho, debe tenerse en cuenta que en la práctica, las estructuras sismorresistentes se diseñan empleando criterios tales como mecanismos alternativos de transmisión de cargas, modos de fallo dúctiles o capacidad de disipar energía (Aktan y Bertero 1984). Para obtener la información necesaria sobre un posible incumplimiento de alguno de estos criterios de mayor interés, se requieren modelos dinámicos, matemáticos y numéricos sofisticados, y en la práctica del diseño de edificios no suelen utilizarse modelos de este tipo. Por ejemplo, un análisis sísmico de una estructura, empleando el método de los elementos finitos, pero sin considerar la fisuración del hormigón, puede convencer al proyectista de que la solución adoptada es adecuada sin que en la realidad lo sea. Además de esto, durante la fase de diseño conceptual no se suele disponer de toda la información necesaria para realizar un análisis numérico realista. Factores importantes como el tipo de suelo, acelerogramas, influencia de los elementos no-estructurales, características de los materiales, etc., se definen en etapas posteriores del proceso de diseño (Bozzo y Barbat 1995a). Por todos estos motivos, un buen diseño conceptual es particularmente importante en el caso de los edificios sismorresistentes, en los cuales las cargas sísmicas pueden ser severas y, en general, muy superiores a las cargas consideradas en las normativas actuales de diseño.

Es habitual en el diseño sismorresistente de edificios considerar varios niveles de protección de las estructuras, dependiendo de los criterios de diseño considerados por el proyectista. Dichos niveles o *estados límite de diseño* están relacionados con mantener en funcionamiento normal todas las instalaciones de una estructura, con minimizar los daños y prevenir la pérdida de vidas. Además de esto, el grado de protección antisísmica de las estructuras depende de la voluntad de la sociedad de hacer sacrificios y de las restricciones económicas propias de la sociedad. Este último aspecto está claramente contemplado en las normativas sismorresistentes de cada país, a través de las recomendaciones de diseño que realizan. Según Paulay y Priestley (1992) pueden definirse los siguientes estados límite de diseño:

- ▷ **Estado límite de servicio.** Requiere el normal funcionamiento del edificio y de todas las instalaciones que pueda contener durante los terremotos frecuentes, de pequeña intensidad. Implica que no se produzca ningún daño en la estructura, en las componentes no estructurales o en su contenido. El criterio de diseño es la limitación de los desplazamientos, que se consigue asegurando la suficiente rigidez para que no se produzca un comportamiento no lineal de la estructura. En los edificios de mampostería o de hormigón armado pueden producirse fisuras pero no la fluencia de la armadura, un agrietamiento importante o el aplastamiento del hormigón o de la mampostería.
- ▷ **Estado límite de control del daño.** Para terremotos mayores que los corespondientes al estado límite de servicio, se admite que se produzcan ciertos daños estructurales. La fluencia de la armadura producirá grietas grandes y la estructura requerirá reparación después del terremoto. Este estado límite constituye una demarcación entre los daños estructurales económicamente reparables y los que no pueden repararse con un coste razonable. La probabilidad de que ocurra durante la vida de una estructura un terremoto capaz de producir daños de este tipo debe de ser baja. Obviamente, el criterio de diseño es que la estructura sometida a una acción de este tipo sea totalmente reparable.
- ▷ **Estado límite de supervivencia.** Requiere que no se produzcan pérdidas de vida durante el más fuerte terremoto que puede ocurrir en la zona del emplazamiento del edificio. Por esto, el único requisito de diseño es asegurar la supervivencia. Evidentemente, se admiten daños importantes, en la mayoría de los casos irreparables, tanto en la estructura como en su contenido, pero se debe evitar el colapso.

Es importante resaltar que las fronteras entre las características de los terremotos correspondientes a estos tres niveles de protección son algo difusas. Por este motivo, las normativas de diseño sismorresistente simplifican el problema, considerando generalmente dos niveles de protección y, a veces solamente uno. Este hecho añade incertidumbres a la definición de la acción realizada en las diferentes normativas. Como consecuencia, para alcanzar un diseño fiable de los edificios es esencial utilizar tipologías estructurales que no sean excesivamente sensibles a la falta de exactitud de la predicción de la acción sísmica.

6.1.2 Tipologías de edificios utilizadas en zonas sísmicas

Muchos de los errores conceptuales, de diseño y de construcción que se cometen y que son la causa de fuertes daños, se deben al uso de tipologías estructurales tradicionales, que por ciertas razones no han sido abandonadas. Por este motivo, la primera tarea de un proyectista es la de elegir un sistema estructural que pueda

conducir a un comportamiento sísmico satisfactorio, teniendo en cuenta también los otros requisitos de diseño (función, arquitectónicos, coste, etc.). En este sentido, todos los especialistas están de acuerdo hoy en día en que deben emplearse en el diseño sismorresistente de edificios tipologías estructurales, tanto para las estructuras de hormigón armado como para las de mampostería, que tengan más ductilidad. Esto requiere que se seleccionen las configuraciones estructurales que cumplan los siguientes requisitos (Paulay y Priestley 1992):

- ▷ Sean adecuadas para un comportamiento inelástico global de la estructura.
- ▷ Permitan predefinir zonas donde se concentren las deformaciones inelásticas.
- ▷ Permitan incrementar la resistencia estructural en ciertos modos de deformación que deben permanecer elásticos y reducirla en los modos inelásticos. Esto permite evitar que se produzcan deformaciones inelásticas en zonas donde no se deseen.

Estos conceptos constituyen la base del *criterio de diseño por capacidad*. Los sistemas estructurales más utilizados en los nuevos diseños de edificios sismorresistentes son los siguientes:

- ▶ **Edificios porticados**, también llamados **edificios de estructura esquelética**. Su sistema resistente está formado por columnas y vigas conectadas en nudos. Un ejemplo de estructura de este tipo puede verse en la figura 6.1.
- ▶ **Edificios apantallados**. La resistencia de estos edificios a cargas laterales viene proporcionada por pantallas a cortante de mampostería o de hormigón armado. Habitualmente existen otros elementos estructurales como, por ejemplo, pórticos, que absorben las cargas verticales. En la figura 6.2 puede verse un muro de una estructura de este tipo.
- ▶ **Edificios con sistema dual**. En este caso, pórticos de hormigón armado colaboran con muros de mampostería o de hormigón armado, para proporcionar la resistencia de la estructura a cargas laterales.

A estas tipologías pueden añadirse otras, cuya utilización es menos frecuente. Una de ellas es la de los *edificios de paredes de carga*, que pueden ser de mampostería o de hormigón armado, pero que prácticamente ya no se utiliza en los nuevos diseños de edificios. Sin embargo, es una tipología importante, cuyo comportamiento se sigue estudiando, debido al hecho de que la mayoría de las estructuras antiguas que se encuentran en la zona sísmica son de este tipo. Otra es la de los *edificios con núcleo* (véase la figura 6.3). Finalmente, en algunos países se utilizan sistemas prefabricados de hormigón armado, como el de la figura 6.4.

Además de las tipologías enumeradas, en algunas zonas sísmicas se utiliza mucho una tipología estructural que se puede denominar *sistema con columnas*

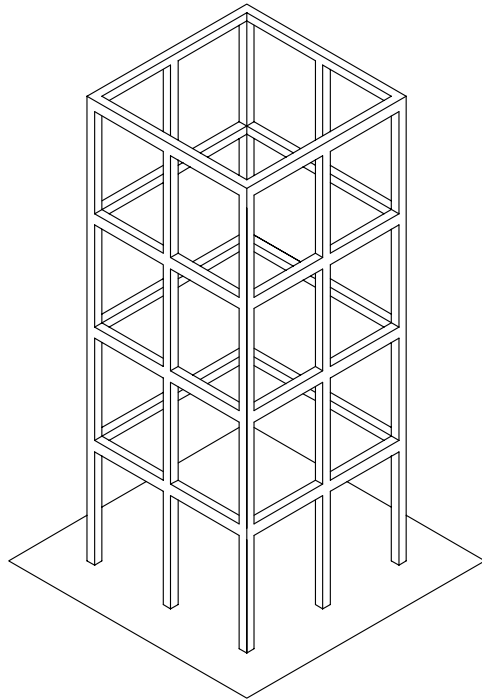


Figura 6.1 Edificio porticado típico.

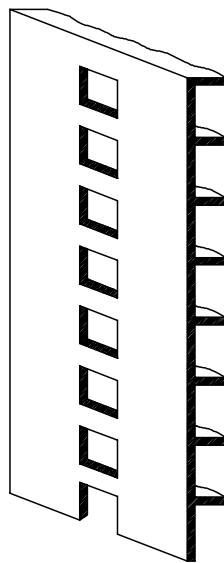


Figura 6.2 Edificio con pantallas a cortante.

