COMPACTACIÓN DE UN SUELO CON RODILLO VIBRANTE

RESUMEN

Se establece una ecuación que trata una función dependiente del espacio y el tiempo cuya aplicación resulta el desplazamiento como una onda que discurre en un medio isótropo el cual ofrece una resistencia a su paso modulada por la constante elástica o mádulo de reacción del suelo. Resolviendo la correspondiente ecuación diferencial se obtiene la función de onda correspondiente la cual da la deformación en cada punto del substrato, y determinando el máximo tiempo de permanecia de la carga necesario para que se desarrolle la máxima deformación obtenemos el valor de consolidación de la deformación

1.- Ecuación fundamental.

Debido a que la compactación es un proceso temporal podemos adoptar la ecuación:

$$m \sin ft \frac{d^2\varphi\left(r,t\right)}{dt^2} = -K\varphi\left(r,t\right) \tag{1}$$

Y desarrollando la derivada obtenemos la ecuación que guía el proceso de compactación en la forma:

$\frac{\partial^2\varphi(r,t)}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^2\varphi}{\partial r\partial t}v + \frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}v^2 + \frac{K}{m}\varphi\left(r,t\right) = 0$. Donde hemos hecho r=x.

Tomando $\varphi = \sin ft \cos at \cos\left(at - bx\right)$ e introduciendolo en la ecuación obtenemos:

$-\frac{1}{4}\left(2a+f\right)^2 \sin\left(2at - bx + ft\right) + \frac{1}{4}\left(f - 2a\right)^2\left(f - 2a + 2bv\right)\sin\left(2at - bx - ft\right) + \left(\frac{K}{m} - b^2v^2\sin ft\right)\cos\left(at - bx\right)\cos at = 0$

Igualando el último cieficiente a cero obtenemos las relaciones:

$\left(\frac{K}{m} - b^2v^2\sin ft\right) = 0$. $-\frac{1}{4}\left(2a+f\right)^2\sin\left(2at - bx + ft\right) + \frac{1}{4}\left(f-2a\right)^2\left(f - 2a + 2bv\right)\sin\left(2at - bx - ft\right) = 0$.

Como tenemos la identidad trigométrica:

$\sin\left(2at - bx + ft\right) + \sin\left(2at - bx - ft\right) = 2\sin\frac{(2at-bx+ft)+(2at-bx-ft)}{2}\cos\frac{(2at-bx+ft)-(2at-bx-ft)}{2} = 2\sin\left(2at - bx\right)\cos ft$

Resultan los resultados para las constantes de la ecuación diferencial a resolver:

$a = -\frac{1}{2}f, b = -\frac{f}{v}$, $\left(\frac{K}{m} - b^2v^2\sin ft\right) = 0$, $\sin ft = \frac{K}{f^2m}$. Por lo tanto la solución de la ecuación diferencial propuesta es:

$\varphi = A\frac{K}{f^2m}\cos\frac{1}{2}ft\cos\left(\frac{1}{2}ft + \frac{f}{v}x\right)$. Esta ecuación representa el desplazamiento de cada punto en función del tiempo y considerando que ese desplazamiento se propaga a la velocidad v tenemos:

$\frac{\partial}{\partial t}A\frac{K}{f^2m}\cos\frac{1}{2}ft\cos\left(\frac{1}{2}ft + \frac{f}{v}x\right) = v$

$\frac{K}{f^2m}\frac{\partial}{\partial t}A\cos\frac{1}{2}ft\cos\left(-\frac{1}{2}ft + \frac{f}{v}x\right) = -\frac{1}{2}A\frac{K}{fm}\sin\frac{1}{v}\left(fx - ftv\right)$. Pero A debe representar el máximo valor en cada punto por lo que eligiendo $\sin\frac{1}{v}\left(fx - ftv\right) = 1$. Obtenemos para A: $-\frac{1}{2}A\frac{K}{fm} = v$, $A = -\frac{2}{K}fmv$. Quedando finalmente la ecuación:

$$\varphi = -\frac{2}{f}v\cos\left(-\frac{1}{2}ft + \frac{f}{v}x\right)\cos\frac{1}{2}ft \tag{2}$$

Y la ccompactación en el punto x es: $c = -\frac{2}{f}v\int\int\cos at\cos\left(at - bx\right)dtdx = -\frac{v^2}{f^3}\left(\cos\left(ft - \frac{f}{v}x\right) + ft\sin\frac{f}{v}x\right)$

Determinamos el máximo de la compactación que lo será para el periodo T.

$\frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{v^2}{2f}\left(\cos\left(ft - \frac{f}{v}x\right) + ft\sin\frac{f}{v}x\right)\right) = -\frac{1}{2}v^2\left(\sin\frac{f}{v}x + \sin\frac{1}{v}\left(fx - ftv\right)\right)$. Y el valor máximo det=T periodo es:

$\sin\frac{f}{v}x+\sin\frac{1}{v}\left(fx-ftv\right)=0$, $T=\left(\frac{1}{v}h\right)$. Y la máxima compactación a la profundidad h es:

$c=-\frac{v^2}{f^3}\left(\cos\left(ft-\frac{f}{v}x\right)+f\frac{h}{v}\sin\frac{f}{v}x\right)$. La frecuencia del rodillo es:

$\sin\left(\arcsin\left(\sin\frac{f}{v}x\right)+\frac{f}{v}x\right)-\frac{K}{f^2m}=0=4mf^5h^3-6mf^3hv^2+3Kv^3$. Donde hemos sustituido $x=h$.

2.-Aplicación.

Eligiendo los valores de las constantes $h=2m$. $K=15*10^6kg/m^2$. $V=333.33m/seg$. Anchura plástica del apollo del cilindro s=1.8*0.1m^2. $T=\left(\frac{1}{333.33}2\right)=6.0001\times10^{-3}seg$.

Sustituyendo estos valores en la ecuación de la frecuencia del rodillo se obtiene para f el valor:

$\sin f\frac{2}{333.333}=\frac{1.8*0.1*10^6}{f^2200}$ Resolviendo esta ecuación por desarrollo en serie se llega al valor $f=407.796ciclos/seg$

$c=-\frac{333.33^2}{407.796^3}\left(\cos\left(407.796*\frac{2}{333.33}-\frac{407.796}{333.33}*2\right)+\frac{2*407.796}{333.33}\sin\frac{407.796}{333.33}*2\right)=-4.2050\times10^{-3}m$

Se obtiene una compactación de $4.2mm$. Resultado aceptable.

3.-Conclusión.

El procedimento descrito conduce a soluciones para la compactación de suelos que permiten el ajuste más económico en cuanto permite ajustar el tipo de rodillo a emplear para la consecución de la compactación que se requiera.

En Madrid a 9 de Octubre de 2018

Javier Jenaro Mac-Lennan