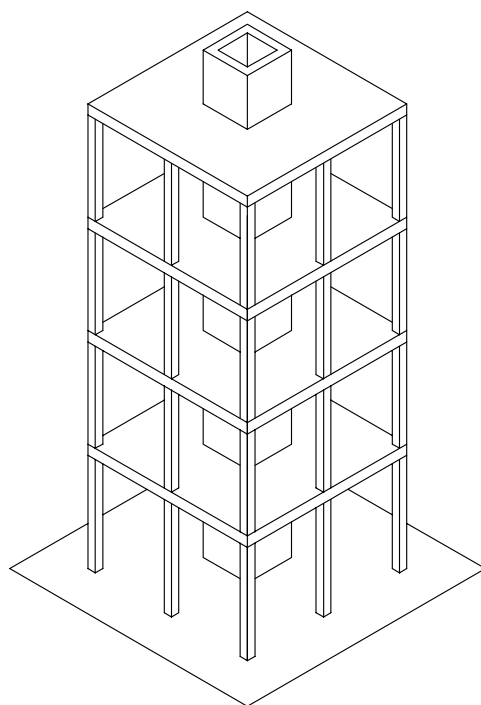


Figura 6.3 Edificio con núcleo.

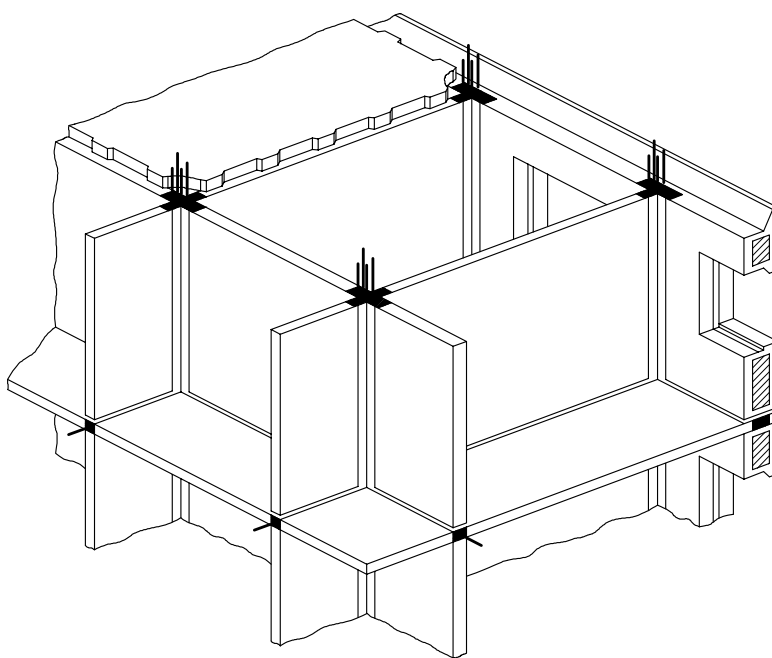


Figura 6.4 Edificio prefabricado.

y *placas planas*. Este sistema estructural no tiene una eficacia requerida por un diseño sismorresistente, puesto que sufre desplazamientos horizontales excesivos y tiene dificultades en transferir las tensiones tangenciales entre columnas y placas, lo que la puede llevar a un fallo frágil. Un sistema de este tipo está representado en la figura 6.5. Existe una subclase de edificios dentro de esta tipología en la cual las placas de hormigón armado se sustituyen por forjados reticulares (véase la foto 6.1). Esto hace que aumente aun más la vulnerabilidad sísmica de la estructura, debido al incremento de su fragilidad.

En el marco de los edificios con columnas y forjados reticulares, en las fotos 6.2-6.6 se presentan algunos casos en los cuales pueden observarse defectos de diseño adicionales a los propios a la misma tipología. Dichos defectos merecen un breve comentario, puesto que son bastante generalizados y se deben a errores típicos cometidos por proyectistas menos expertos en el diseño sismorresistente.

En la foto 6.2 puede verse un edificio con columnas y forjados reticulares con una configuración en el plano en L, forma que no es aconsejable en una zona sísmica por los efectos de torsión que se producen debido a la falta de simetría. Además de esto, las juntas de separación entre los diferentes módulos del edificios están cerradas, es decir no son juntas antisísmicas que puedan reducir el efecto de la torsión, sino solamente de dilatación.

Otra vista del mismo edificio puede verse en la foto 6.3, donde aparecen detalles de otra junta de separación cerrada y se observa como se soluciona el problema de la falta de vigas incorporando en el forjado, en las zonas de intersección con las columnas, una especie de capiteles de hormigón armado.

El edificio de la foto 6.4 es de la misma tipología; como característica de esta estructura puede destacarse la presencia de una planta baja mucho más alta que las demás. Obviamente, esta planta es también mucho más flexible que las otras, caso conocido en la ingeniería sísmica como de *planta débil*. Esta sistema puede necesitar una ductilidad de las columnas tan alta que pueda incluso superar su capacidad. Pero además de esto, en la parte izquierda, la estructura tiene una columna corta, cuya mayor rigidez en comparación con la de las columnas más largas implica un incremento del esfuerzo cortante que puede producir un fallo frágil de la misma.

Por último en el caso del edificio de la foto 6.5, a la falta de simetría se añaden otros defectos. Por ejemplo, las columnas han sido colocadas de manera girada, bajo un ángulo de 45° , respecto a la dirección según la cual se espera el mayor desplazamiento horizontal durante un terremoto. Puede observarse también la presencia de nudos muy débiles en la misma estructura (véase la foto 6.6), hecho que se debe a la solución que se dió al apoyo de los forjados reticulares de forma irregular sobre las columnas. Todos estos aspectos empeoran el comportamiento sísmico del edificio.

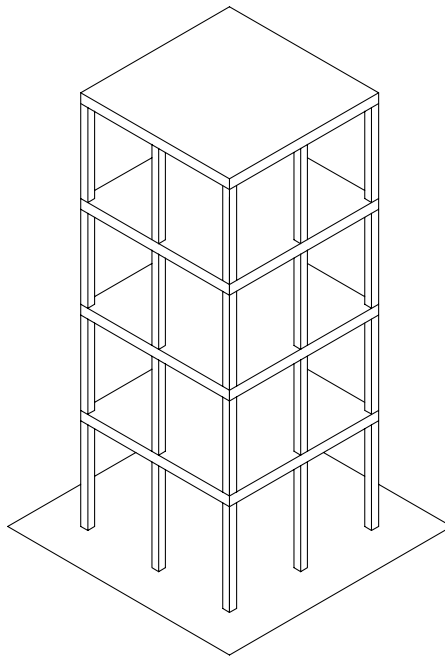


Figura 6.5 Edificio con columnas y losas.



Foto 6.1 Edificio con columnas y forjados reticulares.



Foto 6.2 Edificio con columnnas y forjados reticulares. Puede verse que la junta entre los módulos del edificio no son antisísmicas



Foto 6.3 Detalles del edificio de la foto 6.2. Se ve una junta de separación entre módulos.



Foto 6.4 Columna corta en un edificio con columnnas y forjados reticulares.



Foto 6.5 Columnas colocadas de manera inadecuada a un diseño sísmorresistente en un edificio con columnnas y forjados reticulares.



Foto 6.6 “Nudos” excesivamente débiles en el mismo edificio con columnas y forjados reticulares de la foto 6.5.

6.1.3 Criterios heurísticos de diseño

- **Simetría estructural.** Es una recomendación comúnmente aceptada por todos los diseñadores de estructuras sismorresistentes. Es bien conocido que las estructuras simétricas tienden a distribuir uniformemente los esfuerzos, evitando la torsión y las concentraciones de tensiones y de daño. En el caso en que esta recomendación se incumple, se produce una torsión global de la estructura. El efecto negativo de este fenómeno, originado por excentricidades en planta, ha sido observada en casi todos los terremotos severos de este siglo. La mencionada torsión puede originarse por una distribución asimétrica de las pantallas a cortante y de los pórticos o involuntariamente, por la distribución asimétrica de los tabiques. Por ejemplo, en edificios porticados cuya simetría está interrumpida por un núcleo estructural exterior (véase la figura 6.6), que en muchos casos contiene los ascensores, se produce una torsión global de la estructura con grandes daños en la conexión entre el núcleo y el sistema porticado. Esta situación pueden evitarse desconectando ambos sistemas estructurales o incrementando la rigidez de los pilares opuestos al núcleo de los ascensores, proporcionando simetría al sistema resistente en la dirección X.

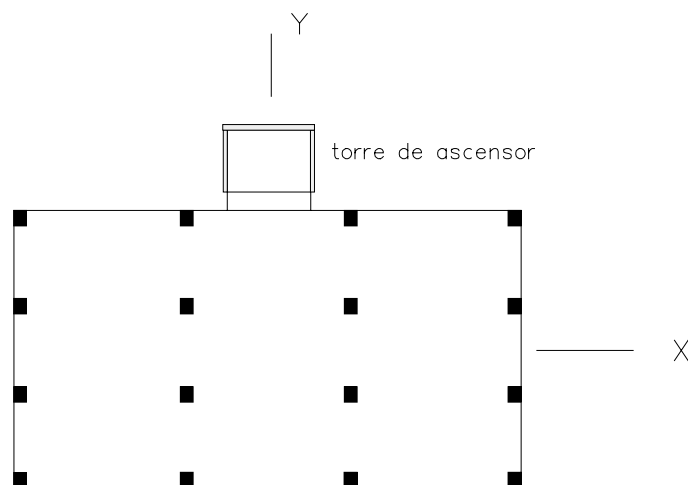


Figura 6.6 Edificio porticado con falta de simetría en planta por la presencia de un núcleo exterior que contiene los ascensores.

- **Redundancia estructural.** En el diseño sísmico es muy recomendable proporcionar mecanismos alternativos de transmisión de cargas laterales, es decir, proporcionar redundancia estructural. No es conveniente emplear estructuras isostáticas ya que se convierten en un mecanismo al formarse la primera rótula plástica. Si por alguna restricción fuese imprescindible utilizar una estructura isostática, se deberían incrementar las cargas de las normativas.

Considérese como ejemplo el edificio de la figura 6.7. La estructura es simétrica, formada por pórticos y dos pantallas a cortante ubicadas en los extremos de la planta. Un análisis tendría como resultado el que ambos muros resisten de manera igual el cortante en la base. Sin embargo, si se considerase una excentricidad accidental, para la cual en las normativas se recomiendan valores del 5% de la mayor dimensión de la planta, el centro de masas CM no coincidiría con el centro de rigidez CR , y la situación cambiaría. Además, en el caso de un comportamiento no lineal la torsión accidental se amplifica, lo que puede causar la degradación progresiva de la estructura (De la Llera y Chopra 1994). Este efecto será particularmente adverso si las pantallas a corte son frágiles. Una posibilidad para reducir este efecto es proporcionar la redundancia estructural, es decir, mecanismos alternativos de transmisión de cargas. En el caso del ejemplo de la figura 6.7, esto consistiría en añadir pantallas a cortante intermedios o diseñar los pórticos como ductiles, con capacidad suficiente de absorber un porcentaje de la carga lateral.

- **Detalles que proporcionan ductilidad.** Con el objetivo de obtener estructuras más económicas, las normativas modernas de diseño sismorresistente reducen considerablemente las cargas sísmicas en función de su ductilidad. De esta forma un objetivo fundamental del diseño sismorresistente

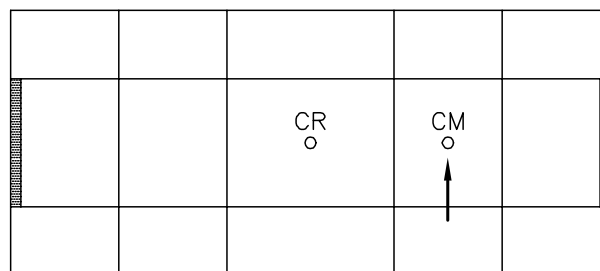


Figura 6.7 La excentricidad accidental hace que el muro de la izquierda falle primero, lo que modificará sustancialmente el centro de rigidez aumentando la torsión.

es evitar un fallo frágil que ocasione la pérdida brusca de capacidad portante. Dentro de ciertos límites de flexibilidad y en función de la acción sísmica, mientras más dúctil sea el sistema estructural, más se podrán reducir las cargas sísmicas y, por ello, su costo será menor, a pesar de que los detalles para lograr una estructura de hormigón armado dúctil también incrementan el costo. Esta idea viene reflejada en la figura 6.8, en la cual puede verse que la demanda impuesta por una acción sísmica real puede llegar a ser muy alta en comparación con los coeficientes sísmicos previstos en las normativas.

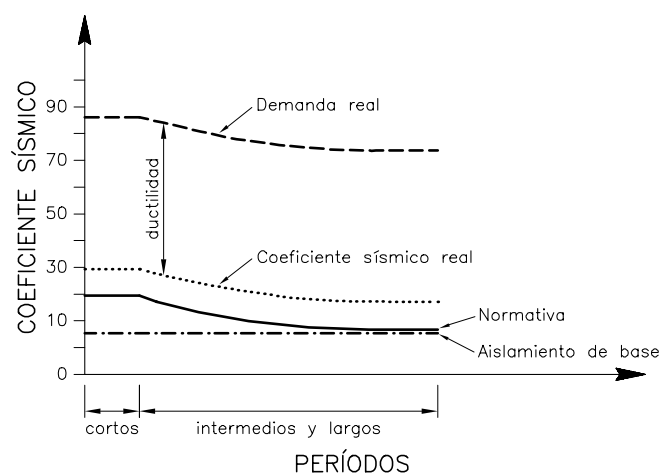


Figura 6.8 El coeficiente sísmico de un edificio expresado como función del período propio.

Aunque por buena construcción los coeficientes sísmicos reales de los edificios tienen la tendencia de alcanzar valores más altos, existe una gran diferencia entre éstos y la demanda real. Esta diferencia está admitida en las normativas al suponerse que a los edificios se les incorporan los detalles de diseño neces-

rios para que tengan el nivel de ductilidad adecuado. Por ejemplo, a partir del terremoto de San Fernando, 1971, en California, se han propuesto recomendaciones para lograr el confinamiento de nudos, así como de longitudes mínimas de anclaje para los redondos, entre muchas otras (Bozzo y Barbat 1995a).

Otro aspecto interesante que se observa en la figura 6.8 es que la utilización de técnicas avanzadas de diseño, como por ejemplo, de los sistemas de aislamiento de base, permite una gran reducción del cortante en la base y, obviamente, del coeficiente sísmico.

Un fallo frágil sumamente común en estructuras de hormigón armado es el producido por esfuerzo cortante. Un ejemplo del mismo es el que se produce en columnas y vigas cortas, por el incremento del cortante debido a la mayor rigidez del elemento en comparación con otros similares de mayor longitud, situación que debe evitarse en lo posible. Este tipo de fallo es muy común, ya que puede ocurrir incluso debido a elementos no estructurales o, mejor dicho, a elementos “no intencionalmente estructurales”. Por ejemplo, es una solución típica en aulas rellenar la parte inferior de los pórticos con mampostería y dejar la parte superior de las columnas libre para iluminación y ventilación, lo que origina columnas cortas.

Otro tipo de fallo frágil muy común es el debido a una falta de detalles de diseño estructurales bien concebidos en las conexiones entre elementos. Por ejemplo, considérese la estructura del viaducto Cypress, el cual colapsó durante el terremoto de Loma Prieta en 1989 en Estados Unidos (Bollo *et al.* 1994). Una sección del viaducto se ilustra en la figura 6.9. Esta estructura se diseñó sin las herramientas actuales de cálculo y diseño. Siendo el viaducto pretensado, los efectos diferidos de la retracción y fluencia del hormigón son importantes y, aparentemente por ello, se decidió “isostatizar” la estructura mediante rótulas en la base de las columnas del segundo nivel, a fin de permitir el movimiento libre del viaducto frente a las deformaciones del hormigón en el tiempo y de no inducir esfuerzos secundarios. Durante el terremoto de Loma Prieta varios kilómetros del segundo nivel de este viaducto colapsaron de forma frágil, en gran parte debido a la conexión mencionada, que no tenía refuerzo transversal. Además, los redondos eran muy gruesos por lo que tenían poca adherencia, y no disponían de una suficiente longitud de anclaje.

Se harán ahora algunos comentarios acerca de la capacidad de ductilidad de las estructuras con columnas y forjados reticulares. Han sido considerados dos estructuras teniendo esta tipología, una de vulnerabilidad alta, correspondiente a un coeficiente $I_V = 60$ en una escala entre 0 y 100 y otra de vulnerabilidad baja: $I_V = 20$. En la figura 6.10 se compara la ductilidad de estas estructuras con la de un edificio cuyo sistema resistente está constituido por pórticos dúctiles sismorresistentes. Todos los edificios tienen la misma altura (siete niveles) y parecidas superficies en planta. Las curvas que se presentan constituyen el resultado de un análisis estático no lineal de los edificios mencionados, sometidos a una fuerza horizontal aplicada en el piso

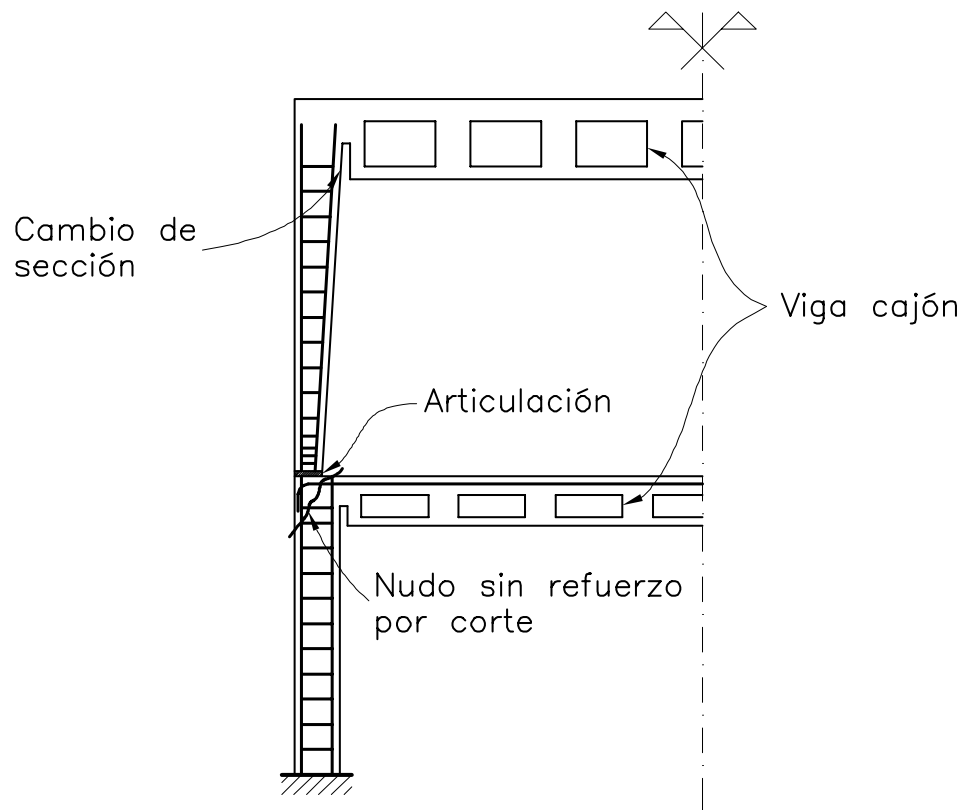


Figura 6.9 La falta de detalles de diseño adecuados contribuyó al fallo frágil del viaducto Cypress durante el terremoto de Loma Prieta, 1989 (Bollo *et al.* 1994).

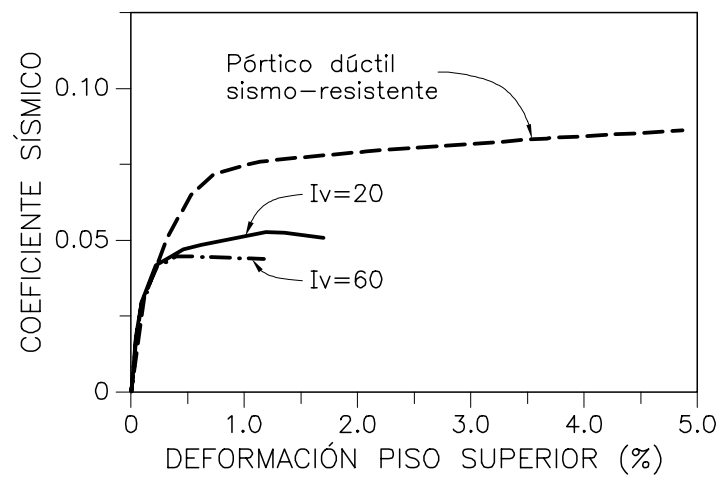


Figura 6.10 Variación del coeficiente sísmico con el desplazamiento del piso superior (push-over) para edificios con columnas y losas.

superior, cuyo valor se incrementa hasta que la estructura se rompe (*push over*). En la figura mencionada ha sido representada la variación coeficiente sísmico, definido mediante la relación entre el cortante en la base y el peso de la estructura, en función del desplazamiento horizontal del piso superior dividido por la altura total de la estructura, que en la figura se denomina deformación del piso superior. En todos los casos, el coeficiente sísmico de diseño ha sido de 0.05, pero puede observarse que los coeficientes sísmicos reales son más altos para las estructuras menos vulnerables, es decir, para las que tienen mejor calidad sísmica. Sin embargo, es necesario mencionar que que todas las normas de diseño especifican un coeficiente sísmico asumiendo que las estructuras que se diseñan tienen un comportamiento dúctil. Y, en el caso de las dos estructuras con columnas y forjados reticulares de la figura 6.10, esto no es así, puesto que su rotura se produce de manera frágil, antes de que se llegue a una deformación del piso superior del 1% en el instante de máxima resistencia. Al contrario, en el pórtico dúctil, que también ha sido diseñado para un coeficiente sísmico de 0.5, éste coeficiente alcanza valores de 0.8% y, lo más importante, con una adecuada deformabilidad y sin presentar una caída significativa de su resistencia.

Otro caso de interés es el de una tipología estructural adecuada de diseño sismorresistente, como es el edificio porticado, pero en la cual no han sido incorporados los detalles necesarios de diseño sismorresistente. Como consecuencia, las estructuras no tienen la ductilidad adecuada. Han sido considerados, de nuevo, dos edificios porticados de este tipo uno más vulnerable ($I_V = 65$) el otro de vulnerabilidad baja ($I_V = 15$). Se realizó el mismo tipo de análisis no lineal que el descrito anteriormente (*push over*), llevando los dos edificios a la rotura. Las curvas coeficiente sísmico-deformación obtenidas mediante este análisis pueden verse en la figura 6.11, junto con la curva correspondiente al mismo edificio porticado dúctil de la figura 6.10. La rotura de los dos edificios se produce de manera frágil, puesto que se produce antes de que se llegue a una deformación del piso superior del 2% en el instante de máxima resistencia.

- **Uniformidad de rigidez y masa.** Ha sido analizado anteriormente el efecto de la distribución asimétrica de los elementos componentes de las estructuras, que conduce a la torsión de las mismas. Sin embargo, además de esto, es de gran importancia evitar o reducir los cambios bruscos en la rigidez estructural y en las masas, tanto en planta como en altura, ya que éstos pueden originar concentraciones de esfuerzos. Y las normativas no contemplan la posibilidad de cálculo y diseño sismorresistente de estructuras de este tipo. Las recomendaciones de diseño que se hacen en las mencionadas normativas son recomendaciones de “mínimas”, que deben cumplirse partiendo de una adecuada estructuración sísmica. Por ejemplo, en la figura 6.12a se muestra un tipo de estructura en cuyo diseño no es posible aplicar directamente las normativas, puesto que son de esperar concentraciones de

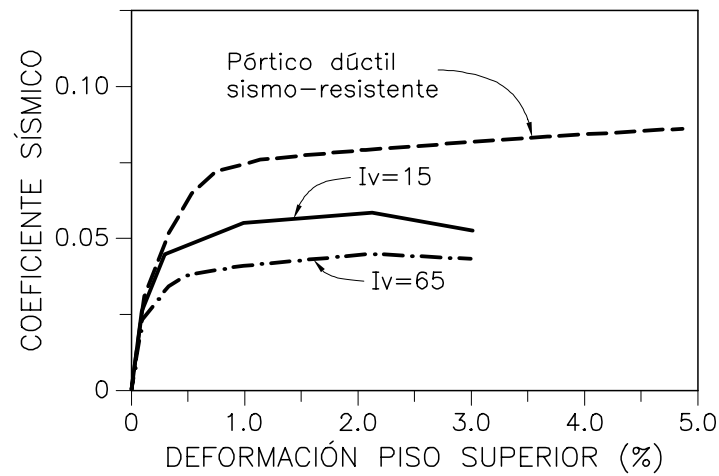


Figura 6.11 Variación del coeficiente sísmico con el desplazamiento del piso superior (push-over) para edificios porticados no dúctiles.

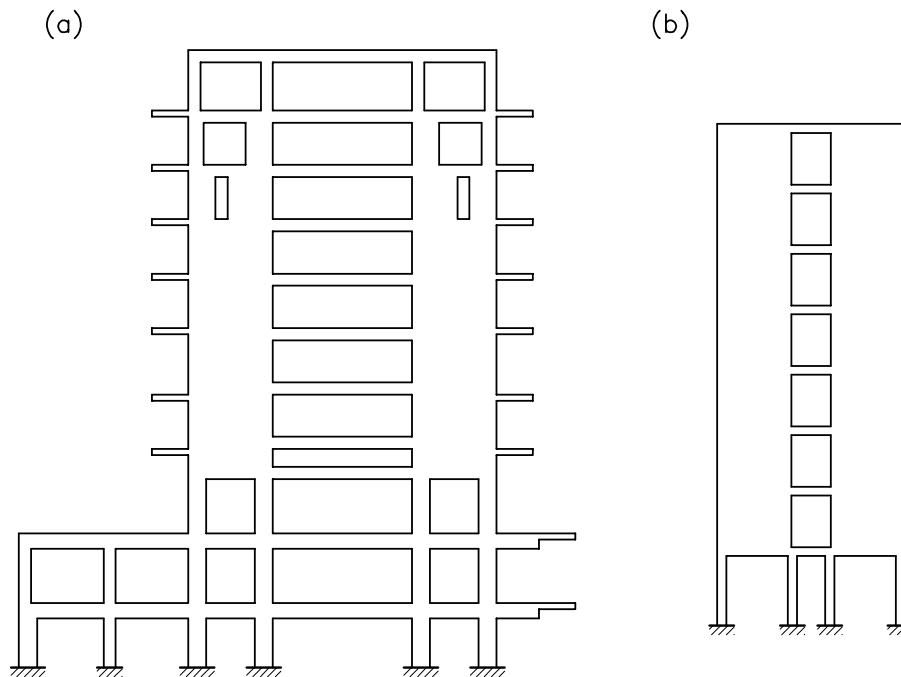


Figura 6.12 Cambios bruscos de rigidez en altura.

daño sísmico en la zona de cambios de rigidez. Otro ejemplo de estructura que no cumple la recomendación de rigidez uniforme se muestra en la figura 6.12b. Es un edificio de hormigón armado de ocho pisos, formado por columnas en el primer nivel y pantallas a cortante que empiezan desde el segundo nivel, por lo que en la estructura se produce un cambio brusco de rigidez en altura.

A pesar de que la aplicación de la mencionada recomendación asegura un buen comportamiento estructural, no se debe considerar como una limitación de las tipologías estructurales a utilizar en un diseño sismorresistente. Obviamente, se garantiza que el comportamiento global de la estructura sea el adecuado y de que no se produzcan degradaciones locales importantes. Sin embargo, es perfectamente posible diseñar estructuras que no cumplan esta recomendación. Es, por ejemplo, el caso de edificios cuyos muros no empiezan en la planta baja. En tales casos es necesario un diseño sismorresistente que cumpla con los otros criterios de diseño conceptual, seguido de un análisis sísmico detallado de la estructura. Por otro lado el coste de la estructura será, seguramente, mayor al de una estructura regular que cumpla los requisitos antes indicados.

Una recomendación relacionada con los cambios bruscos de rigidez en planta es la de evitar diseñar pórticos de mayor resistencia en una dirección y débiles en la otra. Antiguamente se empleaban conceptos como “pórticos principales” y “pórticos secundarios”. Los denominados principales eran los encargados de transmitir la carga, y los secundarios sólo seguían una función de arriostre. Por ello en muchas estructuras se ha observado daño en la dirección de los pórticos débiles, en especial si esta dirección coincidía con la dirección principal del terremoto.

- **Interacción suelo-estructura.** Es bien conocido el efecto de las condiciones de suelo en la respuesta de una estructura, tanto a nivel regional, como a nivel local, del emplazamiento.

Las condiciones de suelo a nivel regional determinan el contenido de frecuencias de los terremotos. Por ejemplo, en el caso de suelos duros el contenido de frecuencias altas de la señal sísmica es muy significativo y, en consecuencia es recomendable el empleo de estructuras porticadas, las cuales son más flexibles y más dúctiles que las estructuras cuyo sistema resistente a fuerzas laterales sea constituido por pantallas a cortante.

El efecto del suelo a nivel local se evalúa mediante estudios de la interacción suelo-estructura. Sin embargo, pueden hacerse recomendaciones muy generales, como, por ejemplo, las de emplear estructuras flexibles en un suelo firme y estructuras rígidas en suelo blando, a pesar de las dificultades que esto puede ocasionar (Seed y Idriss 1982).

El daño estructural está relacionado en muchos casos con la presencia de suelos blandos. Este aspecto ha sido observado durante los terremotos de México en 1985, Loma Prieta, Estados Unidos, en 1989 y Kobe, Japón, en 1995. Una primera causa de este incremento es que los suelos blandos filtran el contenido de frecuencias de un terremoto y producen la aparición de ondas superficiales teniendo justamente el período propio del suelo. En consecuencia, las estructuras con un período fundamental similar al del suelo serán muy vulnerables a este tipo de acción. Una segunda causa es el incre-

mento del daño con la duración del terremoto, la cual tiende a ser mayor en suelos blandos.

► **Compatibilidad de deformaciones entre subsistemas estructurales.**

Una estructura puede estar constituida por distintos sistemas estructurales como, por ejemplo, pórticos, pantallas a cortante, muros de albañilería, etc. La figura 6.13 ilustra una estructura para estacionamiento de vehículos formada por pantallas a cortante perimetrales y pórticos interiores (Moehle 1994). Los pórticos interiores y los muros están conectados entre sí por medio de una diafragma rígida formada por la losa de techo, lo que hace que las deformaciones de ambos sistemas estructurales sean compatibles. Al diseñar una estructura de este tipo a los dos sistemas estructurales se les asignan papeles distintos: los pórticos deben absorber las cargas verticales y los muros las cargas laterales. Obviamente, en el cálculo se debe considerar la interacción de los dos sistemas. Ahora bien, el comportamiento sísmico de este tipo de estructuras es particularmente inadecuado si la componente vertical del terremoto es importante y, por este motivo, se produce una falta de apoyo vertical de las vigas de techo.

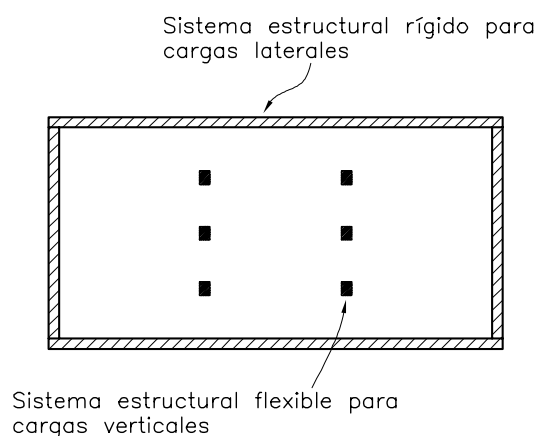


Figura 6.13 Edificio con incompatibilidad de deformaciones a cargas verticales (Moehle 1994).

- **Masas innecesarias.** Puesto que las fuerzas inducidas por un terremoto son proporcionales a la masa de la estructura, al reducir todas aquellas masas que son innecesarias se puede disminuir la fuerza sísmica. En este sentido es conveniente, por ejemplo, el empleo de forjados con un menor peso propio.
- **Separación entre edificios.** Un aspecto que genera daños importantes es el impacto de edificios colindantes durante terremotos, debido a la insuficiente separación entre ellos. Dicho impacto puede originar una respuesta estructural muy difícil de predecir. Las soluciones más usuales a este problema son:

1) diseñar estructuras más rígidas; 2) separar más los edificios o 3) emplear mecanismos de disipación de energía entre ambos edificios.

- **Cambios en el período estructural antes y durante el sismo.** La influencia de los denominados elementos “no intencionalmente estructurales” es, en muchos casos, determinante en la respuesta de la estructura (Brokken y Bertero 1981). Estos elementos, generalmente, rigidizan la estructura real en comparación con los modelos dinámicos que se utilizan el análisis, los cuales, habitualmente, no incluyen, por ejemplo el efecto de los tabiques de mampostería. Por consiguiente, los mencionados modelo dinámicos proporcionan períodos propios de vibración más altos que los reales y su aplicación conduce a fuerzas sísmicas más bajas que las reales. Por este motivo, es necesario incluir en los cálculos este efecto por lo menos de forma aproximada, estimando el cambio de período que ocasionan.

A los criterios de diseño anteriores pueden añadirse otros, que se fundamentan en la reducción de la respuesta sísmica de los edificios mediante utilización de sistemas de aislamiento de base o de disipadores de energía incorporados en las estructuras (Skinner *et al.* 1993; Kelly 1994). Estos nuevos criterios, que introducen en la práctica del diseño los nuevos desarrollos realizados en los últimos años en el campo de la investigación, llevan a estructuras más fiables frente a las acciones sísmicas y se utilizan ya extensamente en países como Japón, Estados Unidos o Nueva Zelanda. Al mismo tiempo, han aparecido las primeras normativas de diseño sismorresistente que consideran la posibilidad de diseñar estructuras utilizando aislamiento de base (SEAOC 1990).

Además de esto, se encuentran en un estado avanzado de investigación y experimentación temas que pueden tener un gran impacto en el diseño de edificios, como son el aislamiento de base activo o los disipadores de energía activos (Barbat *et al.* 1993); Barbat *et al.* 1994; Barbat *et al.* 1995).

6.2 DETALLES DE DISEÑO SISMORRESISTENTE DE EDIFICIOS

Tal como se ha visto anteriormente, los sistemas estructurales más utilizados en el diseño sismorresistente de edificios son los constituidos por pórticos dúctiles especiales y por pantallas a cortante. La descripción de los detalles de diseño utilizados en tales sistemas está fuera del alcance de este trabajo; un estudio exhaustivo del tema puede verse en el libro de Paulay y Priestley (1992) o en Bozzo y Barbat (1995a). Sin embargo, a continuación se describen brevemente los principales conceptos que se aplican en la realización de los detalles de diseño de estos sistemas.

La aceleración espectral máxima de un terremoto fuerte es varias veces superior a la de la acción definida por las normativas de diseño sísmico. Por este motivo, y con el objeto de obtener edificios sismorresistentes económicos, al aplicar en el diseño normativas modernas se acepta, generalmente, que para un sismo

severo las estructuras entren en el rango no lineal y sufran ciertos daños. Y justamente en esto se fundamenta la filosofía del diseño sismorresistente actual, que es la siguiente: las estructuras deben soportar el sismo severo con daños locales, que pueden llegar a ser importantes, pero que no se llegue a producir el colapso de las mismas. Para ello, las estructuras se diseñan y construyen proporcionándoles detalles que permitan las deformaciones inelásticas esperadas durante un sismo severo, sin que ocurra una pérdida significativa de su resistencia (Bozzo y Barbat 1995b).

Referente a los edificios regulares, existen varias normativas que permiten su diseño eficiente. Normativas tales como el UBC (1991) o el ATC (1978), determinan acciones laterales estáticas equivalentes que varían en altura. Las estructuras se calculan, generalmente, empleando el modo fundamental de vibración y, en algunos casos, como en el UBC (1991), se consideran fuerzas adicionales que simulan de manera simplificada el efecto de los modos superiores. Las recomendaciones de diseño basadas en criterios heurísticos, presentadas anteriormente, tienen como objetivo garantizar que una estructura calculada de acuerdo con los procedimientos simplificados de las normativas sísmicas, se comporte adecuadamente durante un sismo severo, sin que se produzcan degradaciones locales importantes que pudiesen ocasionar su colapso. En el caso de estructuras especiales, como aquellas con irregularidades en planta o en altura, el cálculo no puede efectuarse mediante los métodos simplificados que recomiendan las normativas, sino debe emplearse un análisis dinámico completo.

Los objetivos del diseño sismorresistente de edificios se alcanzan utilizando sistemas estructurales que proporcionen una adecuada disipación de energía, evitando de esta manera los fallos frágiles. Un sistema estructural sismorresistente muy utilizado y muy bien definido en la normativa ACI-318 (1991) son los llamados pórticos dúctiles especiales. Dicha normativa deja claro que una estructura se subdivide en sistemas estructurales para cargas laterales y sistemas estructurales para cargas gravitatorias. Sistemas como los pórticos arriotrados o los pórticos con muros de cortante, los cuales debido a su mayor rigidez en comparación con la de los otros pórticos del edificio, se espera que absorban mayoritariamente la carga lateral.

A un pórtico perteneciente al sistema estructural para cargas laterales se le *denomina pórtico dúctil especial* si todos los elementos del pórtico cumplen determinadas condiciones de cuantías mínimas de acero de refuerzo, tanto longitudinal como transversal y ciertas relaciones mínimas ancho-espesor, entre otras muchas condiciones. Los sistemas estructurales para cargas gravitatorias también deben cumplir ciertas recomendaciones, especialmente para asegurar la compatibilidad de desplazamientos con los sistemas estructurales para cargas laterales. Estas recomendaciones, sin embargo, son mucho menos exigentes que las que se deben de respetar en el diseño de los pórticos dúctiles especiales.

Capítulo 7

Comparación entre las normativas NCSE-94 Y E8

Para demostrar mejor la aplicación práctica de los conceptos de diseño sísmorresistente analizados en los apartados anteriores, en lo que sigue se hace una breve comparación entre la normativa de diseño española (**NCSE-94**) y el Eurocode 8 (**E8**). Dicha comparación se refiere a los factores más importantes que caracterizan el comportamiento estructural y que son de gran importancia en el diseño, como, por ejemplo, los desplazamientos horizontales entre pisos (o desviaciones de piso), la estabilidad, la torsión y, en general, las irregularidades de la estructura así como la interacción suelo-estructura. Igualmente, se hacen algunos comentarios acerca de los procedimientos simplificados utilizados en el cálculo de las fuerzas sísmicas equivalentes o para definir la acción sísmica mediante acelerogramas simulados; el empleo de estos últimos es necesario en el análisis no lineal de estructuras. Asimismo, se discuten brevemente algunos métodos alternativos de análisis estructural que propone el Eurocódigo 8, como son el análisis estocástico y el análisis en el campo de la frecuencia. Finalmente se destacaran ciertos aspectos del efecto de la interacción suelo-estructura.

7.1 Cálculo simplificado de las fuerzas sísmicas equivalentes

Tanto el eurocódigo E8 como la normativa española NCSE-94 aceptan el uso de métodos simplificados, como el descrito en el capítulo 5, para la determinación de las fuerzas sísmicas, que eviten la realización de un análisis dinámico completo para el caso de edificios que cumplan ciertos requisitos de regularidad en planta y en altura. Básicamente, dichos requisitos definen un tipo de edificio que se ajuste a un modelo de cortante y, en el caso de que no se cumplan, ambas normas exigen la realización de un análisis dinámico completo de la estructura. Antes de exponer los fundamentos de los métodos simplificados mencionados, es importante observar que el desarrollo de este tipo de algoritmos simplificados

para la determinación de fuerzas sísmicas equivalentes tuvo lugar entre los años cuarenta y setenta, cuando la carencia de ordenadores eficientes hacía impracticable el análisis dinámico detallado de una estructura. La situación actualmente es enteramente distinta, ya que dicho análisis puede efectuarse en pocos minutos para el caso de estructuras de gran tamaño.

La normativa NCSE-94 propone para el análisis un método modal simplificado, en el cual tanto el período como la forma de cada modo están dadas por fórmulas empíricas. El período del modo i se calcula como

$$T_i = \frac{T_1}{2i - 1} \quad (7.1)$$

donde T_1 es el período fundamental, para cuya estimación la normativa ECSE-94 proporciona diferentes ecuaciones, en dependencia del sistema estructural. Para el caso de edificios aporticados de hormigón se propone

$$T_1 = 0.09 n \quad (7.2)$$

siendo n el número de pisos. En lo que se refiere a las formas modales, se propone estimar la ordenada correspondiente al modo i en la planta r como

$$\varphi_{ir} = \sin \left[\frac{(2i - 1)\pi h_r}{2H} \right] \quad (7.3)$$

donde h_r es la altura de la planta r medida desde la base del edificio y H la altura total.

El método propuesto por el E8 es mucho más simple, ya que se basa en la asignación de toda las fuerzas sísmicas al primer modo de vibración, lo que equivale a suponer que la masa efectiva del modo fundamental es igual a la masa total del edificio. Las ordenadas del modo fundamental, por su parte, pueden ser calculadas mediante un análisis dinámico limitado solamente a este primer modo, o bien estimarse por la siguiente forma lineal

$$\varphi_r = \frac{h_r}{H} \quad (7.4)$$

En lo referente al período, la ecuación recomendada en el E8 para el caso de edificios aporticados de hormigón es

$$T_1 = 0.075 H^{3/4} \quad (7.5)$$

7.2 Otras formas de definición de la acción y de cálculo de la respuesta sísmica

Además del análisis dinámico lineal y simplificado, el E8 permite la realización del análisis en el campo de la frecuencia, del análisis no lineal de la respuesta en el tiempo y del análisis estocástico. El primer tipo de cálculo equivale a una formulación alternativa al análisis dinámico, con la diferencia de que las respuestas no se evalúan por superposición modal en el tiempo sino por superposición en frecuencias. Por otra parte, para la realización del análisis no lineal de la historia en el tiempo, el E8 requiere la utilización de acelerogramas artificiales, generados de tal manera que sean compatibles con el espectro de diseño correspondiente al sitio en cuestión, así como con otros requisitos de orden sismológico. Por último, el análisis estocástico se apoya en la teoría de las vibraciones aleatorias y tiene por objeto la determinación de valores estadísticos que describan la respuesta (media y desviación estándar) así como de las respuestas máximas de la estructura, a partir de ciertas hipótesis. Para ello utiliza como dato básico el llamado *espectro de potencia* (Barbat y Miquel 1994), el cual es una función probabilística de la energía asociada a cada frecuencia de la excitación sísmica. El E8 exige que este espectro de potencia sea compatible con el de respuesta, lo cual implica que la respuesta máxima probable estimada por ambos métodos, para un sistema de un grado de libertad de un período cualquiera, sean aproximadamente iguales.

Finalmente, Es importante aclarar que, aun cuando en una zona se dispone de una definición de la acción sísmica mediante una normativa sísmica, existen situaciones en las cuales las mismas normas estipulan un estudio más preciso de las características de la acción. Por ejemplo, para estructuras importantes, singulares, tales como centrales nucleares, presas, depósitos para gas natural licuado, etc., las normas específicas de cálculo dinámico de éstas requieren *estudios sismológicos* en la zona a fin de establecer, de la manera más correcta, las características del movimiento sísmico esperado en la zona. Se imponen, al mismo tiempo, estudios de *ingeniería sismológica*, cuyo objetivo es el de realizar una definición concreta de la acción sísmica a utilizar en el análisis estructural. Estos estudios tienen que complementarse con otros, *geológicos* y *geotécnicos*, a fin de adecuar la acción definida a las condiciones locales de terreno.

7.3 Desviación de piso

Una de las variables de diseño de mayor importancia es la relativa al desplazamiento horizontal relativo entre pisos sucesivos, conocido con el nombre de desviación. La razón de su importancia reside en que a ella se encuentran asociados

- a) la protección de elementos no estructurales frágiles, tales como tabiques, ventanas, puertas etc., que se deforman conjuntamente con la estructura
- b) el choque con estructuras colindantes

- c) los efectos de segundo orden sobre la estabilidad global del edificio, de lo que se hablará más adelante

En varios códigos del mundo se incluyen normas sobre el cálculo de las desviaciones de piso así como los límites máximos que no pueden ser superados sin poner en riesgo los elementos no estructurales y por ende la vida de las personas. En términos generales, puede decirse que estos desplazamientos se calculan multiplicando los obtenidos en el análisis de la estructura sometida a las fuerzas sísmicas de diseño, por un factor que tiene en cuenta la deformación inelástica que sufre la estructura, el cual en algunos códigos coincide con el factor de ductilidad.

En la NCSE-94 se propone el uso de la ecuación

$$X_r = (X_r)_e \mu \quad (7.6)$$

donde X_r es el desplazamiento total de diseño de un piso, $(X_r)_e$ es el desplazamiento del mismo calculado según un análisis elástico y μ el factor de ductilidad (ver la ecuación 4.10c). La normativa mencionada exige este cálculo para la comprobación de la posibilidad de choque con estructuras colindantes. Sin embargo, no proporciona unos valores máximos admisibles para el control del desplazamiento relativo, lo que permitiría lograr el primero de los objetivos mencionados, cual es el de la protección de los elementos no estructurales. Por su parte, el E8 sí exige el cumplimiento de un requisito al respecto, pero solamente para el caso de estado de servicio, el cual corresponde un sismo con menor período de retorno que el de diseño. En este punto el Eurocódigo 8 se aparta de una tendencia general de los códigos del mundo que exigen dicho control de desplazamientos también para el sismo máximo probable.

7.4 Efecto $P - \Delta$

En lo referente al problema de la estabilidad o efectos de segundo orden, la normativa NCSE-94 requiere que dichos efectos sean despreciados cuando el desplome de la cabeza del edificio no supere el dos por mil de la altura total, o cuando se cumpla la siguiente desigualdad:

$$P_r X_r < 0.10 F_r h_r \quad (7.7)$$

donde P_r es el peso total por encima de la planta r , X_r la desviación del piso calculada según un análisis lineal, F_r el corte acumulado hasta la planta en cuestión y h_r la altura entre el piso analizado y el inmediatamente inferior. Esta formulación equivale a decir que los efectos $P - \Delta$ se desprecian cuando el momento adicional por deformación de la estructura sea menor que el 10 % que el momento de vuelco en el piso. El mismo requisito se encuentra en el E8, con la diferencia esencial de que en este último, así como en varios códigos importantes del mundo, se requiere usar en esta fórmula la desviación no lineal estimada, la cual es varias veces mayor que la desviación lineal. La utilización de la desviación

lineal en este cálculo puede considerarse un error, ya que ella no refleja el estado real de desplazamientos de la estructura y no permite, en consecuencia, juzgar la importancia de los efectos de segundo orden. Además, la normativa NCSE-94 no indica ningún procedimiento para incluir dichos efectos en el diseño en caso de que la desigualdad anterior no se cumpla. En el E8, en consonancia con la tendencia universal al respecto, se exige amplificar todos los efectos sísmicos en el piso r en

$$\frac{1}{1 - \zeta_r} \quad (7.8)$$

donde

$$\zeta_r = \frac{P_r X_r}{F_r h_r} \quad (7.9)$$

para el caso en que el valor de ζ_r se encuentre comprendido entre 0.1 y 0.2. No se contempla el caso en que ζ_r sea mayor que este último valor ya que eso supone una inestabilidad muy alta. El E8 se limita a exigir que el valor de ζ_r no sea superior en ningún caso a 0.3. Otros códigos exigen un análisis de inestabilidad no lineal completo para valores de ζ_r superiores a 0.2.

7.5 Torsión e irregularidades

Tanto el E8 como la NCSE-94 requieren que la excentricidad del centro de rigidez con respecto al de masa sea incrementada para cubrir los efectos de una torsión accidental, que puede ser causada por las componentes rotacionales del sismo y, además, por posibles efectos de daño excesivo en algún soporte, errores en el cálculo, etc. El valor del incremento es del 5% de la dimensión en planta perpendicular a la dirección bajo análisis en ambos códigos.

Por otra parte, ambas normas recomiendan el uso de formas y sistemas estructurales lo más simétricos y regulares posible, tanto en planta como en altura, ya que como indica la experiencia internacional, la mayoría de los daños graves o colapsos causados por sismos se han dado por la falta de observación de estos criterios. Los criterios límites sobre irregularidades son similares.

7.6 Influencia de las codiciones locales del suelo

Tanto la norma española como la europea consideran la influencia de las condiciones locales del suelo de fundación en el valor de las ordenadas espectrales y, en consecuencia, en las fuerzas sísmicas equivalentes. Para la selección y aplicación de los criterios y coeficientes respectivos, se requiere adscribir el perfil de suelo a una de las tres categorías que da cada norma. Resulta interesante observar que hay grandes divergencias entre la clasificaciones de tipos de suelo hecha en ellas. Por ejemplo, la clasificación del E8 tiene en cuenta los valores de la profundidad del suelo así como los de la velocidad de onda de corte, mientras

que la de la NCSE-94 solamente incluye estos últimos. Además, los valores de la velocidad de corte en cada categoría difieren hasta el punto que el tipo II de suelo de la norma española coincide con una sub-clase del suelo tipo I en la europea. La tercera categoría de suelo en la norma europea, caracterizada por velocidades de ondas de corte menores de 200 m/s, no tiene equivalente en la norma española. Esta y otras diferencias entre ambas normas deben ser tenidas en cuenta en el momento de decidir sobre la aplicación del E8 en España.

Finalmente, es necesario destacar que ninguna de las dos normativas consideradas incluye requisito alguno para la inclusión de los efectos de flexibilidad del sistema de cimentación (también conocidos como efectos de interacción suelo-cimentación-estructura), los cuales implican, en términos generales, variaciones de los períodos y de las formas modales en proporciones que dependen de la rigidez conjunta del sistema de cimentación y del suelo localizado a su alrededor.

Referencias

- ACI (1991). *Building Code Requirements for Reinforced Concrete* (ACI-318-91), American Concrete Institute, Committee 318, Detroit.
- Aktan, A. y Bertero, V. (1984). "Conceptual seismic design of frame-wall structures", *Journal of Structural Engineering, ASCE*, **110**(11), 2778-2798.
- Astaneh, A. (1989). *Preliminary Report on the Seismological Aspects of the October 17, 1989 Santa Cruz (Loma Prieta) Earthquake*, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, **UCB/ EERI-89/14**.
- ATC (1978). *Tentative Provisions for the Development of Seismic Regulations for Buildings*, Applied Technology Council Special Publication, **510**, U.S. National Bureau of Standards, U.S. Government Printing Office, Washington, D.C.
- Barbat, A. H. (1982a). *Cálculo sísmico de las estructuras*, Editores Técnicos Asociados, S.A., Barcelona.
- Barbat, A. H. (1982b). "Criterios para la normalización de las fuerzas sísmicas en el diseño de estructuras", en *Contribución a una posible revisión de la norma sismorresistente española*, Asociación Española de Ingeniería Sísmica, Sevilla, 61-68.
- Barbat, A. H. (1984). "Cálculo sísmico de edificaciones. Análisis modal y en frecuencias", en *Ingeniería sísmica aplicada a las obras públicas*, Centro de Experimentación de Obras Públicas (CEDEX), Madrid, **7**, 1-25.
- Barbat, A. H., Canas, J. A. y Canet, J. (1988). "Engineering definition of seismic action using seismograms", en *Seismik Risk Assessment and Design of Building Structures*, editor A. Koridze, Omega Scientific, Oxon, England.
- Barbat, A. H. y Miquel Canet, J. (1989). *Structural Response Computations in Earthquake Engineering*, Pineridge Press, Swansea, U.K.
- Barbat, A. H., Hanganu, A., Oller, S. and Oñate, E. (1993). "Rigorous damping matrix for finite element models with Viscous behaviour applied to seismic problems", "ComputING", **5**, 1-4.
- Barbat, A. H., Rodellar, J., Ryan, E. P. y Molinares, N. (1993). "Comportamiento sísmico de edificios con un sistema no lineal de control híbrido", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería*, **9**(2), 201-220.
- Barbat, A. H., Rodellar, J., Molinares, N. y Ryan, E. P. (1994). "Seismic performance of buildings with a class of adaptive nonlinear hybrid systems", *Journal of Structural Control*, **1**(1-2), 117-141.

- Barbat, A. H., Rodellar, J., Ryan, E. P. y Molinares, N. (1995). "Active control of nonlinear base-isolated buildings", *Journal of Engineering mechanics*, **121(6)**, 676-684.
- Barbat, A. H. y Miquel Canet, J. (1994). *Estructuras sometidas a acciones sísmicas*, segunda edición, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona.
- Barbat, A. H. y Paz, M. (1994). "Seismic code of Spain", capítulo 31 del *International Handbook of Earthquake Engineering*, editor Mario Paz, Chapman & Hall, New York, 431-446.
- Barbat, A. H., Orosco, L., Hurtado, J. E. y Galindo, M. (1994), *Definición de la acción sísmica*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-10**.
- Barbat, A. H., Yépez, F. y Canas, J. A. (1995a). "Peligrosidad, vulnerabilidad y riesgo sísmico en zonas urbanas", *IX Jornadas Nacionales de Ingeniería*, Escuela Politécnica del Ejército, Quito.
- Barbat, A. H., Yépez, F. y Canas, J. A. (1995b). "Peligrosidad y vulnerabilidad sísmica", en *Estudios de ingeniería sismológica y sísmica*, editor J. A. Canas, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-13**, 71-96.
- Barbat, A. H. y Hurtado J. (1996). *Aspectos de cálculo estructural en las normativas sismorresistentes*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, publicación **80**.
- Barbat, A. H., Yépez, F. y Canas, J. A. (1996). "Damage scenarios simulation for seismic risk assessment in urban zones", *Earthquake Spectra*, **12(3)**, 371-394.
- Barbat, A. H., Hurtado, J. E., Orosco, L. y Canas, J. A. (1996), "Tendencias actuales en la definición de la acción sísmica", en *Física de la Tierra*, editores M. C. Hernández Lucendo y M. Herraiz Sarachaga, Alhambra, Madrid (en prensa).
- Bathe, K.-J. (1982). *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Benuska, L. (editor) (1990). "Loma Prieta Earthquake, Reconnaissance Report", *Earthquake Spectra*, supplement to **6**.
- Bertero, V. (1992). "Lessons Learned From Recent Catastrophic Earthquakes and Associated Research", *Primera Conferencia Internacional Torroja*, Instituto Torroja, Madrid, 1989.
- Billington, D. (1990). *Thin Shell Concrete Structures*, Mc Graw-Hill, New York.
- Bollo, M., Mahin, S. A., Moehle, J., Stephen, R. y Qi, X. (1994). *Observations and Implications of Tests on the Cypress Street Viaduct Test structure*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, **UCB/EERC 90/21**.
- Bonacina, G., Indirli, M. y Negro, P. (1994). *The January 17, 1994 Northridge Earthquake*, Safety Technology Institute, European Laboratory for Structural Assessment, Ispra, Italia, publicación **I.94.14**.

- Bozzo, L. M. y Barbat, A. H. (1995a). *Diseño sísmico de edificios de hormigón armado*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-15**.
- Bozzo, L. M. y Barbat, A. H. (1995b). *Técnicas avanzadas de diseño sismorresistente*, Camara Peruana de la Construcción, CAPECO, Lima, Perú, monografía **43**.
- Brokken, S. y Bertero, V. V. (1981). *Studies on Effects of Infills in Seismic Resistant R/C Construction*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, **UCB/EERC 81/12**.
- Canas, J. A., Pujades, L. y Banda, E. (1994). *Sismicidad y peligrosidad sísmica*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-11**.
- Canas, J. A. y Barbat, A. H. (1995). “Aceleración máxima del terreno en zonas con pocos datos”, en *Estudios de ingeniería sísmológica y sísmica*, editor J. A. Canas, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-13**, 39-69.
- Cesari, F. (1982). *Metodi di calcolo nella dinamica delle strutture*, Pitagora Editrice, Bologna.
- Clough, R. W. y Penzien, J. (1993). *Dynamics of Structures*, segunda edición, McGraw-Hill, Inc., New York.
- Comartin, C. D., Green, M. y Tubbesing, S. K. (editores) (1995). *The Hyogo-Ken Nanbu Earthquake, January 17, 1995*, Preliminary Reconnaissance Report, Earthquake Engineering Research Institute, EERC, Oakland.
- De la Llera, J. y Chopra, A. (1994). *Accidental and Natural Torsion in Earthquake Response and Design of Buildings*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, **UCB/EERC 94/07**.
- Der Kiureghian, A. (1980). *A Response Spectrum Method for Random Vibration*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, **UCB/EERC-80/15**.
- Egozcue, J. J., Barbat, A. H., Canas, J. A., Miquel Canet, J. y Banda, E. (1991). “A method to estimate intensity occurrence probabilities in low seismic activity regions”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, **20(1)**, 43-60.
- Emmi, P. y Horton, C. (1993). “A GIS-based assessment of earthquake property damage and casualty risk: Salt Lake County, Utah”, *Earthquake Spectra*, **9(1)**, 11-33.
- E8 (second draft) (1993). *Eurocode 8: Earthquake Resistant Design of Structures*, Comité Européen de Normalisation (CEN), Brussels, TC250/SC8.
- Gavarini, C. (1979). *Dinamica delle strutture*, ESA Editrice, Roma.
- Grünthal, G. (editor) (1993). “European Macroseismic Scale 1992”, *Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie*, European Seismological Commission, Luxembourg, **7**.
- Hanganu, A., Barbat, A. H., Oller, S. y Oñate, E. (1994). *Simulación del daño sísmico en edificios de hormigón armado*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-4**.

- Housner, G. W. (1947). "Characteristics of strong motion earthquakes", Bulletin of the Seismological Society of America, **37**, 827-848.
- IGN (1992). *Mapa de peligrosidad sísmica en España*, Instituto Geográfico Nacional, Madrid.
- Jonmans, D. y Campillo, M. (1990). "The 1983 Liege Earthquake: Damage distribution and site effects", *Earthquake Spectra*, **6(4)**, 713-737.
- Kelly J. M. (1993). *Earthquake-resistant design with rubber*, Springer-Verlag, London.
- Lin, J. y Mahin, S. A. (1985). *Effect of Inelastic Behaviour on the Analysis and Design of Earthquake Resistant Structures*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, **UCB/ EERC-85/08**.
- Luccioni, B, Oller, S. y Barbat, A. H. (1995). "Simulación del amortiguamiento estructural de Rayleigh por medio de modelos viscoelásticos", *XXVII Jornadas Sud Americanas de Ingeniería Estructural*, Tucumán, Argentina, **IV**, 1-12.
- McGuire, R. K. (1977). "Effects of uncertainty in seismicity on estimates of seismic hazard for the east coast of United States", Bulletin of the Seismological Society of America, **67**, 827-848.
- Moehle J. (editor) (1994). *Preliminary Report on the Seismological and Engineering Aspects of the January 17, 1994 Northridge Earthquake*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, **UCB/EERC 94/01**.
- Miquel Canet, J. y Barbat, A. H. (1994). *Estructuras sometidas a acciones sísmicas*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona.
- NCSE (1994). *Norma de Construcción Sismorresistente*, Ministerio de Obras Públicas, Transportes y Medio Ambiente, Real Decreto 2543/1994 de 29 de Diciembre, BOE **33**, 8 de Febrero de 1995, 2935-3980.
- Newmark, N. M. y Hall, W. J. (1982). *Earthquake Spectra and Design*, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California.
- Newmark, N. M. y Rosenblueth, E. (1971) *Fundamentals of Earthquake Engineering*, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Oller, S y Caro, R. (1984). "Evaluación de estructuras sometidas a efectos sísmicos", *Memorias de la IV Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural*, Argentina, Buenos Aires.
- Oller, S., Barbat, A. H., Oñate, E. y Hanganu, A. (1992). "A damage model for seismic analysis of building structures", *Tenth World Conference on Earthquake Engineering*, Balkema, Rotterdam, 2593-2598.
- Paulay, T. y Priestley, M. J. N. (1992). *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Paz, M. (1994). "Structures modeled as Multidegree-of-freedom systems", capítulo 4 del *International Handbook of Earthquake Engineering*, editor Mario Paz, Chapman & Hall, New York.

- Sandi, H. (1983). "Earthquake risk and earthquake preparedness: some qualitative aspects and quantification possibilities", *Proceedings of the Seminar on Earthquake Preparedness. UNDP/UNESCO/UNDRO Project for Earthquake Risk Reduction in the Balkan Region*, Athens, 79-93.
- Sandi, H. (1986). "Vulnerability and risk analysis for individual structures and systems", *Proceedings of the Eighth European Conference on Earthquake Engineering*, Lisbon, 7, 11-69.
- SEAOC (1990). "Tentative general requirements for the design and construction of seismic isolated structures", Appendix IL of *Recommended Lateral Force Requirements and Commentary Blue Book*, Structural Engineering Association of California, California.
- Skinner, R. I., Robinson, W. H. y McVerry, G. H. (1993). *An Introduction to Seismic Isolation*, John Wiley & Sons Ltd., Chichester, England.
- Timoshenko, S. y Young, D. H. (1948). *Advanced Dynamics*, McGraw-Hill, Inc., New York.
- UBC (1991). Uniform Building Code, *UBC 318-91*, Estados Unidos.
- Udías, A. y Mézcua, J. (1986). *Fundamentos de Geofísica*, Editorial Alhambra, S. A., Madrid.
- Wilson, E. y Penzien, J. (1972). "Evaluation of orthogonal damping matrices", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 4, 5-10.
- Wilson, E. L., Der Kiureghian, A. y Bayo, E. P. (1981). "A replacement for the SRSS method in seismic analysis", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 9(2), 187-194.
- Winslow, F. E. y Ross, K. E. (1993). *Proceedings From School Sites: Becoming Prepared for Earthquakes*, National Center for Earthquake Engineering Research, State University of New York at Buffalo, **NCEER-93-0015**.
- Yépez, F. (1996). *Metodología para la evaluación de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras aplicando técnicas de simulación*, tesis doctoral, ETSECCPB, Universidad Politécnica de Cataluña.
- Yépez, F., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1994). *Riesgo, peligrosidad y vulnerabilidad sísmica de edificios de mampostería*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-12**.
- Yépez, F., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1995). *Simulación de escenarios de daño para estudios de riesgo sísmico*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-14**.
- Yépez, F., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1996a). *Evaluación probabilista de la vulnerabilidad y riesgo sísmico de estructuras de hormigón armado por medio de simulación*, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE, Barcelona, monografía **IS-20**.
- Yépez, F., Barbat, A. H. y Canas, J. A. (1996b). "Simulación de escenarios de daño sísmico en zonas urbanas", *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en la Ingeniería*, 12(3), 331-358.

Zienkiewicz, O. C. y Taylor, R. L. (1989). *The Finite Element Method*, 4th Edition, volumen **1**, McGraw-Hill, London.